

DÉBORA ARECES, MARISOL CUELI, TRINIDAD GARCÍA,  
CELESTINO RODRÍGUEZ, PALOMA GONZÁLEZ - CASTRO

## INTERVENCIÓN EN DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: INCIDENCIA DE LA GRAVEDAD DE LAS DIFICULTADES

INTERVENTION IN LEARNING DIFFICULTIES IN MATHEMATICS:  
INFLUENCE OF THE SEVERITY

### RESUMEN

La Representación Dinámica Integrada (RDI) es una estrategia de intervención que pretende mejorar las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas. El presente trabajo tiene como objetivo analizar la eficacia de la RDI en estudiantes con *dificultades de aprendizaje en matemáticas* (DAM) con un nivel de gravedad leve y moderado. Para ello, un total de 80 estudiantes (6-9 años) que presentaban DAM de forma leve o moderada, fueron clasificados en grupo comparativo (GC; 40 estudiantes que seguían la metodología habitual) y grupo tratamiento (GT; 40 estudiantes que trabajaron con la RDI). Los resultados mostraron la efectividad de la RDI frente a la metodología tradicional para los dos niveles de DAM. El GT mejoró en la totalidad de las competencias independientemente del nivel de gravedad. El GC mostró una mejora en algunas de las competencias en el nivel de gravedad leve. Los resultados sugieren que la RDI proporciona buenos resultados en estudiantes con un nivel de gravedad leve y moderado.

### PALABRAS CLAVE:

- *Competencias matemáticas informales*
- *Competencias matemáticas formales*
- *Dificultades de aprendizaje en matemáticas*
- *Intervención*
- *Estrategias*

### ABSTRACT

The Integrated Dynamic Representation (IDR) is a strategy that attempts to improve basic mathematic skills and problem solving. The present study is aimed at analyzing the effectiveness of the IDR in *learning difficulties in mathematics* (LDM) depending on their severity levels. A sample of 80 students (age range: 6-9) with mild and moderate LDM took part in the study. They were assigned to two groups: control group (CG; 40 students who followed the traditional methodology), and treatment group (TG; 40 students who received intervention with IDR). Results demonstrated the

### KEY WORDS:

- *Informal mathematics skills*
- *Formal mathematics skills*
- *Learning difficulties in mathematics*
- *Intervention*
- *Strategies*



effectiveness of the intervention with IDR in comparison to the traditional methodology in both severity levels. The TG presented improvements in all the competencies analyzed, regardless the severity level; while the CG showed some improvements in informal and formal skills, but only within the mild severity level. These findings suggest that IDR strategy leads to better results in students with mild and moderate LDM.

## RESUMO

A Representação Dinâmica Integrada (RDI) é uma estratégia de intervenção que pretende melhorar as competências matemáticas básicas e a resolução de problemas. O presente trabalho tem como objetivo analisar a eficácia da RDI em estudantes com *dificuldades de aprendizagem em matemática* (DAM) com um nível de gravidade leve e moderado. Participaram 80 alunos (6-9 anos) que apresentavam DAM de forma leve ou moderada. Estes alunos foram classificados em grupo de comparação (GC; 40 alunos que seguiram a metodologia habitual) e grupo de tratamento (GT; 40 alunos que trabalharam com a estratégia RDI). Os resultados mostraram a efetividade da intervenção com a RDI face à metodologia tradicional para os dois níveis de gravidade analisados. O GT melhorou na totalidade das competências independentemente do nível de gravidade. O GC mostrou uma melhoria em algumas das competências, no nível de gravidade leve. Os resultados sugerem que a RDI proporciona melhores resultados em alunos com um nível de gravidade leve e moderado.

## RÉSUMÉ

La Représentation Dynamique Intégrée (RDI) est une stratégie d'intervention qui vise à améliorer les compétences de base en mathématiques et la résolution de problèmes. Ce document a comme objectif d'analyser l'efficacité de la RDI en des étudiants avec *des difficultés d'apprentissage mathématiques* (DAM) avec un niveau de gravité léger et modéré. Pour cela, un total de 80 étudiants (6-9 ans) qui représentent DAM de forme légère et modérée, ont été classés en groupe comparatif (GC; 40 étudiants qui ont suivi la méthodologie habituelle) et le Groupe de traitement (GT; 40 étudiants qui ont travaillé avec l'étratégie RDI). Les résultats ont montré l'efficacité de la RDI pour les deux niveaux analysés de gravité. Le GT a amélioré dans toutes les compétences, quel que soit le niveau de gravité. Toutefois, le GC, a montré une amélioration dans certaines des compétences, seulement au niveau de sévérité légère. Les résultats suggèrent que la stratégie RDI donne de meilleurs résultats un étudiants avec un niveau de gravité léger et modéré.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Competências matemáticas informais*
- *Competências matemáticas formais*
- *Dificuldades de aprendizagem em matemática*
- *Intervenção*
- *Estratégias*

## MOTS CLÉS:

- *Compétences en mathématiques informelles*
- *Compétences en mathématiques formelles*
- *Des difficultés d'apprentissage mathématiques*
- *Intervention*
- *Stratégies*

## 1. INTRODUCCIÓN

La actual quinta versión del manual diagnóstico y estadístico de trastornos mentales de la Asociación Americana de Psiquiatría (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders DSM-5; APA, 2014), incluye en la categoría de trastornos específicos del aprendizaje aquellos desórdenes o problemas para la adquisición de habilidades académicas a pesar de las intervenciones oportunas. Estas dificultades deben presentarse desde los primeros años de escolaridad, sin ser atribuibles a otros déficits o síndromes específicos (déficit cognitivo, desorden del desarrollo u otros desórdenes motores o neurológicos), y se reflejan en una mayor problemática para el aprendizaje de la lectura, la escritura o las matemáticas. En este sentido, aproximadamente el 20% de la población muestra bajas habilidades numéricas (Kadosh, Dowker, Heine, Kaufmann y Kucian, 2013) y en función del criterio diagnóstico, entre el 3 y el 13% presenta dificultades más específicas como son las Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM) (Butterworth, 2010), las cuales, conviene tener en cuenta de cara a minimizar el riesgo de mayor problemática futura (Powell, Cirino y Malone, 2017). Dado que las matemáticas son un componente crítico del currículo para el éxito futuro (Kingsdorf y Krawec, 2014), y dada la prevalencia de las DAM, resulta especialmente relevante analizar la eficacia de una intervención basada en la resolución de problemas sobre la competencia matemática de estudiantes clasificados en función del grado de gravedad de las DAM. Con la aparición del DSM-5, se incorporan los niveles de gravedad de las dificultades de aprendizaje distinguiendo entre leve, moderado y grave (APA, 2014) lo que permite ajustar las necesidades e intervenciones al perfil de dificultades del estudiante.

Las DAM resultan un importante desorden caracterizado por ser resistente a la instrucción y aparecer en los primeros estadios del desarrollo (Presentación, Siegenthaler, Pinto, Mercader y Miranda, 2014). Los estudiantes con DAM presentan grandes dificultades para la comprensión y procesamiento de las magnitudes numéricas (De Smedt y Gilmore, 2011; Miranda y Gil-Lario, 2001) asociadas a un déficit neuronal en el surco intraparietal (Kaufmann et al., 2013). Las investigaciones previas, han analizado diferentes dimensiones del conocimiento matemático asociadas a las DAM como el cálculo, los hechos numéricos o la comparación de cantidades que condicionan la eficacia en la resolución de problemas (Raghubar et al., 2009). Concretamente, siguiendo a Geary (2003), los estudiantes con DAM manifiestan dificultades para la aplicación de diferentes habilidades cognitivas reflejadas en un déficit a tres niveles. En primer lugar, un déficit en la memoria semántica que genera dificultades en la recuperación de datos y respuestas matemáticas y mayor número de errores (Miranda, Meliá y Taverner, 2009; Romero y Lavigne, 2005). En segundo

lugar, un déficit procedimental y, como consecuencia de ello, dificultades en la retención de la información, en la memoria de trabajo y en la monitorización o control de los procesos de conteo. En tercer lugar, deficiencias en el área visoespacial, caracterizadas por dificultades en la representación numérica de las relaciones y en la interpretación y comprensión de la información espacial. Todo ello, afecta a las competencias específicas necesarias para calcular y para aprender procedimientos algorítmicos y heurísticos. Los estudiantes con DAM se caracterizan por no recordar ciertas combinaciones y patrones numéricos, por lo que presentan frecuentes dificultades en la manipulación numérica y en la interpretación lingüística a la hora de resolver determinados tipos de problemas (Krawec, Huang, Montague, Kressler, y Melia, 2012; Romero y Lavigne, 2005). Además, muestran importantes dificultades para representar los enunciados y para decidir cómo resolverlos (Montague, 2011). En definitiva, estos estudiantes presentan déficit en las competencias matemáticas básicas y en la resolución de problemas específicos, que precisan de una detección, evaluación y, al mismo tiempo, de un entrenamiento e intervención temprana (Butterworth, 2010; Krawec et al., 2012).

En lo que respecta al entrenamiento en la resolución de problemas, el modelo de Mayer (2004), proporciona una clara descripción de los procesos implicados en la resolución y las habilidades necesarias para llevarlos a cabo. De acuerdo con los procesos, Mayer identifica cuatro fases principales: La traducción, la integración, la planificación y la ejecución. Para llevar a cabo estos procesos, son necesarias una serie de habilidades o competencias matemáticas (Kingsdorf y Krawec, 2014), las cuales, deben estar presentes en las intervenciones dirigidas a las DAM con el fin de resultar eficaces en la mejora de los déficits específicos.

En este sentido, para trabajar los procesos implicados en la resolución, una estrategia es la representación, la cual, ha mostrado ser crítica en el desarrollo de la comprensión matemática (Pape y Tchoshanov, 2001; van Garderen, Scheuermann y Jackson, 2012). Siguiendo a van Garderen et al. (2012) la representación es una combinación de lo escrito en el papel, el objeto físico y el constructo o idea mental. Existen diferentes tipos de representación (mental, imagen, lenguaje escrito, lenguaje oral, acciones, símbolos, entre otros; Zawojewski y Lesh, 2003). Aunque todos estos sistemas de representación son importantes, para el desarrollo de la comprensión matemática, las formas visuales y concretas son comúnmente las más recomendadas en la instrucción, sobre todo, en los primeros niveles educativos y ante la presencia de DAM dadas las dificultades de los estudiantes a este nivel (Gersten et al., 2009; Pape y Tchoshanov, 2001; van Garderen y Montague, 2003).

Con respecto a las habilidades o competencias matemáticas, los diferentes trabajos han mostrado que las intervenciones resultan más eficaces cuando se

desarrollan bajo un modelo de referencia lógico, incluyendo una serie de estrategias específicas (Gersten et al., 2009; Swanson, Hoskyn, y Lee, 1999). Gersten et al. (2009) y Swanson et al. (1999) identificaron que la instrucción directa y explícita (guiada y dirigida por el profesor de forma sistemática) era una técnica eficaz para la intervención en DAM. Otros autores como Ise y Schulte - Körne (2013) realizaron un metaanálisis con el fin de distinguir qué factores permiten que una intervención resulte efectiva o exitosa. Sus resultados mostraron seis aspectos relevantes: la individualización de la intervención; la adaptación al nivel previo del estudiante; la estructuración y jerarquización en función del grado de dificultad; la combinación de contenidos externos al currículo junto con contenidos propios del mismo; la repetición continuada y frecuente; y el incremento de la motivación y la reducción de la ansiedad. Con respecto a estos dos últimos factores, siguiendo a Kucian y vonAster (2015), los programas de ordenador proporcionan o contribuyen a mejorar estos dos aspectos. Trabajos como el de Cueli, González - Castro, Rodríguez, Núñez y González - Pienda (2018) han reflejado que, frente a otras variables afectivo - motivacionales, los programas de ordenador contribuyen en mayor medida a la reducción de la ansiedad hacia las matemáticas. Además, estos programas pueden adaptarse al nivel del estudiante y así contribuir a la mejora de las necesidades presentes (Cueli, Rodríguez, Areces, García, y González - Castro, en prensa). De ahí, la importancia de que los programas adaptados a través del ordenador permitan la inclusión de estas características y, favorezcan la mejora de los procesos y habilidades relacionadas con la resolución de problemas y la competencia matemática.

Teniendo en cuenta todos estos aspectos, se desarrolló la estrategia Representación Dinámica Integrada (RDI) (González - Castro, Cueli, Areces, Rodríguez y Sideridis, 2016; González - Castro, Cabeza, Álvarez - García y Rodríguez, 2014), dirigida a trabajar la resolución de problemas a través de la mejora de los procesos y habilidades relacionadas con la competencia matemática siguiendo una metodología de instrucción directa y explícita. Para ello, la estrategia se lleva a cabo a través de un programa informatizado dados los beneficios de cara a la individualización y adaptación de la intervención al perfil del estudiante con ejercicios y tareas repetitivas y jerarquizadas en función del grado de dificultad. Además, con la RDI se potencian aspectos previos al currículo educativo (competencias matemáticas informales) y aspectos propios del mismo (competencias matemáticas formales). González - Castro et al. (2014) observaron que la RDI resultaba eficaz en estudiantes sin dificultades en la mejora de la competencia matemática frente a la metodología tradicional que recibía el grupo control.

El desarrollo de la estrategia se enmarca dentro de la psicología educativa del aprendizaje en matemáticas en el marco de la necesidad de profundizar

en aquellas estrategias que potencian el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes y que favorecen el éxito posterior (Presentación, Mercader, Siegenthaler, Fernández - Andrés y Miranda, 2015). En esta línea, han surgido multitud de herramientas tecnológicas para trabajar los contenidos académicos y es preciso detectar cuáles resultan eficaces y qué criterios son los más relevantes en su desarrollo.

Con este marco de referencia, el objetivo de este estudio fue analizar la eficacia de la RDI en la mejora de las competencias matemáticas informales y formales (valoradas con un test de competencia matemática básica), en estudiantes con DAM con un nivel de gravedad leve y moderado. Teniendo en cuenta que el nuevo manual diagnóstico DSM-5 permite distinguir entre los niveles de gravedad en las dificultades de aprendizaje, resulta relevante profundizar en cómo interfieren estos niveles en la eficacia de las intervenciones. Este objetivo general se concretó en dos objetivos específicos: 1) Analizar la eficacia diferencial de la intervención con la RDI en estudiantes con DAM en función de la gravedad leve y moderada; 2) Analizar la ganancia en las competencias matemáticas básicas de los estudiantes del grupo tratamiento y el grupo comparativo tras la intervención durante tres meses con la estrategia RDI.

## 2. MÉTODO

Este estudio tiene un carácter cuantitativo en el que siguiendo una metodología pretest - postest se aplica la estrategia de intervención RDI durante tres meses a estudiantes con DAM con un nivel de gravedad leve y moderado. Se utilizó un diseño cuasiexperimental de dos grupos (grupo tratamiento y grupo comparativo). Los estudiantes de ambos grupos fueron evaluados en dos momentos: evaluación pretest antes del inicio de la intervención con la RDI en el grupo tratamiento y evaluación postest después de la misma.

### 2.1. *Participantes*

Participaron en esta investigación 80 estudiantes (44 niños y 36 niñas) de entre 6 y 8 años de edad ( $M = 7.06$ ,  $DT = 0.68$ ) de 11 colegios públicos y concertados del Principado de Asturias. La selección de la muestra se realizó de forma incidental, siguiendo un muestreo por conveniencia (Argibay, 2009) en colaboración con el Departamento de Orientación de los centros educativos quien, con el consentimiento de las familias, informó del alumnado con DAM. Con el fin de

asegurar el diagnóstico, los estudiantes debían cumplir los criterios de inclusión propuestos por Geary (2003), basados en la capacidad intelectual dentro de la media y la persistencia de las DAM. Teniendo esto en cuenta, sólo se incluyeron estudiantes con capacidad intelectual media ( $M = 92.95$ ,  $DT = 4.80$ ) medida con la escala de inteligencia para niños WISC-IV (Wechsler, 2005) por un psicólogo educativo especializado. Además, dado el carácter de persistencia de las DAM, participaron sólo aquellos estudiantes cuyo bajo rendimiento se mantenía más de un curso académico, valorado en función del historial académico del alumnado y las aportaciones del profesorado. Con el fin de asegurar la ausencia de trastornos asociados, el mismo profesional de la psicología educativa, realizó una entrevista de carácter estructurado DISC-IV (*Diagnostic Interview Schedule for Children Version IV*; Shaffer, Fisher, Lucas, Dulcan y Schwab - Stone, 2000). Tanto el WISC-IV como el DISC-IV fueron utilizados con el objetivo de asegurar que los estudiantes participantes no presentaban otros trastornos o comorbilidades unidas a las DAM.

En cada centro, los alumnos seleccionados fueron asignados de manera aleatoria a cada uno de los grupos. De este modo, se obtuvo un grupo tratamiento (GT) de 40 estudiantes (24 niños y 16 niñas que recibían la intervención con la estrategia RDI) y un grupo comparativo (GC) de 40 estudiantes (20 niños y 20 niñas que seguían la metodología de enseñanza habitual). Los estudiantes de los dos grupos fueron clasificados en función del nivel de gravedad de sus dificultades, tomando la puntuación en el Índice de Competencia Matemática (ICM) aportado por el test TEMA 3 (Ginsburg y Baroody, 2003). El test TEMA 3 permite una evaluación completa de las competencias matemáticas informales y formales además de aportar un índice general de la competencia matemática del estudiante en las edades que comprende la muestra actual, motivo por el que fue utilizado en el presente estudio. Contando con el ICM, se establecieron dos niveles de gravedad leve y moderado. En el caso del GT 11 estudiantes (7 niños y 4 niñas) presentaban un nivel de gravedad leve (edad  $M = 6.74$ ,  $DT = 0.66$ ; CI  $M = 93.90$ ,  $DT = 5.84$ ) y 29 estudiantes (17 niños y 12 niñas) presentaban un nivel de gravedad moderado (edad  $M = 7.18$ ,  $DT = 0.68$ ; CI  $M = 93.06$ ,  $DT = 4.65$ ). En el caso del GC 31 estudiantes (17 niños y 14 niñas) presentaban un nivel de gravedad leve (edad  $M = 6.94$ ,  $DT = 0.646$ ; CI  $M = 92.38$ ,  $DT = 4.90$ ) y 9 (3 niños y 6 niñas) un nivel de gravedad moderado (edad  $M = 7.44$ ,  $DT = .623$ ; CI  $M = 92.33$ ,  $DT = 4.03$ ).

## 2.2. Instrumentos de evaluación

TEMA 3 (Test de Competencia Matemática Básica; Ginsburg y Baroody, 2003). Prueba de aplicación individual en papel y lápiz que evalúa las competencias

matemáticas informales y formales. Las competencias informales, se estructuran en torno a cuatro subpruebas: Numeración (habilidad básica para la representación de cantidades y el cálculo mental), comparación de cantidades (habilidad básica para el manejo del orden de los números -crecimiento / decrecimiento-), cálculo informal (habilidad básica para la resolución de operaciones de suma y resta) y conceptos informales (habilidad básica para agrupar conjuntos -su manipulación implica la conservación de la materia-). Las competencias formales se controlan mediante: convencionalismos (capacidad para leer y escribir cantidades), hechos numéricos (capacidad para operar de forma mental -suma, resta y multiplicación-), cálculo formal (capacidad para realizar sumas y restas de dificultad creciente) y concepto formal (capacidad para identificar el significado numérico desde el punto de vista simbólico e icónico). El instrumento ofrece un coeficiente general, el Índice de Competencia Matemática (ICM) que indica el rendimiento global del alumno en relación a su grupo de edad ( $M = 100$ ,  $DT = 15$ ). La prueba se encuentra validada en población española con un índice de fiabilidad (alfa de Cronbach = .92) y validez que respaldan su uso como medida de la competencia matemática temprana (Ginsburg y Barrody, 2007).

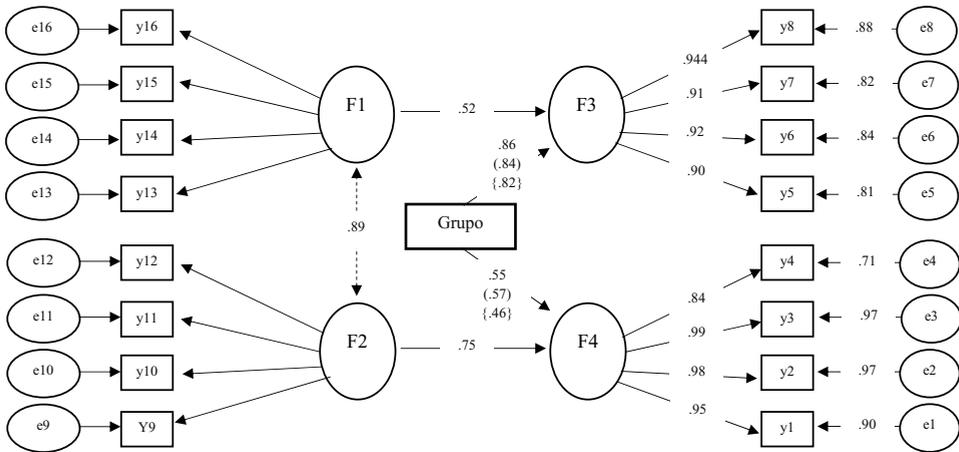
### 2.3. Programa de intervención

De acuerdo con Mayer (2004), el proceso que lleva al aprendizaje significativo depende tanto de la forma en cómo el estudiante procesa la información, como del material que se presenta. Así, la promoción del aprendizaje depende tanto de la mejora en el procesamiento de la información de los estudiantes como de la forma en que se presentan los materiales (Valle et al., 2009). Por ello, en este trabajo, se aplicó una estrategia de intervención, concretamente la Representación Dinámica Integrada (RDI) (Cueli et al., 2017; González - Castro et al., 2016) que dada su naturaleza y fundamento teórico está dirigida a favorecer la resolución de problemas y las competencias matemáticas básicas informales y formales. Esta estrategia fue desarrollada por los autores de este trabajo bajo la dirección del profesor Luis Álvarez (Cueli et al., 2017). El desarrollo se llevó a cabo en lenguaje informatizado (herramienta de software diseñada como una aplicación web). La RDI es el elemento nuclear de los procesos heurísticos y resulta de la combinación de representaciones externas e internas. Se estructura en torno a tres componentes: Comprensión fragmentada, representación fragmentada e integración del conjunto de representaciones siguiendo el modelo de Mayer (traducción, integración, planificación y ejecución), en función del cual, se establece un proceso de aplicación de cuatro niveles de representación:

Representación de los conceptos, representación de los enlaces, representación de los interrogantes, reversibilidad del proceso (generalización a otros contextos).

La RDI sigue la secuencia lógica a la hora de aplicar las competencias propias del nivel educativo en el que se enmarca el programa. Los contenidos se presentan siguiendo tres tipos de presentación de la información, la presentación icónica (los conceptos o enunciados se presentan asociados a imágenes), presentación combinada (los conceptos van asociados a imágenes / palabras) y la presentación simbólica (los enunciados se presentan exclusivamente en texto lineal). Así, se trabajan competencias previas al currículo como son las competencias informales: Numeración (el conteo, teniendo en cuenta que el número crece y decrece a medida que aumenta o disminuye el número de objetos), la comparación de cantidades (dado que en la representación del enunciado los datos numéricos quedan reflejados en el número concreto de objetos en cada uno de los bolos), cálculo informal (la resolución del problema sin realizar la operación concreta sino arrastrando los objetos al último de los bolos de solución final), concepto informal (el todo incluye a las partes y el niño arrastra el número de objetos representado en el dato numérico). También competencias propias del currículo como son las competencias formales: Convencionalismos (codificación y decodificación del número; el número aparece de forma simbólica y escrita), hechos numéricos (cálculo mental; en este caso, aún no se introduce la operación sino que la solución aparece al colocar la operación en el lugar correspondiente), cálculo formal (realización de la operación mecánica), y concepto formal (concepto simbólico de número; el todo incluye a las partes y el niño ya no arrastra el número de objetos representado en el dato numérico sino un solo objeto).

En la práctica, la estrategia RDI establece una secuencia aplicada para la realización de cada ejercicio problema que se concreta en un modelo de cuatro pasos que el estudiante debe seguir en el proceso de resolución: *representación de los conceptos* (se presenta el enunciado en el que los conceptos o elementos a los que se refiere el problema se destacan en un bolo o elipse; las cantidades o los datos numéricos se destacan en un cuadrado; los verbos se sustituyen por pictogramas e indican la acción), *representación de los enlaces* (identificadas las partes del programa estas son presentadas en conjuntos de unión-intersección que aparecen en el esquema de representación externa), *representación de los interrogantes* (el esquema de representación externa finaliza con la pregunta que se destaca en los interrogantes) y *reversibilidad* (reestructura -se genera un nuevo enunciado del problema a partir del esquema de representación externa sin tener presente el enunciado de partida-) (ver Figura 1).



*Figura 1.* Modelo de medidas latentes para evaluar las diferencias inter-grupos (Modelo 1: tratamiento vs control, valores estimados expresados sin paréntesis), (Modelo 2: Control - leve vs Tratamiento - leve, estimaciones entre paréntesis) y (Modelo 3: Control - moderado vs Tratamiento - moderado LD, estimaciones entre llaves) en las variables latentes de Competencias Informales (F3) y Formales (F4) en el postest [después de controlar el rendimiento inicial de las medidas pretest (e.g. variables latentes F1 y F2 en el momento-1)]

Este proceso multinivel se lleva a cabo en 9 niveles organizados de forma secuencial en función del grado de dificultad. Cada uno de estos niveles, incluye a su vez tres grados de dificultad (amarilla, naranja y roja; con 15 ejercicios en cada uno de estos grados) por los que el estudiante debe ir pasando para alcanzar el manejo de las competencias mencionadas. En función de la secuenciación lógica de este tipo de aprendizajes, en primer lugar, las actividades se enfocan en las sumas sin llevadas (p.ej. Tengo 3 manzanas y me dan 2 manzanas, ¿cuántas manzanas tengo?), posteriormente sumas con llevadas (p.ej. Tengo 17 manzanas y me dan 8 manzanas, ¿cuántas manzanas tengo?) y restas sin llevadas (p.ej. Tengo 8 manzanas y me quitan 3 manzanas, ¿cuántas manzanas tengo?) para finalmente combinar sumas y restas. También, las cantidades numéricas se van ampliando progresivamente en los 9 niveles en intervalos que van de 1-3, 0-5, 0-9, 0-19, 0-39, etc.

Finalmente, a nivel técnico, el entorno RDI es una herramienta de software diseñada como una aplicación web, utilizando html, php y fundamentalmente tecnología java. Este lenguaje de programación posibilita crear estructuras de

código llamadas applets que se incrustan como pequeñas aplicaciones dentro de una página web, lo que permite el acceso a la herramienta desde cualquier navegador. La arquitectura responde al modelo cliente - servidor, lo que implica que la aplicación está alojada en un servidor web, al que se puede acceder a través de un navegador y permite trabajar con la herramienta en línea.

#### 2.4. *Procedimiento*

La selección de la muestra se llevó a cabo a través de un procedimiento incidental dada la disponibilidad y accesibilidad, con el consentimiento informado activo de las familias. Una vez recibido, se llevó a cabo la evaluación inicial con la entrevista DISC-IV y el WISC-IV, lo que permitió asegurar que todos los estudiantes presentaban un cociente intelectual entre 80 y 130 y la ausencia de trastornos asociados. Posteriormente, se asignaron los estudiantes a los grupos GT y GC y se procedió a la evaluación de las competencias básicas con el TEMA 3 realizada por un psicólogo educativo especialista externo a los centros. Gracias a esta prueba, se obtuvo el ICM ( $M = 100$ ,  $DT = 15$ ) para cada uno de los estudiantes, lo que permitió la clasificación de la muestra en función del nivel de gravedad de las DAM (leve o moderado). Para ello, cuando el ICM en el pretest se encontraba una desviación típica por debajo de la media, los estudiantes fueron clasificados dentro del nivel de gravedad leve, mientras que si la puntuación se encontraba dos desviaciones típicas por debajo de la media estos estudiantes fueron clasificados dentro del nivel de gravedad moderado. En definitiva, se obtuvieron dos grupos en función de la gravedad: Nivel leve (estudiantes con ICM mayor a 71 y menor o igual a 86) y nivel moderado (estudiantes con ICM menor o igual a 70).

Posteriormente, una vez realizada la clasificación de los estudiantes se llevó a cabo la intervención basada en la estrategia RDI (González - Castro et al., 2014) durante tres meses a razón de 50 minutos por sesión cuatro días por semana (haciendo un total de 45 sesiones). Un profesional de la educación fue entrenado en la metodología de aplicación del programa para realizar el entrenamiento en el GT en aula pequeña proporcionada por el colegio y a la que asistían en horario de clase de matemáticas. Durante las sesiones el estudiante iniciaba la resolución de problemas con la estrategia en el nivel correspondiente y realizaba los cuatro pasos para la ejecución de cada uno de los ejercicios (representación de los conceptos, representación de los enlaces, representación de los interrogantes y reversibilidad). En cada sesión los estudiantes realizaban entre 15 y 20 ejercicios de resolución. Al inicio de la intervención, todos ellos manejaban la presentación icónica (imágenes) en los niveles de 1 a 3, posteriormente se introdujo la presentación combinada (imágenes asociadas a palabras) con los niveles de

4 a 6 y finalmente se trabajó la presentación simbólica (palabras o texto) en los niveles de 7 a 9. El GC recibió una metodología de aprendizaje tradicional (guiada por el propio maestro del centro educativo en el aula ordinaria) basada en clases expositivas y tareas en papel y lápiz siguiendo siempre las mismas pautas recogidas en la programación de aula. Al finalizar la intervención se aplicó nuevamente el TEMA 3 en todos los grupos, con el fin de comprobar la posible evolución diferencial del pretest al postest.

### 2.5. *Análisis de los datos*

Dados los objetivos de este trabajo, además del estudio de los estadísticos descriptivos, se optó por realizar Análisis Univariados de la Covarianza (ANCOVA) con el fin de profundizar en el efecto de la gravedad de las DAM sobre la eficacia de la intervención. De esta forma, se tomó el grado de gravedad como variable independiente y las puntuaciones en las ocho competencias matemáticas (informales y formales) como variables dependientes. Inicialmente, se analizaron las diferencias entre el GT y GC en variables como la edad, el CI y el género. Si bien estas diferencias no resultaron significativas en función de ninguna de las tres variables (CI, edad ni género), estas fueron tomadas como covariadas para eliminar su posible efecto en cada uno de los niveles de gravedad al tratarse de grupos más pequeños. También, las puntuaciones pretest fueron tomadas como covariadas en cada uno de los ANCOVAs.

Por otro lado, con el propósito de analizar la ganancia o evolución del pretest al postest, en función del nivel de gravedad en GT y GC, se utilizó la prueba t de Student para muestras relacionadas.

Finalmente, con el fin de analizar la interacción, se realizó un modelo estructural de variables latentes (metodología de ecuaciones estructurales -SEM; structural equation modeling-). Para la realización de los análisis estadísticos, se ha utilizado el paquete estadístico SPSS en su versión 19.0 y AMOS 22.0 (Arbuckle, 2010).

## 3. RESULTADOS

La tabla I muestra los estadísticos descriptivos junto con la asimetría y curtosis para cada una de las competencias. Siguiendo el criterio de Kline (2011), según el cual, puntuaciones entre 3 y -3 de asimetría y 10 y -10 de curtosis corresponden a distribuciones normales, se puede concluir que todas las variables incluidas en el estudio seguían una distribución normal.

TABLA I  
Medias, desviaciones típicas, asimetría y curtosis para las puntuaciones PRE y POST

	Puntuaciones PRE			Puntuaciones POST		
	<i>M(DT)</i>	<i>Asimetría</i>	<i>Curtosis</i>	<i>M(DT)</i>	<i>Asimetría</i>	<i>Curtosis</i>
<i>COMPETENCIAS INFORMALES</i>						
<i>Numeración</i>	13.75 (3.09)	-0.333	-1.017	16.98 (3.97)	-0.300	-0.983
<i>Comparación</i>	3.16 (0.76)	-0.454	-0.612	4.14 (1.24)	-0.010	-0.956
<i>Calculo informal</i>	3.09 (0.70)	0.310	0.161	4.18 (1.27)	0.235	-0.645
<i>Conceptos informales</i>	2.19 (0.64)	0.386	0.557	2.93 (0.94)	-0.338	-0.562
<i>COMPETENCIAS FORMALES</i>						
<i>Convencionalismos</i>	3.75 (0.94)	-0.125	-1.017	5.16 (1.77)	0.221	-0.983
<i>Hechos numéricos</i>	1.29 (1.60)	1.000	-0.612	2.48 (2.43)	0.782	-0.956
<i>Cálculo formal</i>	1.23 (1.38)	0.675	0.161	2.51 (2.41)	0.759	-0.645
<i>Conceptos formales</i>	1.18 (0.69)	0.437	0.557	2.19 (1.26)	0.746	-0.562
ICM	70.51(9.17)	0.037	-0.874	89.58 (18.87)	-1.357	-0.529

*Nota:* M = Media; DT = Desviación Típica; ICM = Índice de Competencia Matemática; Puntuaciones PRE = valores para cada variable antes de la intervención; Puntuaciones POST = valores para cada variable después de la intervención.

### 3.1. Diferencias en GT para las variables informales y formales

En primer lugar, se llevaron a cabo diferentes ANCOVAs, con el propósito de analizar las posibles diferencias en función de la gravedad para cada una de las variables analizadas (informales y formales) tomando como covariadas el CI, la edad, el género y la puntuación pretest. En relación a las cuatro competencias informales, las diferencias entre la gravedad leve y moderada no resultaron estadísticamente significativas en ninguna de las cuatro variables, numeración  $F(1, 34) = 0.486, p = .490, \eta p^2 = .014$ ; comparación de cantidades  $F(1, 34) = 0.662, p = .422, \eta p^2 = .019$ ; cálculo informal  $F(1, 34) = 0.752, p = .392, \eta p^2 = .022$ ; y conceptos informales  $F(1, 34) = 0.012, p = .914, \eta p^2 = .000$ .

A continuación, se analizaron las diferencias entre el nivel de gravedad leve y moderada en cada una de las cuatro competencias formales tomando como covariadas el CI, la edad, el género y la puntuación pretest. Los resultados de los ANCOVA, no aportaron diferencias estadísticamente significativas en ninguna de las cuatro variables, convencionalismos,  $F(1, 34) = 1.586, p = .216, \eta p^2 = .045$ ; hechos numéricos  $F(1, 34) = 0.612, p = .440, \eta p^2 = .018$ ; cálculo formal  $F(1, 34) = 3.136, p = .086, \eta p^2 = .084$ ; y conceptos formales  $F(1, 34) = 1.401, p = .245, \eta p^2 = .040$ . En la tabla II se muestran la dirección de las diferencias.

TABLA II  
Medias, desviaciones típicas y efectos intersujetos  
para las medidas PRE de las diferentes competencias

	<i>Puntuaciones PRE</i>			
	<i>Gravedad leve</i>		<i>Gravedad moderada</i>	
	<i>GT (n=11)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GC(n= 31)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GT (n=29)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GC (n= 9)</i> <i>M(DT)</i>
<i>COMPETENCIAS INFORMALES</i>				
<i>Numeración</i>	13.09 (3.53)	14.29 (3.16)	13.41(3.17)	13.89 (2.26)
<i>Comparación</i>	2.81 (0.87)	3.41 (0.62)	2.93 (0.79)	3.44 (0.72)
<i>Cálculo informal</i>	3.00 (0.44)	3.45 (.722)	2.75 (0.63)	3.11 (0.60)
<i>Conceptos informales</i>	1.90 (0.30)	2.51 (.56)	1.82 (0.53)	2.55 (0.72)
<i>COMPETENCIAS FORMALES</i>				
<i>Convencionalismos</i>	3.45 (0.82)	3.83(0.82)	3.62 (1.11)	4.22 (0.83)
<i>Hechos numéricos</i>	0.81 (1.25)	1.32(1.66)	1.13 (1.30)	2.44 (2.29)
<i>Cálculo formal</i>	0.72 (1.10)	1.16(1.43)	1.24 (1.15)	2.22 (1.85)
<i>Conceptos formales</i>	1.00 (0.63)	1.19(1.42)	1.00 (0.70)	1.44 (0.88)
	<i>Puntuaciones POST</i>			
	<i>Gravedad leve</i>		<i>Gravedad moderada</i>	
	<i>GT (n=11)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GC(n= 31)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GT (n=29)</i> <i>M(DT)</i>	<i>GC (n= 9)</i> <i>M(DT)</i>
<i>COMPETENCIAS INFORMALES</i>				
<i>Numeración</i>	19.18 (2.71)	14.03 (3.41)	20.03 (2.29)	15.00 (2.64)
<i>Comparación</i>	4.90 (0.83)	3.00 (0.77)	5.17 (0.80)	3.88 (0.60)
<i>Cálculo informal</i>	5.27 (0.64)	3.00 (0.57)	5.27 (0.75)	3.44 (0.72)
<i>Conceptos informales</i>	3.45 (0.52)	2.22 (0.76)	3.68 (0.54)	2.33 (0.70)
<i>COMPETENCIAS FORMALES</i>				
<i>Convencionalismos</i>	6.54 (1.12)	3.54 (0.72)	6.72 (1.03)	4.22 (0.97)
<i>Hechos numéricos</i>	2.90 (2.62)	1.12 (1.40)	3.89 (2.60)	2.33 (2.00)
<i>Cálculo formal</i>	2.90 (2.62)	1.35 (0.60)	3.89 (2.65)	2.33 (1.87)
<i>Conceptos formales</i>	2.63 (1.20)	1.32 (0.65)	3.13 (1.24)	1.77 (0.66)

Nota: M = Media; DT = Desviación típica.

\*<.05\*\*<.01\*\*\*<.001.

### 3.2. Diferencias en GC para las variables informales y formales

En el caso del GC, nuevamente se realizaron ANCOVAs, tomando como variable dependiente la gravedad y como covariadas el CI, la edad, el género y la puntuación pretest. En relación a las cuatro competencias informales, las diferencias no resultaron estadísticamente significativas en numeración  $F(1, 34) = 0.004, p = .952, \eta p^2 = .000$ ; ni en conceptos informales  $F(1, 34) = 1.872, p = .180, \eta p^2 = .052$ . Sin embargo, las diferencias fueron estadísticamente significativas en comparación de cantidades  $F(1, 34) = 5.940, p = .020, \eta p^2 = .0149$ ; y en cálculo informal  $F(1, 34) = 4.523, p = .041, \eta p^2 = .117$ .

Finalmente, en relación a las competencias formales, los ANCOVA (tomando como covariadas el CI, la edad, el género y la puntuación pretest) no aportaron diferencias estadísticamente significativas en las variables convencionalismos  $F(1, 34) = 1.398, p = .245, \eta p^2 = .039$ ; hechos numéricos  $F(1, 34) = 0.129, p = .721, \eta p^2 = .004$ ; cálculo formal  $F(1, 34) = 0.260, p = .614, \eta p^2 = .008$ ; y conceptos formales  $F(1, 34) = 0.629, p = .433, \eta p^2 = .018$ .

### 3.3. Diferencias en la evolución pretest - postest

Por otro lado, con el fin de analizar la evolución del pretest al postest para cada una de las competencias con base en los niveles de gravedad, se realizó la prueba *t* de student para muestras relacionadas en los dos niveles de gravedad (leve y moderado) para el GT y el GC. Los datos recogidos de este análisis se muestran en la tabla III.

Tal y como se muestra en la tabla III, se observa que en el GT existen diferencias significativas entre todas las medidas recogidas antes y después de la intervención para los dos niveles de gravedad. Sin embargo, en el GC se observaron diferencias estadísticamente significativas en comparación de cantidades y cálculo informal para el nivel de gravedad leve, y en numeración y comparación de cantidades para el nivel de gravedad moderada. En cuanto a las competencias formales, únicamente se observaron diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones pretest y postest en convencionalismos para el nivel de gravedad leve, no reflejándose diferencias entre ninguna de las competencias formales cuando el nivel de gravedad es moderado.

TABLA III  
Diferencia de Medias PRE-POST, Error Típico y estadístico *t* de Student

		Gravedad leve ( <i>n</i> = 11)			Gravedad moderada ( <i>n</i> = 29)		
		<i>DM</i>	<i>ET</i>	<i>t</i>	<i>DM</i>	<i>ET</i>	<i>t</i>
<i>COMPETENCIAS INFORMALES</i>							
<i>GT</i>	<i>Numeración</i>	-6.09	0.368	-16.54***	-6.62	1.320	-26.99***
	<i>Comparación</i>	-2.09	0.162	-12.85***	-2.24	0.435	-27.71***
	<i>Cálculo informal</i>	-2.27	0.140	-16.13***	-2.51	0.574	-23.59***
	<i>Conceptos informales</i>	-1.54	0.157	-9.81***	-1.86	0.441	-22.73***
<i>COMPETENCIAS FORMALES</i>							
	<i>Convencionalismos</i>	-3.09	0.250	-12.33***	-3.103	0.557	-30.00***
	<i>Hechos numéricos</i>	-2.09	0.435	-4.79***	-2.75	1.573	-9.42***
	<i>Cálculo formal</i>	-2.18	0.463	-4.70***	-2.65	1.674	-8.37***
	<i>Conceptos formales</i>	-1.63	0.278	-5.87***	-2.13	0.789	-14.66***
		Gravedad leve ( <i>n</i> = 31)			Gravedad moderada ( <i>n</i> = 9)		
		<i>DM</i>	<i>ET</i>	<i>t</i>	<i>DM</i>	<i>ET</i>	<i>t</i>
<i>COMPETENCIAS INFORMALES</i>							
<i>GC</i>	<i>Numeración</i>	.25	0.266	0.969	-1.11	1.269	-2.626*
	<i>Comparación</i>	.41	0.120	3.474**	-.44	0.527	-2.530*
	<i>Cálculo informal</i>	.45	0.112	4.030***	-.33	0.500	-2.000
	<i>Conceptos informales</i>	.29	0.115	2.516*	.22	0.440	1.512
<i>COMPETENCIAS FORMALES</i>							
	<i>Convencionalismos</i>	.29	.124	2.334*	0	0.500	0
	<i>Hechos numéricos</i>	.19	.117	1.647	.111	0.600	.555
	<i>Cálculo formal</i>	.03	.108	-0.297	-.111	0.333	-1.000
	<i>Conceptos formales</i>	.03	.098	0.329	-.333	0.707	-1.414

*Nota:* *DM* = Diferencia de Medias; *ET* = Error Típico de las diferencias; *t* = Estadístico *t* de Student.

\* $<.05$ \*\* $<.01$ \*\*\* $<.001$ .

### 3.4. Análisis de la interacción

Además, se realizaron análisis complementarios con el fin de analizar las diferencias entre los grupos. De este modo, en función de la estructura factorial y de las medidas obtenidas en el TEMA 3, los datos fueron ajustados a un modelo estructural de variables latentes (Figura 1). Este modelo ha permitido profundizar en el análisis de las mejoras estadísticamente significativas en las competencias matemáticas en el GT y el GC dada la interacción entre la gravedad de las DAM y los momentos de evaluación (pretest y postest). Además, se controló el efecto de la edad, género y CI.

Como se puede apreciar en la Figura 1, las variables latentes F1 y F2 representan las medidas de las competencias matemáticas informales y formales respectivamente, en el momento 1 (pretest). Las variables latentes F3 y F4 representan las mismas medidas en el momento 2 (postest). Las estimaciones entre la *variable latente grupo* con cada una de las variables latentes en el post - test (F3 y F4) reflejan la estimación estandarizada entre GT vs. GC (valores estimados expresados sin paréntesis); GT-leve vs. GC-leve (estimaciones entre paréntesis) y GT-moderado vs. GC (estimaciones entre llaves).

En concreto, el signo positivo podría interpretarse como indicativo de mejora tanto en las competencias informales como formales al comparar el GT con el GC (el GT-leve comparado con el GC-leve; y el GT-moderado comparado con el GC moderado).

En este sentido, los resultados derivados de los análisis complementarios, confirmaron que en términos generales el GT mejoraba más que el GC tanto en las competencias informales ( $b = .133, p < .05$ ) como en las formales ( $b = .300, p < .05$ ). Específicamente, en relación a la interacción, se observaron mejoras significativas en el GT-leve frente al GC-leve en las competencias formales ( $b = .232, p < .05$ ), pero no así en las informales ( $b = .067, p = .132$ ). Finalmente, la comparación entre GT-moderado vs GC-moderado, asociados a mayor grado de gravedad en las DAM, mostró que el GT obtenía mejoras significativas frente al GC en las competencias medidas ( $b_{\text{Informal}} = .213, p < .05$ ) ( $b_{\text{Formal}} = .393, p < .05$ ). Estos valores, superiores a las anteriores asociaciones, explicaron un mayor efecto de la intervención en estudiantes con gravedad moderada, entre el momento 1 (pretest) y el momento 2 (postest).

## 4. DISCUSIÓN

El objetivo planteado en este trabajo fue analizar la eficacia de la RDI (González - Castro et al., 2014) frente a la metodología de aprendizaje tradicional, en

estudiantes con DAM con un nivel de gravedad leve y moderado. Los resultados de los análisis realizados, revelaron tres ideas principales: 1) Los estudiantes que trabajaron con la estrategia obtuvieron mejores resultados que el GC tanto en las competencias matemáticas informales como formales; 2) El grupo que recibió la intervención mejoró significativamente en todas las competencias informales y formales, mientras que el GC mostró una evolución significativamente positiva solo en algunas de las competencias; 3) La intervención con la estrategia resultó positiva tanto cuando la gravedad de las DAM era leve como cuando era moderada, sin embargo, cuando se siguió una metodología tradicional la eficacia resultó más llamativa cuando la gravedad era leve.

Teniendo en cuenta estos aspectos, cabe destacar en primer lugar, que tal y como observaron González - Castro et al. (2014) tras aplicar la estrategia RDI en estudiantes sin dificultades de aprendizaje (DA), los beneficios se producen en todas las variables, obteniendo una mejora estadísticamente significativa en comparación con aquellos estudiantes que no recibían la intervención con la estrategia (GC). En este estudio previo, únicamente dos variables no mostraron diferencias entre los grupos, los hechos numéricos y el cálculo formal, que tal y como plantearon los autores, son habilidades recogidas en el currículo en las que la enseñanza reglada establece mayor énfasis y se entrenan de forma más específica. En todo caso, en el presente estudio todas las variables (informales y formales) presentaron diferencias entre el GT y el GC. En este sentido, los estudiantes con DAM presentan dificultades a este nivel (Montague, 2011) que siguiendo a Krawec et al. (2012) precisan de una intervención y enseñanza explícita. A diferencia de estudiantes sin DAM, aquellos que presentan DAM no mejoran independientemente de la metodología, sino que precisan de estrategias específicas que les permitan adquirir estas competencias informales y formales. Esta es una de las conclusiones que se deriva del presente trabajo y una de las ventajas de la estrategia RDI en lenguaje informatizado, que ha mostrado tras tres meses de entrenamiento una evolución positiva de las competencias matemáticas básicas evaluadas, en las que este grupo de estudiantes presenta dificultades (De Smedt y Gilmore, 2011). Si bien otras herramientas específicas como los programas “Number race” (Wilson et al., 2006) o “Rescue Calcularis” (Kucian et al., 2011) para estudiantes con DAM, han reflejado una mejora a este nivel, es preciso resaltar que en la RDI los ejercicios recogidos trabajan a través de la resolución de problemas (aspecto no incluido en los mencionados programas) las competencias matemáticas básicas para la adquisición de futuros aprendizajes de forma secuencial y progresivamente incrementando el grado de dificultad. También, en esta línea, Miranda, Taverner, Soriano, Meliá y Casañ (2008) subrayan los efectos positivos del uso del ordenador sobre el rendimiento

matemático en la resolución de problemas en estudiantes con DAM. Sin embargo, estos autores (Miranda et al., 2008) observan que esta eficacia es mayor cuando el uso del ordenador se complementa con la instrucción directa el profesor destacando que la combinación de ambos aspectos tiene mayores beneficios sobre la resolución y autorregulación cognitiva.

En segundo lugar, con respecto a la evolución del pretest al postest, los resultados mostraron que no sólo se daban diferencias entre el GT y el GC, sino que, la evolución del pretest al postest resultaba estadísticamente significativa en el GT en todas las variables evaluadas (informales y formales) pero no así en el GC. Estas diferencias entre el pretest y el postest se produjeron en los dos niveles de gravedad (leve y moderado) en el GT. Sin embargo, en el GC la evolución fue significativa con cierta disminución en las puntuaciones en comparación de cantidades, cálculo informal y conceptos informales cuando la gravedad era leve, y en numeración y comparación de cantidades cuando la gravedad era moderada. Sin embargo, en la competencia formal las diferencias fueron significativas solo en convencionalismos en el nivel de gravedad leve, pero en ninguna de las variables en el nivel de gravedad moderado. Podría relacionarse esta disminución en las puntuaciones, sobre todo, en el nivel de gravedad leve con el hecho de que este grupo de estudiantes reciben atención menos individualizada que aquellos estudiantes con mayores dificultades (por ejemplo, con un nivel de gravedad moderado). Además, estos déficits se incrementan a medida que avanza la escolaridad y, por definición, tienen un carácter permanente (Kucian y von Aster, 2015).

En este sentido, los análisis complementarios realizados para controlar la posible interacción entre los niveles de gravedad y las medidas recogidas en el pretest y el postest, apoyan la idea de que la estrategia de intervención RDI es más eficaz que las metodologías tradicionales, especialmente cuando los estudiantes presentan DAM con un nivel de gravedad moderado.

En definitiva, los resultados de este trabajo apuntan que la estrategia computerizada RDI es eficaz incluso cuando los estudiantes presentan grandes dificultades para el aprendizaje de las matemáticas. Estos resultados se relacionarían con que la herramienta secuencía las tareas en función del grado de dificultad, es individualizada, está adaptada al nivel del estudiante y permite la repetición de las tareas de forma continuada, aspectos destacados en el metaanálisis de Ise y Schulte - Körne (2013) como característicos de una intervención efectiva o exitosa. Además, el entrenamiento con la RDI se inicia con la presentación de la información icónica (imágenes) que en otros trabajos también ha mostrado ser muy efectiva en estos primeros niveles educativos (Pape y Tchoshanov, 2001), especialmente cuando el alumnado presenta DAM (Gersten et al., 2009).

Finalmente, es preciso destacar algunas limitaciones del presente trabajo. La primera de ellas se encuentra relacionada con el tamaño muestral y la falta de equivalencia entre los grupos que, por ejemplo, en el caso del GC en el nivel de gravedad moderada, está formado por 9 estudiantes. Por otro lado, dado que la intervención está orientada al entrenamiento de la competencia matemática y la resolución de problemas, resultaría necesario incorporar una medida específica de la eficacia en la resolución de problemas matemáticos con el fin de conocer la evolución en este sentido. Por último, dada la estructura de la estrategia, resultaría adecuado analizar no sólo la eficacia en el resultado, sino también el proceso que realizan los estudiantes durante el entrenamiento con la estrategia, así como, su motivación y actitud hacia la misma, la cual, podría interferir con la eficacia de la misma. En cualquier caso, cabe destacar la necesidad de llevar a cabo intervenciones ajustadas al perfil del estudiante que, en el futuro, resultaría interesante comparar su eficacia en función del formato utilizado (ordenador, Tablet, papel y lápiz, etc.).

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado gracias a la financiación de un Proyecto I+D+i de carácter nacional (EDU2015-65023-P), un proyecto regional (FC/15/GRUPIN14/053) y una beca del programa Severo Ochoa (BP14/030).

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- APA. (2014). *Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales. DSM-5*. [Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Five Edition]. Madrid: E. Médica Panamericana.
- Arbuckle, J. L. (2010). *SPSS (Version 19.0) [Computer Program]*. Chicago: SPSS.
- Argibay, J. C. (2009). Muestra en investigación cuantitativa. *Subjetividad y Procesos Cognitivos*, 13 (1), 13-29. Recuperado el 24 de noviembre de 2017 de: <https://goo.gl/bQbtmT>
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14 (12), 534-541. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.007>
- Cueli, M., Areces, D., García, T., Rodríguez, C., Álvarez - García, D. y González - Castro, P. (2017). Learning Difficulties in Mathematics: An Intervention Proposal. En J. A. González - Pienda, A. Bernardo, J. C. Nuñez, y C. Rodríguez (Eds.), *Factors affecting academic performance* (pp. 173-191). Nueva York: Nova science publishers.

- Cueli, M., González - Castro, P., Rodríguez, C., Núñez, J. C. y González - Pienda, J. A. (2018). Intervención sobre las variables afectivo - motivacionales relacionadas con el aprendizaje en matemáticas. *Educación XXI*, 21 (1), 375-393. doi: <http://dx.doi.org/10.5944/educxx1.12233>
- Cueli, M., Rodríguez, C., Areces, D., García, T. y González - Castro, P. (En prensa). Mejora del aprendizaje autorregulado en matemáticas a través de una aplicación hipermedia: diferencias en función del rendimiento académico y el conocimiento previo. *The Spanish Journal of Psychology*. doi:10.1017/sjp.2017.63
- De Smedt, B. y Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108 (2), 278-292. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2010.09.003>
- Geary, D. C. (2003). Learning disabilities in arithmetic: Problem - solving differences and cognitive deficits. In H. L. Swanson, K. R., Harris, y S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 199-212). New York: Guilford Press.
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. y Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79 (3), 1202-1242. doi: <http://dx.doi.org/10.3102/0034654309334431>
- Ginsburg, H. P. y Baroody, A. J. (2003). *The Test of Early Mathematics Ability* (3rd ed.). Austin, TX: Pro Ed.
- Ginsburg, H. P. y Baroody, A. J. (2007). *Tema-3: test de competencia matemática básica*. (Madrid: TEA Ediciones.
- González - Castro, P., Cueli, M., Cabeza, L., Álvarez - García, D. y Rodríguez, C. (2014). Improving basic math skills through integrated dynamic representation strategies. *Psicothema*, 26 (3), 378-384. doi: 10.7334/psicothema2013.284
- González - Castro, P., Cueli, M., Areces, D., Rodríguez, C. y Sideridis, G. (2016). Improvement of Word Problem Solving and Basic Mathematics Competencies in Students with Attention Deficit / Hyperactivity Disorder and Mathematical Learning. *Learning Disabilities Research and Practice*, 31 (3), 142-155. doi: 10.1111/ldrp.12106
- Ise, E. y Schulte - Körne, G. (2013). Symptoms, diagnosis, and treatment of dyscalculia. *Zeitschrift für Kinder - und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*, 41 (4), 271-282. doi: 10.1024/1422-4917/a000241
- Kadosh, R. D., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L. y Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities: Present and future. *Trends in Neuroscience and Education*, 2 (2), 85-93. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.tine.2013.04.001>
- Kaufmann, L., Mazzooco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Göbel, S. M., Grabner, R. H.,... y Nuerk, H. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4, 516, doi: 10.3389/fpsyg.2013.00516
- Kingsdorf, S. y Krawec, J. (2014). Error Analysis of Mathematical Word Problem Solving Across Students with and without Learning Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 29 (2), 66-74. doi: <http://dx.doi.org/10.1111/ldrp.12029>
- Kline, R. B. (2011). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York: Guilford Press.
- Krawec, J., Huang, J., Montague, M., Kressler, B. y Melia, A. (2012). The effects of cognitive strategy instruction on knowledge of math problem solving processes of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 36 (2), 80-92. doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0731948712463368>

- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Hezi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Galli, M. Martin, E., y von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57 (3), 782-795. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage>.doi: 2011.01.070
- Kucian, K. y von Aster, M. (2015). Developmental dyscalculia. *European Journal of Pediatrics*, 174, 1- 13. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s00431-014-2455-7>
- Mayer, R. E. (2004). *Psicología de la educación*. Madrid: Pearson Educación.
- Miranda, A. y Gil - Lario, M. D. (2001). Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: concepto, manifestaciones y procedimientos de manejo. *Revista de Neurología Clínica*, 2 (1), 55-71.
- Miranda, A., Meliá, A. y Taverner, R. (2009). Habilidades matemáticas y funcionamiento ejecutivo de niños con trastorno por déficit. *Psicothema*, 21 (1), 63-69
- Miranda, A., Taverner, R., Soriano, M., Meliá, A. y Casañ, P. (2008). Aplicación de nuevas tecnologías con estudiantes con dificultades de aprendizaje en la solución de problemas matemáticos: la 'escuela submarina'. *Revista de Neurología*, 48 (S1), 59-63.
- Montague, M. (2011). Mathematics. En V. G. Spencer y Boon, R. T. (Eds.), *Best practices for the inclusive classroom*, (pp. 200-225). USA: ProfrockPress Inc.
- Pape, S. J. y Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*, 40 (2), 118-127.
- Powell, S. R., Cirino, P. T. y Malone, A. S. (2017). Child - Level Predictors of Responsiveness to Evidence - Based Mathematics Intervention. *Exceptional Children*, 83 (4) 359-377. doi: <https://doi.org/10.1177/0014402917690728>
- Presentación, M. J., Siegenthaler, R., Pinto, V., Mercader, J. y Miranda, A. (2014). Math Skills and Executive Functioning in Preschool: Clinical and Ecological Evaluation. *Revista de Psicodidáctica*, 20 (1), 65-82. doi: <http://dx.doi.org/10.1387/RevPsicodidact.11086>
- Presentación, M. J., Mercader, J., Siegenthaler, R., Fernández - Andrés, I. y Miranda, A. (2015). Funcionamiento ejecutivo y motivación en niños de educación infantil con riesgo de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Neurología*, 60 (1), 81-85.
- Raghubar, K., Cirino, P., Barnes, M., Ewing - Cobbs, L., Fletcher, J. y Fuchs, L. (2009). Errors in multi-digit arithmetic and behavioral inattention in children with math difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 42 (4), 356-371. doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0022219409335211>
- Romero, P. J. F. y Lavigne, C. R. (2005). *Dificultades en el aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos*. Málaga (España): Universidad de Málaga.
- Shaffer, D., Fisher, P., Lucas, C. P., Dulcan, M. K. y Schwab - Stone, M. E. (2000). Diagnostic interview schedule for children version IV (NIMH DISC-IV): Description, differences from previous versions and reliability of some common diagnoses. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 39 (1), 28-38. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200001000-00014>
- Swanson, H. L., Hoskyn, M. y Lee, C. M. (1999). *Interventions for students with learning disabilities*. New York, NY: Guilford.
- Valle, A., Rodríguez, S., Cabanach, R. G., Núñez, J. C., González - Pienda, J. A. y Rosário, P. (2009). Diferencias en rendimiento académico según los niveles de las estrategias cognitivas y de las estrategias de autorregulación. *SUMMA Psicológica UST*, 6 (2), 31-42.
- Van Garderen, D. y Montague, M. (2003). Visual - spatial representations and mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18 (4), 246-254. doi: 10.1093/deafed/enm022

- Van Garderen, D., Scheuermann, A. y Jackson, C. (2012). Developing Representational Ability in Mathematics for Students With Learning Disabilities: A Content Analysis of Grades 6 and 7 Textbooks. *Learning Disability Quarterly*, 35 (1) 24-38. doi: 10.1177/0731948711429726
- Wechsler, D. (2005). *The Wechsler Intelligence Scale for Children - 4 th edition*. London: Pearson Assessment.
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L. y Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral Brain Function*, 2, 19. doi: <http://dx.doi.org/10.1186/1744-9081-2-19>
- Zawojewski, J. S. y Lesh, R. (2003). A model and modeling perspective on problem solving. In R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving* (pp. 317-328). Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum.

## **Autores**

---

**Débora Areces.** Universidad de Oviedo, España. [arecesdebora@uniovi.es](mailto:arecesdebora@uniovi.es)

**Marisol Cueli.** Universidad de Oviedo, España. [cuelimarisol@uniovi.es](mailto:cuelimarisol@uniovi.es)

**Trinidad García.** Universidad de Oviedo, España. [garciatrinidad@uniovi.es](mailto:garciatrinidad@uniovi.es)

**Celestino Rodríguez.** Universidad de Oviedo, España. [rodriguezcelestino@uniovi.es](mailto:rodriguezcelestino@uniovi.es)

**Paloma González - Castro.** Universidad de Oviedo, España. [mgcastro@uniovi.es](mailto:mgcastro@uniovi.es)

