

ARGUMENTACIONES DE ESTUDIANTES DE PRIMARIA SOBRE  
REPRESENTACIONES EXTERNAS DE DATOS:  
COMPONENTES LÓGICAS, NUMÉRICAS Y GEOMÉTRICAS

PRIMARY SCHOOL STUDENTS' ARGUMENTS REGARDING EXTERNAL DATA  
REPRESENTATIONS: LOGICAL, NUMERICAL, AND GEOMETRIC COMPONENTS

RESUMEN

Argumentar y representar son habilidades promovidas en los currículos escolares de muchos países. En este estudio, se presentan las argumentaciones sostenidas por seis estudiantes de grados distintos, desde primero a cuarto, sobre representaciones externas construidas por ellos. Se analizó la estructura de su argumentación respecto a algunas componentes presentes en estas representaciones mediante el modelo simple de Toulmin, realizando una interpretación de las argumentaciones e integrando la representación construida con la argumentación. Los elementos argumentativos verbales y gestuales parecen verse influidos por habilidades de expresión oral, conocimientos numéricos y geométricos de los estudiantes. Los argumentos sobre la componente lógica, variable, y la componente numérica, frecuencia, fueron verbalizados por los estudiantes, mientras que las componentes geométricas, base - lineal y linealidad - gráfica, fueron argumentados mediante el lenguaje oral, el gesto y la metaforización.

PALABRAS CLAVE:

- *Argumentación*
- *Representaciones de datos*
- *Modelo simple de Toulmin*

ABSTRACT

Arguing and representing are abilities promoted in the school curricula of many countries. This paper presents the arguments used by six students from grades one to four regarding external representations they created. The structure of the arguments is analyzed with respect to some of the components presented in these representations using Toulmin's simple model, interpreting the arguments, and integrating the representation created with the argumentation. Verbal and gestural argumentative elements appear to be influenced by the students' oral expression abilities and numerical and geometrical knowledge. The arguments about the logical component, the variable, and about the numerical component,

KEY WORDS:

- *Argument*
- *Data representations*
- *Toulmin's simple model*



the frequency, were verbalized by the students, while the linear components, the linear basis and the graphical linearity, were argued for using spoken language, gestures, and metaphors.

#### RESUMO

Argumentação e representações de habilidades são promovidas nos currículos escolares de muitos países. Discussões realizadas por seis alunos da primeira à quarta série em representações externas construídas por eles são apresentadas. A estrutura de seu argumento sobre alguns componentes presentes nestas representações foram analisados utilizando o modelo simples de Toulmin, realizando uma interpretação dos argumentos e integrando a representação argumento construído. Elementos verbais e gestuais argumentativos parecem ser influenciadas pela habilidade de falar, conhecimentos numérica e geométrica dos alunos. Argumentos sobre componente lógico variável, eo componente numérica, frequência, foram verbalizadas pelos alunos, enquanto os componentes lineares, base linear e linearidade gráfico, foram argumentou pela linguagem oral, gestos e metaforização.

#### PALAVRAS CHAVE:

- *Argumentação*
- *Representações de dados*
- *Modelo simples Toulmin*

#### RÉSUMÉ

Arguant et représentent les compétences sont promus dans les programmes scolaires de nombreux pays. Les discussions tenues par six étudiants de la première à la quatrième année sur les représentations extérieures construites par eux sont présentés. La structure de son argument concernant certains composants présents dans ces représentations ont été analysées à l'aide du modèle simple de Toulmin, d'effectuer une interprétation des arguments et l'intégration de la représentation argumentation construite. Éléments verbaux et gestuels argumentatifs semblent être influencés par l'expression orale, la connaissance numérique et géométrique des étudiants. Arguments sur la composante logique, variable, et la composante numérique, la fréquence, ont été verbalisées par les étudiants, tandis que les composants linéaires, une base linéaire et linéarité graphique, ont été argumenter par langue orale, les gestes et la métaphorisation.

#### MOTS CLÉS:

- *L'argumentation*
- *Les représentations de données*
- *Modèle Toulmin simple*

## 1. INTRODUCCIÓN

La competencia de argumentar y razonar en estadística es actualmente un objetivo de los currículos escolares. Una persona alfabetizada estadísticamente además de leer e interpretar los datos, tablas, gráficos y medidas de resumen, puede utilizar

tales herramientas para argumentar con evidencias la validez de una aseveración (del Pino & Estrella, 2012).

Diversas investigaciones sostienen que el desarrollo de la alfabetización estadística toma largo tiempo y debe iniciarse desde los primeros años de la escuela (English, 2010, 2013; Franklin & Garfield, 2006; Shaughnessy, 2006). Varios investigadores en educación estadística han abordado el estudio de las representaciones gráficas (Friel, Curcio, & Bright, 2001; Aoyama, 2007; Pérez - Echeverría, Martí & Pozo, 2010) para promover el análisis exploratorio de datos (NCTM, 2000, 2009; Tukey, 1977) como un acercamiento a la alfabetización en el área, pero sin enfocarse en la argumentación.

El desarrollo del pensamiento matemático promovido por el currículo escolar nacional (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2012) comprende, entre otros, el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas al pensamiento deductivo y lógico, en particular, la argumentación y representación. En tanto, los estándares de la matemática escolar propuestos por el NCTM (2000) consideran desde prekinder el desarrollo y evaluación de argumentos matemáticos y lógicos para justificar conclusiones, crear y usar representaciones para comunicar ideas, resolver problemas, modelar e interpretar fenómenos. Por otro lado, los programas de estudio de primaria en Chile señalan que la “habilidad de argumentar se expresa al descubrir inductivamente regularidades y patrones en sistemas naturales y matemáticos y tratar de convencer a otros de su validez.” (MINEDUC, 2013, p. 32). Dichos programas, sugieren que los estudiantes al presentar sus soluciones a situaciones problemas puedan argumentar, discutir y fundamentar su razonamiento utilizando diversas formas de comunicación de sus ideas, incluyendo representaciones.

En cuanto a representar, MINEDUC (2013) propone que los estudiantes manejen una amplia variedad de representaciones y las manejen con fluidez, con el fin de lograr un aprendizaje significativo y desarrollen su pensamiento. No obstante, las indicaciones curriculares limitan el aprendizaje en educación primaria a que los estudiantes solo usen representaciones pictóricas, como diagramas y gráficos, para comunicar relaciones, sin considerar producciones originales e inéditas de los estudiantes.

El presente estudio contribuye a un área poco explorada en la literatura, la estructura de las argumentaciones sobre la representación externa construida por niños de los cuatro primeros niveles escolares. El propósito del estudio es caracterizar la argumentación dada por estudiantes de grados 1 a 4 respecto a algunas componentes de tipo lógica, numérica y geométrica de las representaciones gráficas de datos construidas por ellos.

## 2. MARCO CONCEPTUAL

Pérez - Echeverría y Scheuer (2009) señalan que los sistemas externos de representación comparten el hecho de que la significación se hace a través de elementos gráficos que remiten a propiedades espaciales, como las propiedades bidimensionales, la alineación de izquierda a derecha, y espacios entre grupos de caracteres. Por tanto, en la construcción de representaciones gráficas necesariamente se coordinan componentes lineales y geométricas en un sistema de coordenadas. Saxe, Shaughnessy, Gearhart y Haldar (2013) estudiaron la coordinación de unidades sobre la recta, y encontraron que estudiantes de quinto grado tienen dificultades conceptuales en la coordinación de unidades numéricas y lineales en la recta numérica.

En consecuencia, al construir una representación externa según ciertos datos entregados, los estudiantes conectan sus conocimientos previos y algunos procedimientos, y operativamente utilizan esquemas mentales asociados a lo lógico, numérico y geométrico. Los recursos intelectuales que los estudiantes construyen al crear representaciones y construir comprensiones matemáticas y estadísticas, involucran algunos componentes específicos, como variable, frecuencia, base - lineal y linealidad - gráfica.

### 2.1. *Componente lógica*

En este estudio consideramos que la variable es una componente lógica que deriva de operaciones lógicas. La clasificación es una de las operaciones lógicas piagetanas para las que está capacitado el ser humano (Piaget, 1965), y consiste en reconocer propiedades similares de elementos que permiten definir diferentes clases, generándose una partición del conjunto de elementos en clases disjuntas.

En una situación de organización de datos, los niños se ven en la necesidad de clasificar identificando una propiedad común de los datos y que varía, la variable, y que es susceptible de ser clasificada en categorías de la variable.

### 2.2. *Componente numérica*

Los niños al construir representaciones de datos, activan su competencia numérica asociada a la organización de datos, la que está construida sobre habilidades matemáticas básicas de aparición temprana en el desarrollo de los niños y precursoras de habilidades más complejas. Entre las habilidades matemáticas emergen la subitización y el conteo, que devienen en el cardinal de un conjunto, y que en estadística se reconoce como frecuencia absoluta, de una categoría de la variable (Estrella, 2016).

Así, la obtención del cardinal involucra la adquisición y empleo del conteo, y la comprensión de este principio de cardinalidad permitirá a los niños relacionar conjuntos de tamaños diferentes en función de su cantidad (e.g., Le Corre & Carey, 2007). Al representar los datos, los estudiantes pueden obtener significado de los mismos identificando tendencias, o visualizando el comportamiento de la “mayoría” al comparar las frecuencias absolutas (cardinal) o al subitizar la cantidad de elementos que más se repiten.

### 2.3. *Componente geométrica*

Piaget y su equipo mostraron que los niños a partir de los 7 a 9 años, demuestran concepciones euclidianas de propiedades transitivas y asociativas de longitudes, y la conservación de la longitud a través de subdivisiones (Piaget, 1965). Estudios más recientes han corroborado los hallazgos centrales de Piaget relacionados con su tratamiento geométrico, en especial la investigación de neurociencia cognitiva y psicológica, muestra que los niños pueden tener intuiciones sobre la representación de número como magnitud lineal sobre una recta, y el carácter de este ordenamiento refleja equidistancias entre números consecutivos (Dehaene, 1997; Laski y Siegler, 2007; Siegler y Booth, 2004; Thompson y Siegler, 2010, citados por Saxe et al., 2013).

Los datos graficados en un sistema de coordenadas implícito permiten visualizar el comportamiento de una variable o la relación entre variables. Como representación externa, el gráfico puede presentar los ejes y en presencia de uno de ellos, como rectas numéricas graduadas, la *frecuencia* es asociada explícitamente a cada categoría de la variable y representada a través de la longitud máxima.

En este estudio denominamos *base - lineal* a aquella base cuyo origen es una línea (explícita o implícita) horizontal, vertical o diagonal, en la cual se inicia la organización de datos del gráfico construido. Denominamos *linealidad - gráfica* a aquella linealidad característica de una organización de datos en columnas, y en que simultáneamente se conservan las distancias entre los espacios entre cada unidad de datos representados. Las componentes base - lineal y linealidad - gráfica, aunque ausentes en la literatura sobre representaciones gráficas, como se verá más adelante, son esenciales para comparar y visualizar alguna relación entre los datos.

### 2.4. *Argumentación*

Además de la construcción de representaciones, los estudiantes pueden verbalizar sus ideas sobre sus representaciones externas, y pueden producir y reconocer la

función de los argumentos espontáneamente (Mercier & Sperber, 2011). Algunos estudios han mostrado que la capacidad de producir argumentos justificativos aparece alrededor de los 8 años (García - Mila et al., 2016).

Martí y Scheuer (2015) afirman que las matemáticas están intrínsecamente relacionadas con el uso de diferentes sistemas semióticos, como el lenguaje gestual, verbal y gráfico. Los niños pueden formular explicaciones diversas mediante gestos que permiten comunicar sus ideas. Aparicio y Cantoral (2006) entienden el aspecto gestual como comunicación cultural que sirve para enlazar el significado de un concepto y la comunicación de las nociones e imágenes internas. Los gestos como origen del lenguaje humano, denotan y preceden al lenguaje escrito y a las representaciones, y permiten una comunicación más universal que el lenguaje verbal (Aparicio y Cantoral, 2006; Arzarello, 2006; Corballis, 2003).

Sfard (2009) valora la experiencia cultural y destaca el uso del gesto como una capacidad espontánea para relacionar movimientos del cuerpo a ciertos aspectos familiares del mundo. La importancia de la comunicación gestual no sólo reside en el enfatizar ciertas ideas verbalizadas, sino que es todo un andamiaje comunicacional; así Sfard (2009) afirma que cualquier acto de comunicación es ya un acto de pensar, por lo tanto, el pensamiento puede manifestarse de cualquier forma comunicativa, incluyendo lo gestual. En esta línea, la cognición corporizada como perspectiva más orgánica de la cognición (Thompson & Varela, 2001), entiende que la mente está presente en la propia experiencia corpórea cotidiana.

En sus estudios de argumentación, Toulmin (1958) considera que al aseverar algo respecto a ciertos datos existe un compromiso del sujeto con dicha afirmación, y que tal aseveración original dispone de elementos justificatorios que la apoyan. Continuando esta idea, los niños pueden expresar cómo a partir de ciertos datos han pasado a hacer una conclusión porque existe una cierta garantía implícita de ello que apoya tal conclusión.

El modelo simple de Toulmin considera tres elementos que juegan distintos papeles en términos argumentativos: las conclusiones (C), que se refieren a afirmaciones cuyo valor estamos tratando de establecer para convencer a otro; los datos (D), son elementos justificatorios que alegamos como base de C; y las garantías (G), son proposiciones que legitiman el paso de D a C. Además, Toulmin (1958) sostiene que una de las razones para distinguir entre dato y garantía, es que a los primeros se apela explícitamente y a los últimos implícitamente. La Figura 1 muestra el modelo simple propuesto por Toulmin, que organiza la argumentación en términos de conclusiones (C), datos (D) y garantías (G).

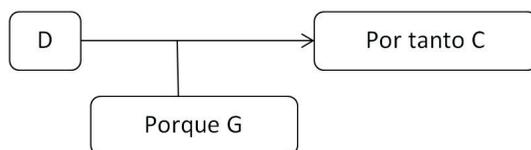


Figura 1. Modelo simple para analizar argumentos (Toulmin, 1958, p. 135)

Martí y Scheuer (2016) señalan que, aunque la construcción de explicaciones científicas se fundamenta en el uso eficaz y apropiado de las representaciones externas, los estudios que abordan el uso de estas representaciones en la argumentación son muy escasos. Y por otro lado, Saxe y colaboradores (2013), en su estudio de la recta numérica, afirman que la investigación no se ha centrado en el desarrollo de la coordinación de unidades numéricas y lineales en los estudiantes, y en cómo ellos la interpretan y generan.

Así, el presente estudio investiga la estructura de las argumentaciones de estudiantes de primaria sobre las representaciones construidas por ellos, y las componentes lógicas, numéricas y geométricas que las caracterizan.

### 3. METODOLOGÍA

Este estudio es de carácter cualitativo y busca caracterizar los argumentos de los estudiantes sobre algunas componentes de representaciones gráficas de datos que construyen en una situación de organización de datos.

#### 3.1. Sujetos

Desde un estudio anterior sobre la progresión de las representaciones de datos de 343 estudiantes en los grados 1 al 4 (6 a 9 años de edad), fueron entrevistados 30 estudiantes de dos escuelas chilenas con rendimiento académico cercano a la media nacional en un test de matemática<sup>1</sup>, en adelante denominadas escuela A y B, con el fin de indagar acerca de sus argumentaciones sobre las propias representaciones de datos. El estudio contó con el consentimiento escrito de los directores de ambos establecimientos, de los profesores, de los apoderados y de los estudiantes.

<sup>1</sup> Prueba SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación) del grado 4, año 2014.

Los criterios de selección para entrevistar a los 30 estudiantes consideraron la riqueza de sus producciones sobre representaciones de datos, el grado de participación que tuvieron al momento de expresar sus ideas en una clase previa, y la disposición a ser entrevistados. Para indagar en las argumentaciones sobre las representaciones, seis de los 30 estudiantes fueron seleccionados por las características de los argumentos de las componentes de la representación gráfica construida por ellos con anterioridad y la habilidad para expresarse verbalmente. El total de sujetos contempla dos niñas y cuatro niños: uno del grado 1, dos del grado 2, dos del grado 3 y uno del grado 4. Uno de los estudiantes pertenece a la escuela A y cinco a la escuela B.

### 3.2. *Recogida de datos y preparación de instrumentos*

Tarea. Al estudiante se le proponía una situación abierta de organización de datos para la exploración heurística, en la que se presentaban 9 o 10 fichas de tres colores (3 rojas, 2 verdes, 4 o 5 azules), todas del mismo tamaño, peso y textura, para que las organizaran libremente sobre una placa rectangular (ver Figura 2).



Figura 2. Estudiante organizando las 9 fichas en la placa

### 3.3. *Entrevista*

Se diseñó un protocolo de entrevista clínica semiestructurada que demandaba a los estudiantes operacionalizar y verbalizar sus ideas en relación a la situación abierta de organización de datos (ver Anexo 1). Además, el entrevistador realizaba algunos cambios sobre lo construido por ellos según protocolo de entrevista, el cual contenía sub-tareas asociadas a las componentes lógica (variable), numérica (frecuencia) y geométrica (base - lineal y linealidad - gráfica) de la representación (ver Anexo 2). Los cambios realizados sobre su representación consistían en alterar la base y las columnas, pidiéndole su juicio respecto al cambio sobre su representación de datos.

### 3.4. *Aplicación de instrumentos*

Las entrevistas fueron realizadas individualmente según protocolo, con una duración promedio de 30 minutos, y videograbadas en las dependencias de cada escuela. Cada estudiante fue entrevistado por dos investigadores, uno actuaba como entrevistador y otro como investigador observante, el cual eventualmente proveía de preguntas adicionales y realizaba notas de campo.

Los datos fueron (1) las representaciones externas creadas por los estudiantes a la situación abierta de análisis de datos, y (2) las respuestas dadas por los estudiantes a la tarea durante las entrevistas clínicas semiestructuradas.

### 3.5. *Análisis*

Para el análisis de los datos se consideraron las categorías levantadas desde las producciones elaboradas por los estudiantes en la lección previa de organización de datos mencionada: componente lógica, componente numérica y componente geométrica. Esto se llevó a cabo mediante las transcripciones de las entrevistas y de observaciones escritas desde las videograbaciones de estas entrevistas.

Recogidos los datos, el análisis consideró tres fases: (I) selección de 6 estudiantes de los 30 entrevistados, que construyen representaciones gráficas por grado; (II) identificación de las componentes en las representaciones gráficas; y (III) interpretación y estructuración de las argumentaciones de los estudiantes respecto a las componentes de la representación gráfica, según modelo simple de Toulmin.

A continuación se describen las fases del análisis.

- *Fase I: Selección de los seis estudiantes que construyen representaciones gráficas por grado.*

A partir de la revisión de la videograbación y transcripción de las 30 entrevistas clínicas, las representaciones y las notas de campo; los investigadores seleccionaron a aquellos estudiantes que construyeron una representación gráfica y mostraban argumentos de las componentes sobre ella; y que además, exhibían mayor habilidad verbal.

- *Fase II: Identificación de las componentes en las representaciones gráficas.*

A partir de la transcripción, las representaciones gráficas y las notas de campo, se identificó la aparición de cada componente y del tiempo en que emergió en cada uno de los 6 estudiantes. Las componentes identificadas han sido rotuladas como lógica para variable, numérica para frecuencia, y geométrica para base - lineal y linealidad - gráfica.

- *Fase III: Interpretación y estructuración de las argumentaciones de los estudiantes seleccionados respecto a las componentes de la representación gráfica.*

Por medio de la observación y confrontación de las transcripciones de las entrevistas y las videograbaciones, los investigadores interpretaron los argumentos dados por los estudiantes en relación a las componentes de su representación gráfica. Después, se estructuraron estos argumentos en base al modelo simple (datos, garantía y conclusión) de Toulmin, conjuntamente por los investigadores, lo que se realizó en tres ocasiones para precisar la interpretación y los elementos del modelo, llegándose a un 100% de concordancia entre investigadores.

#### 4. RESULTADOS

El uso de la entrevista clínica ha permitido indagar en las características de las respuestas de los estudiantes de grado 1 a 4. En esta sección, se presentan los argumentos entregados por el estudiante al confrontarle sobre cómo ha organizado los datos (fichas) y al cuestionarle sobre ciertos componentes de la representación de datos que ha construido (ver Anexo 2).

Durante la entrevista clínica se ha solicitado al estudiante argumentar para constatar que reconoce la variable en juego (color), y cómo relaciona los datos y el sentido del cardinal (frecuencia). Además, se le confronta a dos cambios en su representación, se desajusta la base - lineal y se elimina la linealidad - gráfica, pidiéndole su juicio respecto a lo realizado sobre su representación.

A continuación se analizan los argumentos dados por los estudiantes, se presentan conjuntamente sus representaciones y argumentaciones intencionadas por Protocolo de entrevista (Anexo 1). Cada caso es analizado desde el modelo simple de argumentación de Toulmin (ver Figura 1).

##### 4.1. *Argumentos verbales respecto a la variable*

E-1 es un estudiante hombre, tiene 10 años y 1 mes de edad, y cursa el grado 4 de la escuela B. El entrevistador muestra las fichas de tres colores distintos a E-1 y le pregunta ¿Cómo organizarías estos datos? E-1 observa y clasifica las fichas y verbaliza sus ideas.

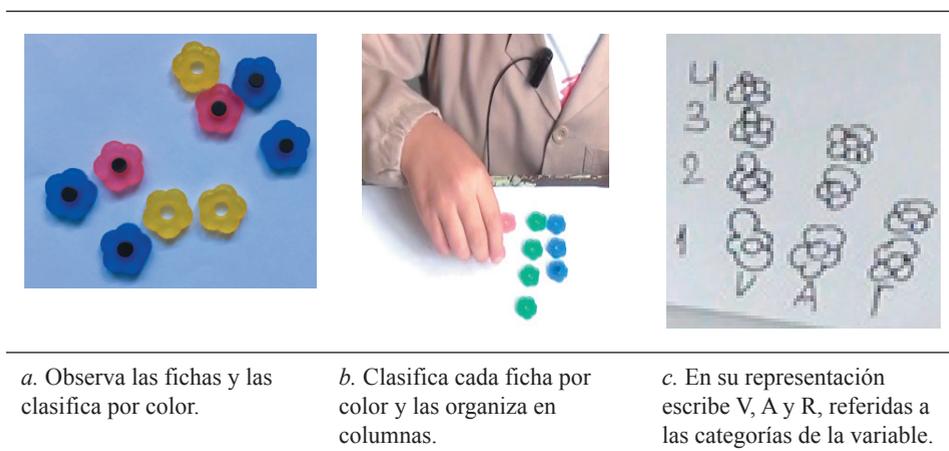


Figura 3. Proceso de organización de datos del estudiante E-1

El estudiante reconoce la variable color del conjunto de fichas (D), y mediante la clasificación de los datos representa simbólicamente cada color con una única letra: V, A, R, (C). La garantía que respalda la simbolización de las categorías de la variable proviene de la partición del conjunto de fichas en subconjuntos disjuntos definidos según color de cada ficha (G), ver Figura 3.

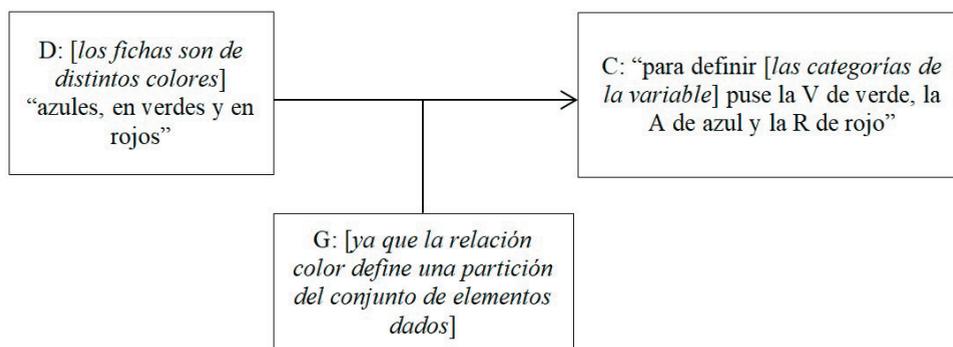
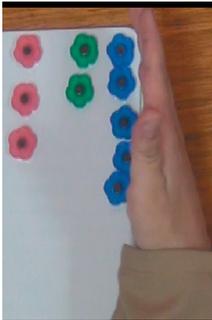


Figura 4. Estructura del argumento del estudiante E-1

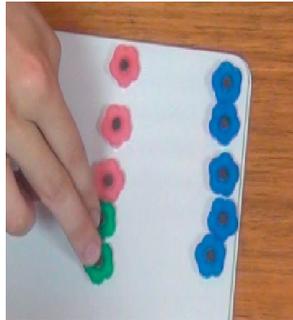
E-1 considera implícitamente la variable color como criterio de clasificación de datos, ya que al verbalizar la construcción de su representación afirma definir las categorías de la variable “puse la V de verde, la A de azul y la R de rojo”. La simbolización de las clases de E-1 proviene de la clasificación disjunta realizada con el material concreto (ver Figura 3c), en que todas las fichas pertenecían a una y solo una de las categorías de la variable (Figura 4).

#### 4.2. Argumentos verbales y gestuales respecto a la variable

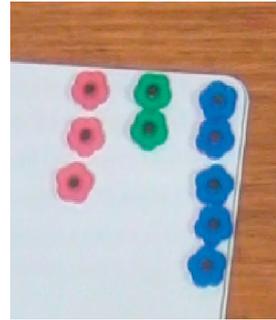
E-2 es un estudiante hombre, tiene 7 años de edad, y cursa el grado 2 de la escuela A. El entrevistador interviene en la representación de E-2, construida con tres columnas separadas por colores distintos, y coloca fichas de otro color en una de las columnas (Figura 5b), y le confronta “Si un niño como tú, viene y coloca estas fichas acá, ¿Te parece bien?”. El estudiante E-2 observa lo realizado sobre su representación, rechaza la intervención y la reconstruye (Figura 5c).



a. Representación inicial de E-2.



b. Entrevistador interviene en la representación de E-2, colocando fichas de otro color.



c. E-2 rechaza la intervención propuesta y rehace la representación construida por él.

Figura 5. Proceso de organización de datos del estudiante E-2

La nueva organización de los datos propuesta por el entrevistador a E-2 (Figura 5b) incluye en una misma columna fichas de dos colores (D), por tanto, el estudiante gestualiza que no está de acuerdo con esta propuesta (C), ya que cada columna debe tener fichas de un mismo color (G), ver Figura 6.

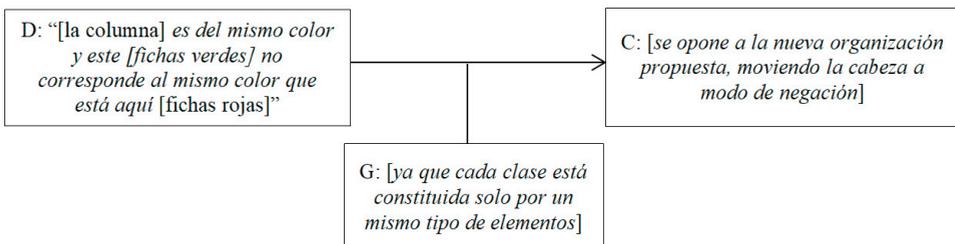


Figura 6. Estructura del argumento del estudiante E-2

El proceder de E-2 da evidencia de la comprensión del color como la variable, pues al intervenir la representación construida, se opone a ello rehaciendo su organización inicial conservando las categorías de la variable. Al parecer E-2 se apoya en la clasificación disjunta que realiza con el material concreto y en el establecimiento de las clases, esto es, las categorías de la variable.

#### 4.3. Argumentos verbales respecto a la frecuencia

E-1 es un estudiante hombre, tiene 10 años y 1 mes de edad, y cursa el grado 4 de la escuela B. El entrevistador ofrece un lápiz a E-1 para que agregue lo que estime conveniente sobre la representación construida. Luego le dice, cuéntame ¿Cómo lo hiciste? E-1 observa lo construido por él, señalando y verbalizando sus procedimientos.



a. Bosqueja una recta numérica vertical del 0 al 8.

b. Ajusta la recta numérica vertical para posicionar cada ficha frente a un número.

c. Asocia explícitamente el cardinal a la categoría de la variable (V, A, R).

Figura 7. Proceso de organización de datos del estudiante E-1

El estudiante E-1 indica las fichas posicionadas en columnas desde una base común a la que llama “cero” (D), en que cada columna tiene asociado un único número ubicada ordenada y verticalmente a la izquierda, que representa la cantidad de fichas contadas de cada color. E-1 asocia a cada columna una cantidad de fichas, concluyendo que cada ficha de un color tiene asociado un único número (C). La garantía radica en que los números organizados en una recta numérica permiten asociar un único cardinal a cada elemento (G), ver Figura 8.

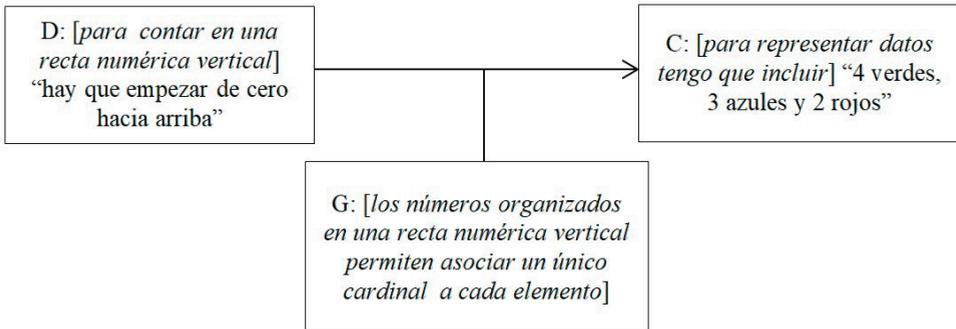


Figura 8. Estructura del argumento del estudiante E-1

El estudiante E-1 construye posicionando fichas en columnas desde una base inicial y asocia a cada ficha de una misma clase un único número (Figura 7, b y c). Consideramos que construye un incipiente “eje Y”, pues escribe verticalmente todos los cardinales involucrados incluyendo el 1, aunque sin una línea explícita ni el cero, que sin embargo representan la cantidad de fichas una a una (ver Figura 7c). El estudiante argumenta desde su clasificación y construcción de la representación en que se explicitan las categorías de la variable mediante el material concreto y el cardinal asociado a cada categoría de la variable, que reconocemos como frecuencia.

E-3 es una estudiante mujer, tiene 8 años y 10 meses de edad, y cursa el grado 3 de la escuela B. El entrevistador observa la representación construida por E-3 y le ofrece un lápiz para escribir lo que estime conveniente. Luego le pregunta ¿cómo lo hiciste? E-3 observa lo construido por ella, señalando y verbalizando sus procedimientos.

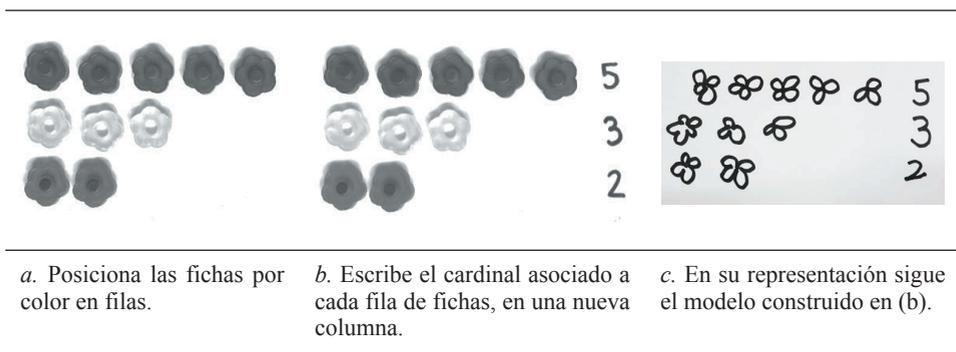


Figura 9. Proceso de organización de datos del estudiante E-3

La estudiante E-3 afirma que es necesario registrar el número de fichas según el color (C), esta idea yace en el hecho de que las fichas fueron clasificadas y contadas según el color de cada una (D). Lo anterior se basa en que cada fila tiene asociada una clase con un número finito de elementos de un color (G), ver Figura 10. En este caso, el uso de la frecuencia se evidencia en la Figura 9, pues los números correspondientes a cada columna de color están alineados entre sí.

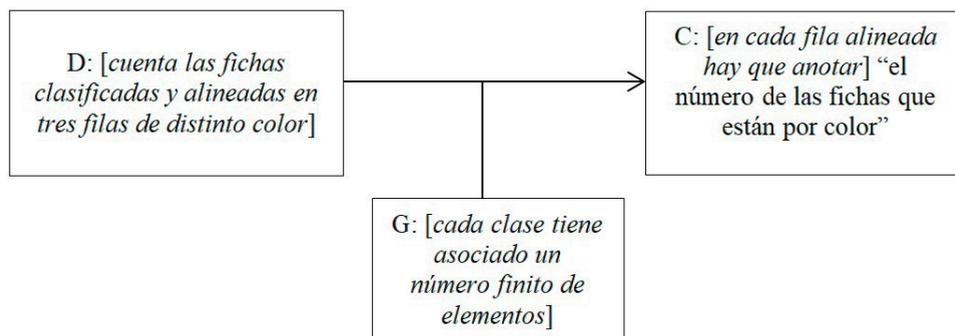


Figura 10. Estructura del argumento de la estudiante E-3

La estudiante E-3 aplica el concepto de frecuencia absoluta ya que distingue la variable cuantitativa de la cualitativa, al escribir el cardinal frente a cada categoría de la variable de su representación (Figura 9). Al solicitarle el significado del mismo, E-3 afirma que es “el número de las fichas que están por color”, esto indica que ella asocia a cada clase (categoría de la variable) su cardinal, esto es la frecuencia.

#### 4.4. Argumentos metafóricos respecto a la base - lineal

E-1 es un estudiante hombre, tiene 10 años y 1 mes de edad, y cursa el grado 4 de la escuela B. El entrevistador interviene en su representación; mueve una ficha de la base - lineal colocándola arriba de la columna (Figura 11a), y le pregunta, “Si un niño como tú, viene y coloca esta ficha acá, ¿qué crees? ¿lo dejarías así?” E-1 observa lo realizado sobre su representación y vuelve la ficha al lugar inicial como lo indica la Figura 11.

Figura 11.

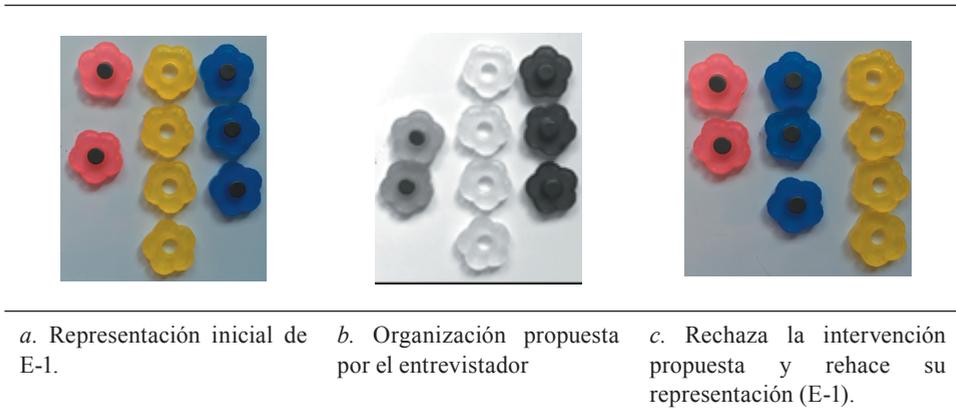


Figura 11. Proceso de organización de datos del estudiante E-1

Tras el cambio en su representación, el estudiante E-1 se opone (C), y mueve la ficha trasladada de la parte superior de la columna a su ubicación inicial (Figura 11c), pues en la organización propuesta por el entrevistador (D), la columna de fichas inicia con un espacio vacío que lo diferencia del resto (Figura 11b), luego no se cumple que todas las columnas “tienen que empezar de cero”. La garantía que sustenta lo anterior es la idea de que elementos organizados colinealmente requieren de una recta de referencia común que sea perpendicular a estos elementos organizados (G), ver Figura 12.

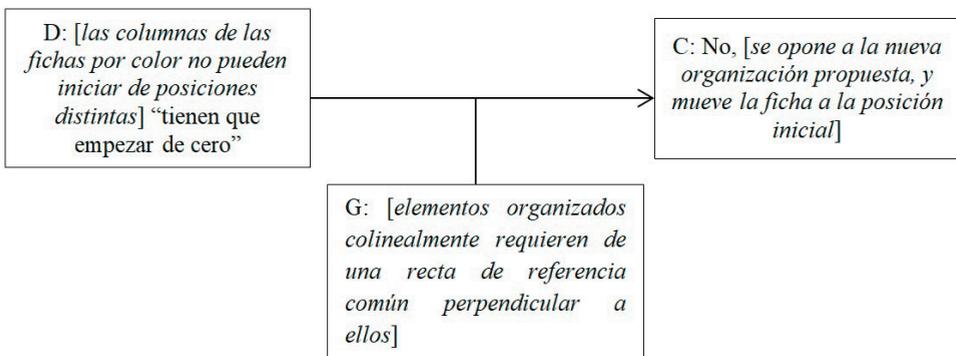


Figura 12. Estructura del argumento del estudiante E-1

El estudiante E-1 muestra que usa la componente base-lineal al oponerse a que cada columna se inicie en posiciones distintas, volviendo a mover la ficha al punto de partida común argumentando que las columnas “tienen que empezar de

ceró”. Al parecer E-1 respalda su afirmación al considerar la metáfora del cero - inicio como una base - lineal.

E-4 es un estudiante hombre, tiene 6 años y 2 meses de edad, y cursa el grado 1 de la escuela B. El entrevistador interviene en su representación, mueve una ficha de la base-lineal colocándola arriba de la columna, y le pregunta, “Si un niño como tú; viene y coloca esta ficha acá, ¿qué crees? ¿lo dejarías así?” E-4 observa lo realizado sobre su representación y verbaliza su pensamiento.



a. Organización propuesta por el entrevistador (interviene la base)

b. E-4 observa y reflexiona sobre la situación propuesta

c. E-4 indica que todas las fichas deben partir de una base.

Figura 13. Proceso de organización de datos del estudiante E-4

El estudiante E-4 está en desacuerdo con que cada columna se inicie en posiciones distintas (D). Por lo tanto, “para que toque más el suelo” traslada la ficha al inicio de la base de las columnas (C), Figura 13. Lo anterior tiene como respaldo que una base horizontal es un punto de partida común para posicionar objetos en forma vertical (G), ver Figura 14.

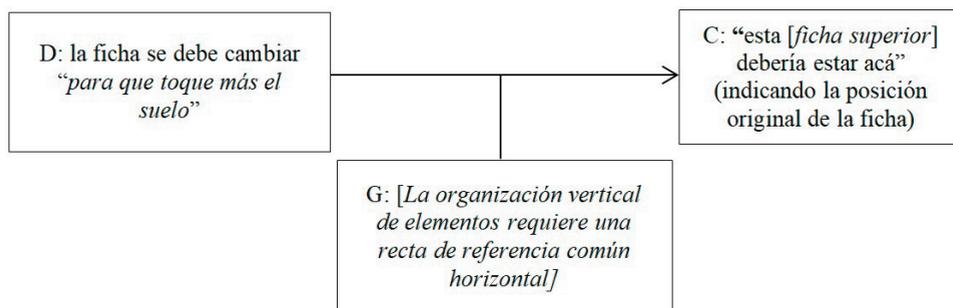


Figura 14. Estructura del argumento del estudiante E-4

El estudiante E-4 muestra que tiene conciencia de la componente base - lineal al estar en desacuerdo con que cada columna se inicie en posiciones distintas, explicando que la ficha debe tocar el suelo. Al parecer este estudiante respalda su afirmación al considerar la metáfora del suelo como un punto de partida común para construir su representación, esto es una base - lineal.

#### 4.5. Argumentos verbales metaforizados respecto a linealidad - gráfica

E-5 es un estudiante hombre, tiene 7 años y 3 meses de edad, y cursa el grado 2 de la escuela B. El entrevistador interviene en su representación, mueve fichas de las columnas de tal manera de curvarlas haciendo perder la linealidad - gráfica, y le pregunta al estudiante, “Si un compañero coloca así las fichas, ¿qué crees? ¿lo dejarías así?” E-5 observa y verbaliza su pensamiento.



a. Organización propuesta por el entrevistador

b. E-5 apoya su idea con el gesto de sus manos, indicando que deben estar derechas.

c. E-5 reorganiza las fichas para que todas estén alineadas y paralelas entre sí.

Figura 15. Proceso de organización de datos del estudiante E-5

E-5 no está de acuerdo con la curvatura de la columna de fichas (C), por lo tanto reorganiza esas fichas conforme a una recta pues debe haber un orden y compara las columnas rectas y las curvadas (D), determinando que “las demás [columnas de fichas] estarían en la meta y esta [columna curvada] no estaría en la meta porque está chueco”. La garantía que brinda es el paralelismo entre rectas vinculado a la idea de linealidad - gráfica (G), ver Figura 16.

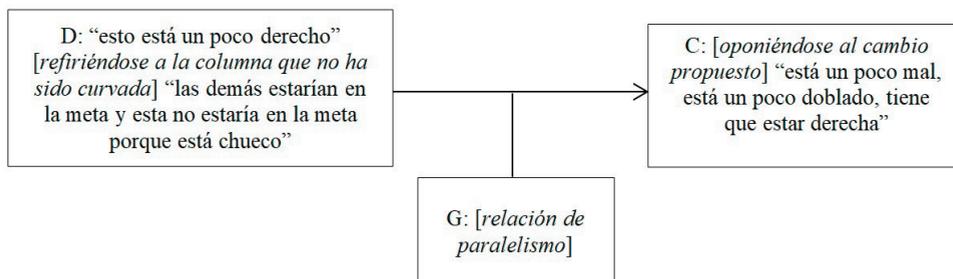
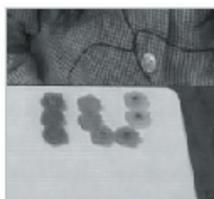


Figura 16. Estructura del argumento del estudiante E-5

El estudiante E-5 reconoce la necesidad de respetar la linealidad - gráfica, pues al observar la única columna curvada (ver Figura 15), afirma “está un poco mal, un poco doblada, y estas están derechas [...] entonces no estaría en la meta, entonces está mal arreglado”. E-5 no está de acuerdo con la curvatura realizada en una de las columnas, por lo tanto reorganiza esas fichas en una recta para ordenar. E-5 respalda su afirmación considerando la metáfora de la meta, refiriéndose a la dirección común dentro de un circuito de pistas, en el sentido de un paralelismo entre rectas (ver Figura 16). Al parecer el estudiante E-5 considera ordenar las fichas colinealmente de tal manera que la columna curvada nuevamente sea paralela a las demás columnas, en el sentido que hemos denominado linealidad - gráfica, y metaforizado por E-5 mediante la idea de meta [de un circuito de pistas paralelas].

#### 4.6. Argumentos gestuales respecto a linealidad - gráfica

E-6 es una estudiante mujer, tiene 8 años y 5 meses de edad, y cursa el grado 3 de la escuela B. El entrevistador interviene en su representación, mueve fichas de las columnas de tal manera que las curva haciendo perder la linealidad - gráfica, y le pregunta, “Suponte que viene un niño y hace esto así. ¿qué crees? ¿lo dejarías así?”



a. Organización propuesta por el entrevistador.



b. Al oponerse al cambio propuesto gestualiza con el canto de la mano.



c. Reorganiza las fichas, bajo su criterio.

Figura 17. Proceso de organización de datos del estudiante E-6

La estudiante E-6 no está de acuerdo con la curvatura de la columna central propuesta (C), pues ella considera que debe estar recto, enfatizándolo con un movimiento de su mano (D). Lo que garantiza su afirmación es la idea de colinealidad (G), ver Figura 18.

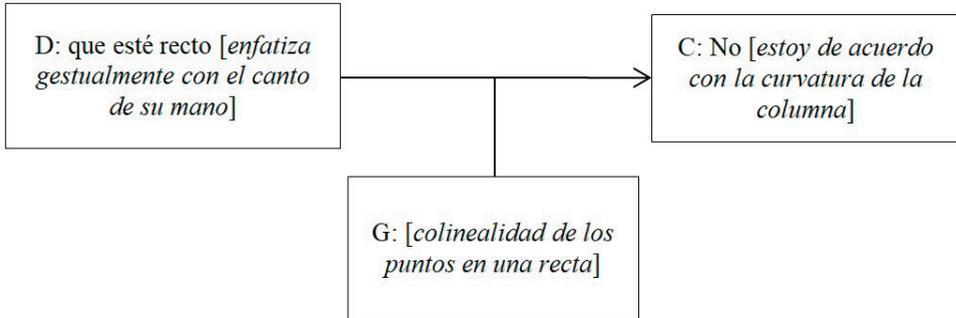


Figura 18. Estructura del argumento del estudiante E-6

E-6 reconoce la necesidad de respetar la linealidad - gráfica, pues al observar el cambio realizado al curvar una de sus columnas, ella no está de acuerdo. La estudiante enfatiza con el canto de su mano la idea de lo recto (ver Figura 17), y reorganiza las fichas de una columna para “que esté recto” (Figura 18). La estudiante E-6 considera esta organización colineal de fichas, lo que gestualiza mediante el canto de su mano, en el sentido que hemos denominado linealidad - gráfica.

## 5. DISCUSIÓN

Este estudio cualitativo es una contribución al campo de la educación matemática, en tanto indaga en la estructura de las argumentaciones sobre representaciones externas de datos construida por niños en los cuatro primeros niveles escolares, respecto a algunas componentes de tipo lógico, numérico y geométrico. La situación implementada provocó que los estudiantes operativamente utilizarán esquemas lógicos (clasificación), matemáticos (partición, clases y cardinalidad) y geométricos (recta numérica, paralelismo, perpendicularidad, colinealidad) para argumentar; y en la construcción de las representaciones de datos los niños emplearan la componente lógica, variable, la componente numérica, frecuencia, y las componentes geométricas, base - lineal y linealidad - gráfica.

Los casos estudiados respecto a la variable, E-1 y E-2, presentan argumentos que parecen sostenerse en conceptos matemáticos implícitos, partición y clase de equivalencia, que interpretamos como garantías en el despliegue argumentativo de los casos presentados, según el modelo de Toulmin. Los estudiantes E-1 y E-2 sostuvieron su conclusión desde la clasificación de los elementos según el criterio subyacente a un atributo de los datos que remite a las categorías de la variable.

Los argumentos respecto a la frecuencia parecen sostenerse en conceptos geométricos y matemáticos implícitos como recta numérica y cardinalidad, que interpretamos como garantías en el despliegue argumentativo de los casos E-1 y E-3 presentados. El estudiante E-1 sostuvo su conclusión indicando que en el eje Y “hay que empezar de cero hacia arriba” como inicio del conteo para obtener la frecuencia de la categoría de la variable mediante la biyección de la altura (último elemento graficado de cada clase) con su respectivo numeral en la recta numérica (eje Y), mientras que la estudiante E-3 sostuvo su conclusión en el conteo de los elementos de la clase para obtener el cardinal en un estatus de frecuencia.

Los argumentos respecto a la base - lineal, parecen sostenerse en conceptos geométricos implícitos como perpendicularidad y recta común, y que interpretamos como garantías en el despliegue argumentativo de los casos E-1 y E-4 presentados. El estudiante E-1 sostiene su conclusión expresando “tienen que empezar de cero” como punto de partida perpendicular a una recta común, mientras que E-4 sustenta su conclusión señalando al “suelo” como recta común de partida.

Los argumentos respecto a la linealidad - gráfica parecen sostenerse en conceptos geométricos implícitos como colinealidad y paralelismo, los cuales son relaciones entre puntos o rectas respectivamente, y que interpretamos como garantías en el despliegue argumentativo de los casos E-5 y E-6 presentados. La estudiante E-6 sostiene su conclusión a partir de gestos con el canto de su mano, remitiéndose a lo recto, mientras que E-5 sustenta su conclusión refiriéndose a la idea metafórica de pistas paralelas.

Las metáforas mencionadas en las argumentaciones de los estudiantes fueron el suelo, lo recto, lo ordenado, la meta y las pistas. Estas son metáforas orientacionales en el sentido de Lakoff y Johnson (1980), pues dan a un concepto una orientación espacial que proviene de la experiencia física y cultural de los niños. Los argumentos metafóricos estuvieron reforzados por argumentos desde la gestualidad, movimientos con las manos para expresar un avance recto, o fijar con la mano un punto de partida ficticio frente al cuerpo.

## 6. CONCLUSIONES

Esta investigación indagó en la habilidad de representar y en las argumentaciones sobre componentes de las representaciones construidas por estudiantes de los primeros grados de primaria.

El estudio de las argumentaciones da evidencia que las representaciones externas son “objetos para pensar”, y no solo cumplen una función comunicativa, en el sentido señalado por Martí y Scheuer (2015). De esta manera, los signos involucrados en las representaciones han jugado un papel fundamental, pues son primordiales como medio para argumentar verbal, metafórica y gestualmente, permitiendo comunicar y justificar ideas. En el sentido de Corballis (2003) y Sfard (2009), la verbalización integrada con la gestualidad ha permitido a los estudiantes construir sus argumentos sobre las componentes de las representaciones.

Los elementos argumentativos verbales y gestuales respecto a la representación, parecen verse influidos no solo por habilidades de expresión oral de los estudiantes sino por el desarrollo cognitivo según su edad. Los argumentos sobre la componente lógica, variable, y la componente numérica, frecuencia, fueron verbalizados por los estudiantes, mientras que las componentes geométricas, base - lineal y linealidad - gráfica, fueron argumentados desde el lenguaje oral, la gestualidad y la metaforización.

Los resultados del análisis de los casos declarados en este estudio, concuerdan en que los argumentos justificativos aparecen entre los 8 a 9 años, (García - Mila et al., 2016), pues principalmente los casos analizados de los grados 3 y 4 fueron quienes verbalizaron con mayor fluidez sus ideas. Asimismo, y en concordancia con Piaget, los niños de 7 a 9 años demostraron concepciones de propiedades transitivas y asociativas de longitudes, y la conservación de la longitud.

Aunque a menor grado de escolaridad los estudiantes utilizaron más los gestos y metáforas, el uso de metáforas orientacionales que documentamos y que emergen al argumentar conocimientos que no han sido reconocidos –base - lineal y linealidad - gráfica–, sirve para que la metaforización del estudiante sea valorada como parte de un andamiaje en la construcción de argumentaciones sobre representaciones.

El análisis de los argumentos de los estudiantes en la coordinación que realizan de la variable, frecuencia, base - lineal y linealidad - gráfica, al construir una representación externa de datos, ha permitido precisar conocimientos conceptuales matemáticos y geométricos necesarios para realizar tal coordinación, como partición, clases, cardinalidad, colinealidad, paralelismo, perpendicularidad,

y recta numérica. Tales conocimientos requieren ser considerados en el diseño de materiales y orientaciones curriculares, y en el trabajo con profesores en su tarea de alfabetización estadística mediante la argumentación y las representaciones de datos.

Investigaciones futuras pueden incluir contextos que motiven a los estudiantes a construir representaciones en tres dimensiones, estudiar la conservación de la distancia entre los elementos gráficos presentes en la construcción de las representaciones, e indagar en la acción corporal en ambientes argumentativos.

### RECONOCIMIENTOS

La investigación presentada ha sido financiada por CONICYT a través del Proyecto FONDECYT N° 11140472, y financiada parcialmente por PIA-CONICYT, Proyecto CIE-05 CIAE, Basal Funds for Centers of Excellence FB 0003; CONICYT-PCHA / Doctorado Nacional: 2016-21161378 y 2016-21161569

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (número especial), 267-299.
- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2 (3), 298-318.
- Aparicio, E., y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 7-30.
- Corballis, M. (2003). From mouth to hand: gesture, speech, and the evolution of right handedness. *Behavioral and Brain Sciences*, 26, 199-260.
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49 (1), 53-64.
- English, L. D. (2013). Reconceptualizing statistical learning in the early years. In L. D. English & J. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 67-82). New York: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-6440-8
- English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22 (2), 24-47.
- Estrella, S. (2016). Desarrollo matemático y estadístico: explorando su competencia meta - representacional. *Actas de las XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, Chile, 20, 64-70. ISSN 0719-8159

- Franklin, C. A., & Garfield, J. (2006). The GAISE project: Developing statistics education guidelines for grades pre-K-12 and college courses. In G. Burrill & P. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance 68th Yearbook* (pp. 345–376). Reston, VA: NCTM.
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124-158. doi: 10.2307/749671
- García - Mila, M., Pérez - Echeverría, M. P., Postigo, Y., Martí, E., Villarroel, C., & Gabucio, F. (2016). ¿Centrales nucleares? ¿Sí o no? ¡Gracias! El uso argumentativo de tablas y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 39 (1), 187-218. doi: 10.1080/02103702.2015.1111605
- Lakoff, G., & Johnson, M. (1980). The metaphorical structure of the human conceptual system. *Cognitive science*, 4 (2), 195-208. doi: 10.1207/s15516709cog0402\_4
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395–438. doi:10.1016/j.cognition.2006.10.005
- Martí, E., & Scheuer, N. (2015). Sistemas semióticos, cultura y conocimiento matemático temprano. *Estudios de Psicología*, 36 (1), 9-17.
- Mercier, H., & Sperber, D. (2011). Why do humans reason? Arguments for an argumentative theory. *Behavioral and Brain Sciences*, 34 (02), 57-74. doi: 10.1017/S0140525X10000968
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2012). *Bases Curriculares de la Educación Básica, Matemática*. Santiago de Chile: Autor.
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2013). *Matemática, Programa de Estudio para Primer Año Básico*. Santiago de Chile: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2009). *Navigating through data analysis and probability in prekindergarten - grade 2* (Vol. 1). Reston, VA: Author.
- Pérez - Echeverría, M. P., Martí, E., & Pozo, J. I. (2010). Los sistemas externos de representación como herramientas de la mente. *Cultura y Educación*, 22 (2), 133-147.
- Pérez - Echeverría, M., & Scheuer, N. (2009). External representations as learning tools. In C. Andersen, N. Scheuer, M. Pérez - Echeverría & E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 1-17). Rotterdam: Sense Publishers.
- Piaget, J. (1965). The stages of the intellectual development of the child. *Educational psychology in context: Readings for future teachers*, 98-106.
- Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Gearhart, M., & Haldar, L. C. (2013). Coordinating numeric and linear units: Elementary students' strategies for locating whole numbers on the number line. *Mathematical Thinking and Learning*, 15 (4), 235-258. doi: 10.1080/10986065.2013.812510
- Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), 191-200. doi: 10.1007/s10649-008-9161-1
- Shaughnessy, J. M. (2006). Research on students' understanding of some big concepts in statistics. In G. Burrill & P. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 77-98). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Thompson, E., & Varela, F. J. (2001). Radical embodiment: Neural dynamics and consciousness. *Trends in Cognitive Sciences*, 5 (10), 418-425.
- Toulmin, S. (1958 / 2007). *Los usos de la argumentación*. Barcelona: Península.
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Massachusetts: Addison - Wesley.

## ANEXO 1

## Protocolo de entrevista clínica semiestructurada

*Situación fichas azules, rojas y verdes.*

Contexto: una profesora en otro curso como el tuyo, les llevó a sus alumnos este material (mostrar placa rectangular y fichas de colores). ¿Reconoces que son? (mostrar fichas, se espera algún comentario). Bien, la profesora pidió a los estudiantes que organizaran estos datos sobre esta placa, ¿Lo podrías hacer tú? ¡Hazlo! (con una impronta de entusiasmo).

- Cuéntame, ¿Cómo lo hiciste? ¿Quieres ocupar el plumón? (Puede agregar cardinal, dibujar cierres rectangulares, bosquejar ejes, etc.)
- Si un compañero como tú, viene y hace este cambio (mover una ficha de la línea base y colocarla arriba o al final de una columna o fila, respectivamente). ¿Qué crees? ¿Lo dejarías así?
- Si una compañera lo coloca así (mover las columnas o filas de tal manera que queden curvas, hacer perder la linealidad-gráfica) ¿Qué crees? ¿Lo dejarías así?

## ANEXO 2

## Sub-tareas asociadas a las componentes según protocolo de entrevista

La situación abierta de organización de fichas (4 fichas azules, 3 fichas verdes y 2 fichas rojas; o 5 fichas azules, 3 fichas verdes y 2 fichas rojas), considera las siguientes subtareas.

- Sub-tarea 0 “Cómo organizarías estos datos (fichas de colores)?” (*variable*)
- Sub-tarea 1 “¿Quieres ocupar el plumón?” (*frecuencia*):
- Construida su organización de datos, se le pide escribir libremente lo que quiera (escribe cardinal, o enmarca los datos, o escribe una frase, cuenta con marcas, entre otras posibilidades)
- Sub-tarea 2 “Mover una ficha” (*base-lineal*):
- En una organización tipo gráfico de barra, el entrevistador mueve un dato (ficha) de la línea base (eliminando la continuidad de la línea base) y lo coloca en el otro extremo de la columna (manteniéndose la frecuencia/cardinal pero no la base-lineal).

- Sub-tarea 3 “Curvar una columna de fichas” (*linealidad-gráfica*):
- En una organización tipo gráfico de barra, el entrevistador curva una columna de datos de tal manera que pierda altura, (perdiéndose la linealidad-gráfica).

## Autores

---

**Soledad Estrella.** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. soledad.estrella@pucv.cl

**Raimundo Olfos.** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. raimundo.olfos@pucv.cl

**Sergio Morales.** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. sergio.morales.c01@mail.pucv.cl

**Pedro Vidal - Szabó.** Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. pedro.vidal\_s@umce.cl