

## LA NEGOCIACIÓN DE SIGNIFICADO COMO PROCESO DE APRENDIZAJE: EL CASO DE UN PROGRAMA DE DESARROLLO PROFESIONAL EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

NEGOTIATION OF MEANINGS A LEARNING PROCESS:  
THE CASE OF A PROFESSIONAL DEVELOPMENT PROGRAM IN STATISTICS TEACHING

### RESUMEN

En este artículo se describe, desde una perspectiva teórica social, el proceso de aprendizaje mediante el cual cinco profesores de secundaria en servicio dotaron de significado a elementos que caracterizan el *pensamiento estadístico*. El estudio emerge de un contexto de desarrollo profesional, en particular de un proyecto de desarrollo con énfasis en el aprendizaje de contenido estadístico y de su enseñanza. La metodología empleada fue el Estudio de Lecciones, en la cual los profesores planificaron, implementaron y analizaron la enseñanza de una lección cuyo objetivo fue promover el desarrollo de elementos del pensamiento estadístico en sus estudiantes. Concluimos que involucrar a los profesores en la realización de actividades relacionadas con su práctica docente, así como en la interpretación de documentos en torno a los cuales se discuten dichas actividades, favorecen experiencias de significado que dan lugar a su aprendizaje.

### PALABRAS CLAVE:

- *Negociación de significado*
- *Pensamiento estadístico*
- *Enseñanza de la estadística*
- *Programas de desarrollo profesional*

### ABSTRACT

Based on a social theoretical framework, this paper describes five in-service secondary teachers' learning process through which they gave meaning to elements of statistical thinking. The study emerges from a professional development context, particularly from a development project with emphasis in learning and teaching statistical content. We used Lesson Study methodology, in which teachers planned, implemented and

### KEY WORDS:

- *Negotiation of meaning*
- *Statistical thinking*
- *Teaching statistics*
- *Professional development program*



analyzed the teaching of a lesson whose main object was to develop students' statistical thinking elements. We conclude engaging teachers in activities related to their practice, as well as in interpreting documents around which discuss those activities, promote experiences of meaning that lead teachers' learning.

## RESUMO

Neste artigo descreve-se, desde uma perspectiva teórica social, o processo de aprendizagem mediante o qual cinco professores de secundária em serviço dotaram de significado a elementos que caracterizam o pensamento estatístico. O estudo emerge de um contexto de desenvolvimento profissional, em particular de um projeto de desenvolvimento com ênfase na aprendizagem do conteúdo estatístico e do seu ensino. A metodologia empregada foi o “Estudo de Lições”, a qual consistiu no planejamento, implementação e análise do ensino de uma lição cujo objectivo foi promover elementos do pensamento estatístico. Concluímos que envolver aos professores na realização das atividades relacionadas com a sua prática docente, bem como na interpretação de documentos, meio aos quais se discutem ditas atividades, favorecem experiências de significado que dão lugar à sua aprendizagem.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Negociação do significado*
- *Pensamento estatístico*
- *Ensino da estatística*
- *Programa de desenvolvimento profissional*

## RÉSUMÉ

Dans cet article, on décrit, à partir d'une perspective théorique sociale, le processus d'apprentissage sur lequel cinq enseignants de secondaire en pratique (troisième degré) ont donné des signifiés aux éléments, lesquels caractérisent la *pensé statistique*. Cette étude émerge lorsqu'on pris comme base un contexte de développement professionnel et, en particulier, un projet de développement lequel mis accent dans l'apprentissage du contenu statistique et de son enseignement. La méthodologie utilisée ont été l'Étude de Leçons, laquelle ont consistée dans la planification, implémentation et analyse de l'enseignement d'une leçon, dont objective a été développer des éléments de la *pensé statistique* chez les étudiants. On conclu que, lorsqu'on implique aux enseignants dans la réalisation des activités liées avec sa pratique, en salle de classe, et aussi que dans l'interprétation de documents sur lesquels on discute ces activités, favorisent des expertises de signifié lieu à son apprentissage.

## MOTS CLÉS:

- *Négociation de signifié*
- *Pensée statistique*
- *Enseignement de la statistique*
- *Programme de développement professionnel*

## 1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas la estadística ha sido revalorada debido a su aplicabilidad en los más diversos problemas de la sociedad actual: en el mundo social y político, en la biología y la medicina; en el comercio y las finanzas (Lin, Genest, Banks, Molenberghs, Scott, Wang, 2014; Pfeffermann & Rao, 2009). En consecuencia, se ha asegurado su presencia en el currículo, extendiéndose hasta los niveles básicos. De manera paralela a este proceso de reconocimiento, se han hecho esfuerzos para encontrar formas de enseñarla que superen el enfoque tradicional, el cual ha consistido en la memorización de fórmulas y procedimientos. Las propuestas alternativas sugieren poner más atención en una enseñanza que promueva el desarrollo del *pensamiento estadístico* y no sólo los contenidos estadísticos (Pfannkuch & Horing, 2005). La viabilidad y éxito de tales propuestas depende en gran medida de que los profesores se apropien de ellas y sean capaces de traducirlas en actividades de enseñanza.

El contenido de estadística de secundaria en el currículo mexicano comprende temas de análisis y representación de datos que implican el uso de herramientas estadísticas como: tablas de frecuencia absoluta y relativa; gráficas de barras, circulares, poligonales e histogramas; media aritmética, mediana y media ponderada; diseño de encuestas o experimentos; muestreo; desviación media y rango (SEP, 2011). Este contenido es técnicamente sencillo, pero conceptualmente complejo, como lo muestran los estudios sobre aprendizaje de gráficas (Curcio, 1987; Friel, Curcio & Bright, 2001; Batanero, Arteaga y Ruiz, 2010) y de medidas de tendencia central (Pollatsek, Lima & Well, 1981; Mokros & Russell, 1995; Leavy & O'Loughlin, 2006). Una manera de hacer que emerja tal complejidad y de evitar un aprendizaje superficial es enfocar la enseñanza de tales contenidos hacia el desarrollo de un *pensamiento estadístico*.

El *pensamiento estadístico* es un modo de pensar en determinadas situaciones problemáticas para las cuales la estadística puede otorgar una solución o explicación; se pone de manifiesto en la planificación y desarrollo de investigaciones estadísticas (pregunta-plan-datos-análisis-conclusiones). Uno de los principales desafíos para introducir el pensamiento estadístico en la enseñanza formal es la preparación de profesores (Pfannkuch & Wild, 2004), ya que estos no han sido instruidos en este tipo de pensamiento.

Como señala Burgess (2011), para enseñar estadística a través de investigaciones es necesario que el profesor tenga conocimientos específicos tanto de contenido estadístico como de contenido pedagógico. El autor toma estos tipos de conocimiento de los trabajos de Ball y colaboradores (Ball, Thames

& Phelps, 2005; Hill, Schilling & Ball, 2004) y los intersecta con los elementos del modelo del pensamiento estadístico de Wild y Phannkuch (1999).

Burgess (2011) sugiere que para desarrollar un conocimiento de contenido estadístico se debe comprometer a los profesores en la realización de investigaciones propias. Para un conocimiento pedagógico, sugiere que el profesor interactúe –observe y escuche– con los estudiantes mientras se involucran en investigaciones en el aula. Hacer operativas dichas sugerencias requiere un diseño de aprendizaje en el que los profesores compartan experiencias de significado acerca de realizar sus propias investigaciones y de planificarlas para llevarlas al contexto del aula. Esto último requiere, además, un conocimiento acerca del currículo, pues un conocimiento de contenido pedagógico implica subdominios como: un conocimiento acerca de los estudiantes, la enseñanza y el currículo (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Pfannkuch y Ben-Zvi (2011) sugieren cinco grandes temas que se deberían implementar en cursos para profesores de estadística, pues favorecen el desarrollo de un pensamiento y razonamiento estadístico: 1) desarrollar el entendimiento de conceptos estadísticos claves; 2) desarrollar la habilidad para explorar y aprender de los datos; 3) desarrollar la argumentación estadística; 4) usar la evaluación formativa y 5) entender el razonamiento de los estudiantes. Estos cinco temas favorecen el desarrollo de un conocimiento tanto de contenido estadístico como de contenido pedagógico.

El trabajo de investigación que aquí se reporta considera tanto los tipos de conocimiento que Burgess (2011) señala como algunos de los temas sugeridos por Pfannkuch y Ben-Zvi (2011). Los profesores en estudio experimentaron la planificación, enseñanza y análisis de la enseñanza de una investigación estadística. Esto favoreció el desarrollo y entendimiento de conceptos estadísticos claves como lo es el uso de datos para solucionar o juzgar un problema real (temas 1 y 2). Planificar una lección requiere de conocimientos, tanto de contenido estadístico como pedagógico. En el diseño de cada una de las tareas o actividades planificadas los profesores muestran lo que ellos conocen acerca del tema, pero además, abstraen ese conocimiento para convertirlo en representaciones concretas para ser llevadas al aula. En este proceso de conversión el profesor utiliza su conocimiento acerca de sus estudiantes (tema 5), así como de otros aspectos que para ellos son importantes (e. g., el tiempo de clase, el programa de estudio). Durante el análisis de la enseñanza los profesores analizan episodios de su enseñanza y conjeturan acerca de cómo algún evento particular facilitó o inhibió el logro de los objetivos planificados. Las discusiones críticas giran en torno al contenido, a la didáctica y conocimiento del profesor, al razonamiento de los

estudiantes o al diseño de una tarea específica. Las discusiones que se producen durante las actividades de planificar y analizar la enseñanza contribuyen a un entendimiento común acerca de qué es el pensamiento estadístico y cómo promoverlo en el aula. En efecto, las actividades combinan conocimientos de contenido estadístico y de contenido pedagógico porque están relacionadas con la práctica real del profesor.

Para favorecer el aprendizaje de los profesores en estadística un recurso importante que ha cobrado cada vez mayor interés es considerar la práctica real del profesor en los programas de desarrollo profesional (Ponte, 2011). Dichos programas se han convertido en uno de los objetivos prioritarios de la educación matemática, pues quienes reforman la educación son conscientes de que los avances en la instrucción dependen de la actualización de los profesores (Sowder, 2007), ya que muchos de los que están en servicio no han aprendido el contenido que los cambios curriculares requieren para enseñar o no lo han aprendido de manera que les permita enseñar lo que se requiere (Adler, Ball, Krainer, Lin, & Novotna, 2005). En relación con esta problemática, el Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, ofreció a un conjunto de 60 profesores de educación básica en servicio, un programa de maestría con orientación profesional: *Programa de Maestría en Educación en Matemáticas* (Figueras y Rigo, 2005). Como parte del programa los profesores participaron en distintos Proyectos de Desarrollo sobre un contenido específico del currículo de educación básica en México. El proceso de selección para inscribirse en uno de los proyectos consistió en que los profesores podían listar cinco de esos proyectos (en orden de importancia) en los que les gustaría estar inscritos según sus propios intereses. Este reporte emerge de una investigación más amplia (Gómez-Blancarte, 2011) realizada en el contexto de un proyecto, dirigido por los autores, orientado a la enseñanza y aprendizaje de temas de Estadística, en el que participaron cinco profesores de secundaria. De acuerdo con el enfoque actual de la enseñanza de la estadística, uno de los objetivos del proyecto fue dirigir el aprendizaje de los profesores hacia al desarrollo del pensamiento estadístico. El objetivo del presente artículo es describir y explicar el proceso de aprendizaje de los profesores como una *negociación de significado* con énfasis en la fase de la formulación del problema estadístico durante su participación en el diseño e implementación de una lección de estadística para sus estudiantes. El problema estadístico es el generador del ciclo investigativo y corresponde a la dimensión 1 en el modelo de Wild y Pfannkuch (1999) (ver más adelante). Este ciclo permite organizar acciones concretas y en la realización de éstas se pueden ir incorporando elementos de las otras tres dimensiones.

## 2. PERSPECTIVA TEÓRICA

Para estudiar los procesos de aprendizaje de los profesores, durante su participación en el proyecto, hemos seleccionado una teoría social del aprendizaje creada por Wenger (2001). En esta teoría la noción de *significado* es fundamental y se refiere a la experiencia vivida por alguien cuando participa en prácticas sociales. Es decir, es un sistema de ideas y afectos que soportan y se derivan de las acciones que realizamos en determinadas prácticas y que, de acuerdo con Wenger, se adquieren en un proceso denominado *negociación de significado*.

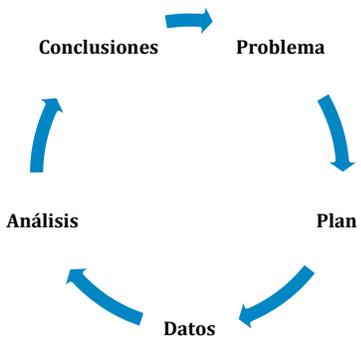
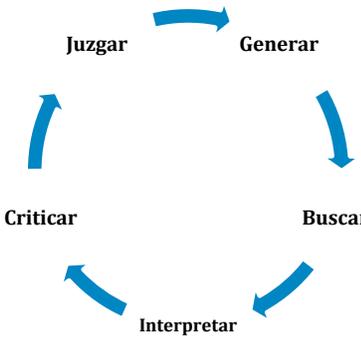
La *participación* y la *cosificación* son dos procesos constitutivos de la negociación de significado. La primera se refiere a las acciones de tomar parte en algo y también a las relaciones con otros que reflejan ese proceso. La cosificación consiste en la producción de cosas u objetos (materiales o virtuales) que subsumen o concretan procesos de participación. Los productos de la cosificación se vuelven independientes de quienes las producen y, por tanto, se hacen transferibles a otros. De acuerdo con Wenger (2001), el significado de esas cosas tiene diversos grados de valor y cobran sentido en un contexto específico. Por ello, la negociación de significado supone la interpretación y producción de significados que pueden confirmar, ampliar, o modificar los significados de las cosas producidas.

En un proceso de negociación las nociones de participación y cosificación forman una dualidad, como las caras de una moneda; detrás de un proceso de participación habrá objetos cosificados o procesos de cosificación, y viceversa. Estas nociones ofrecen una perspectiva desde la cual mirar los procesos de enseñanza-aprendizaje en programas de formación y de actualización de profesores de matemáticas. La calidad de estos programas depende del tipo de aprendizajes que favorecen, y estos, a su vez, tanto de los contenidos (cosificados) que forman parte de la negociación como de las formas específicas de participación en que se ven involucrados los profesores y educadores. En otras palabras, el tipo de aprendizaje se apoya tanto en los conocimientos teóricos, problemas, conocimientos didácticos que se ponen en juego como en las formas en que se apropian dichos elementos y los procesos que generan.

Dirigir el aprendizaje de los profesores hacia el desarrollo del pensamiento estadístico resulta posible porque podemos contar con una caracterización precisa de dicho pensamiento. En efecto, Wild y Pfannkuch (1999) presentan un modelo (ver Tabla I) que se puede tomar como base para diseñar actividades tendientes a propiciar el desarrollo de algunas componentes del pensamiento estadístico en el aula. En otras palabras, el modelo proporciona puntos de referencia sobre los cuales negociar el significado del pensamiento estadístico.

El modelo del pensamiento estadístico es una cosificación de la manera de pensar y actuar de los estadísticos cuando resuelven problemas del mundo real. Usar dicho modelo como un referente para enfocar la enseñanza de la estadística requiere del proceso de negociación de significado porque se necesita interpretar el significado que conlleva cada elemento para producirlos en objetos de enseñanza y de aprendizaje. En este sentido, el modelo tiene significado para comunidades distintas: 1) los estadísticos le otorgan significado en el contexto de su propia práctica; 2) los profesores le otorgarán significado al usarlo como referente para diseñar actividades de clase que favorezcan su desarrollo.

TABLA I  
Modelo del pensamiento estadístico en la investigación empírica

<p><i>Dimensión 1: Ciclo investigativo PPDAC</i></p>  <pre> graph TD     Problema --&gt; Plan     Plan --&gt; Datos     Datos --&gt; Análisis     Análisis --&gt; Conclusiones     Conclusiones --&gt; Problema             </pre>	<p><i>Dimensión 2: Tipos fundamentales del pensamiento estadístico</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer la necesidad de los datos</li> <li>• Transnumeración</li> <li>• Consideración de la variación</li> <li>• Razonamiento con modelos</li> <li>• Integración de la estadística y el contexto</li> </ul>
<p><i>Dimensión 3: Ciclo interrogativo</i></p>  <pre> graph TD     Generar --&gt; Buscar     Buscar --&gt; Interpretar     Interpretar --&gt; Juzgar     Juzgar --&gt; Criticar     Criticar --&gt; Generar             </pre>	<p><i>Dimensión 4. Disposiciones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escepticismo</li> <li>• Imaginación</li> <li>• Curiosidad y conciencia</li> <li>• Mente abierta</li> <li>• Predisposición por buscar significados más profundos</li> <li>• Ser lógico</li> <li>• Compromiso</li> <li>• Perseverancia</li> </ul>

Las cuatro dimensiones reúnen elementos que caracterizan al pensamiento estadístico y describen una forma dinámica de pensamiento que no es jerárquico ni lineal. El ciclo investigativo (dimensión 1) se compone de cinco elementos o fases que describen la forma en que se opera cuando se resuelve un problema estadístico: Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones. Los tipos fundamentales del pensamiento estadístico (dimensión 2) se refieren a elementos de la actividad cognitiva del estadístico. El ciclo interrogativo (dimensión 3) es un proceso de pensamiento genérico que está en constante uso por los resolutores cuando llevan un diálogo con el problema, los datos y ellos mismos. Las disposiciones (dimensión 4) son cualidades personales que afectan, o incluso, inician la entrada de uno de los elementos de las dimensiones anteriores.

El pensamiento estadístico se fundamenta en el hecho de que el análisis de datos proporcionará conocimiento acerca de una situación (Pfannkuch & Wild, 2004). Por ello, un aspecto crucial del modelo es la comprensión del problema (problema estadístico o de investigación), el cual genera una pregunta de investigación y le impregna sentido al resto de los elementos. Desarrollar el pensamiento estadístico por parte de los profesores implica negociar progresivamente el significado de los elementos que conforman el modelo, de manera que se produzcan significados comunes con sentido en el contexto del aula. Es decir, transformar los elementos del modelo en objetos de enseñanza y aprendizaje. Es en este contexto que se formula la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué características de la negociación de significado presenta el aprendizaje de los profesores, acerca del problema estadístico, durante su participación en el diseño, implementación y análisis de una lección estadística para sus estudiantes?

### 3. METODOLOGÍA

El método de esta investigación estuvo basado en un estudio de casos; de acuerdo con Flyvbjerg (2011, p. 301) este método proporciona “un examen detallado de un ejemplo de una clase de fenómenos” cuyas fortalezas consisten en proporcionar un estudio a profundidad, con validez conceptual, comprensión del contexto, acciones y procesos involucrados. El ejemplo que se examina es el grupo en estudio de cinco profesores en servicio de nivel básico que imparten clases en secundaria; el contexto en las que realizan las acciones lo constituye el programa de formación, en el que se observa en particular su participación en el proyecto de desarrollo.

El proyecto de desarrollo tuvo una duración de tres años (2006-2008), las actividades realizadas se dividieron en dos fases: Diagnóstico y Estudio de Lecciones. Ambas fases se formaron de 9 cuatrimestres, cada cuatrimestre abarcó

6 seminarios de 4 a 5 horas, cada uno, en periodos de 15 a 21 días. Durante la fase de Diagnóstico (2006) las actividades se centraron en el estudio de literatura relacionada con la didáctica de la estadística, entre ellas, el estudio del modelo del pensamiento estadístico y la exploración, por medio de cuestionarios, de nociones de estadística de los alumnos de los profesores. En la fase del Estudio de Lecciones (2007-2008) se estudiaron tres Lecciones (Lección A, Lección B y Lección C) de dos ciclos cada una, el contenido de estas Lecciones fueron: gráficas y medidas de tendencia central (Lección A), nociones de probabilidad (Lección B) y eventos compuestos (Lección C). Cada una de estos contenidos se relaciona con conceptos estudiados en la fase de Diagnóstico. La presente investigación está enfocada en el aprendizaje de contenido estadístico por parte de los profesores (y no de contenido probabilístico), por ello, sólo se reporta el Estudio de la Lección A.

El Estudio de Lecciones en Grupo (por sus siglas en inglés: LSG) es un proceso en el cual los profesores planifican conjuntamente, observan, analizan y refinan lecciones de clase<sup>1</sup> (Lewis, 2000). Este proceso ha sido recientemente implementado en investigaciones sobre la preparación de profesores en estadística, pues se reconoce que éste ofrece una alternativa para conectar el salón de clases con el programa de desarrollo profesional (Garfield & Ben-Zvi, 2008). La metodología del Estudio de Lecciones que siguieron los cinco profesores en estudio consistió en dos ciclos, cada uno de tres fases: 1) Planificación: el diseño, por el grupo de profesores, de una lección (o de su reestructuración, en el caso del segundo ciclo), 2) Enseñanza: la implementación de la lección en el aula de cada profesor, llevando registro de lo ocurrido y 3) Análisis: revisión y discusión de los registros y recuerdos de lo ocurrido en clase con el objetivo de mejorar la lección y derivar recomendaciones para su reestructuración y nueva implementación; con esta tercera fase se inicia la repetición del ciclo. Bajo este esquema se tienen las siguientes características específicas.

### 3.1. *Participantes*

En el Proyecto participaron 5 profesores, 2 colaboradores y dos responsables (los autores: responsable y co-responsable). Álvaro, María, Lucio, Germán y Juan son profesores de matemáticas de nivel secundaria y laboran en escuelas públicas de los suburbios de la ciudad de México. Todos tienen experiencia en impartir la clase de matemáticas (entre 3 y 14 años); sus conocimientos de estadística son escasos, excepto por Álvaro, quien tiene conocimiento de un primer curso de probabilidad y estadística de nivel licenciatura. En el transcurso del proyecto los profesores desarrollaban sus actividades docentes regularmente, de manera

---

<sup>1</sup> En esta investigación se ha adoptado el término Lección para referirse a una secuencia didáctica. Es decir, a una serie de actividades relacionadas entre sí.

que fue posible vincular la práctica docente del profesor con las actividades de aprendizaje dentro del Proyecto para que su participación fuese más significativa.

### 3.2. *Las tareas*

Para el primer ciclo del Estudio de Lección A, los profesores, con apoyo de los colaboradores y responsables, se reunieron para diseñar una lección (secuencia de actividades) acerca de gráficas y media aritmética. El objetivo principal de esa lección fue cubrir aspectos del pensamiento estadístico. Cada profesor implementó la lección en uno de sus grupos regulares, pero sólo se videograbó la sesión de enseñanza de dos de ellos. En la fase de análisis de la enseñanza se utilizaron fragmentos de la videograbación de la sesión de enseñanza de uno de los profesores, esta fase también se videograbó. La selección y presentación de los fragmentos fue realizada por uno de los responsables. Para el segundo ciclo se reprodujeron las mismas tareas, pero ahora la fase del diseño consistió en corregir y mejorar la lección propuesta en el primer ciclo, la cual se denominó Lección 2A. A diferencia del primer ciclo, en el segundo ciclo fue posible videgrabar las sesiones de enseñanza de los cinco profesores; en la fase de análisis, cada profesor seleccionó sus propios fragmentos y los analizó para hacer una exposición al grupo; además se videgrabaron cada una de las exposiciones correspondientes. Las fases del Estudio de Lecciones se distribuyeron como sigue:

TABLA II  
Estudio de las Lecciones A y 2A

<i>FASES</i>	<i>Lección A</i> <i>1er ciclo (marzo-junio de 2007)</i>	<i>Lección 2A</i> <i>2do ciclo (enero-junio de 2008)</i>
<i>Planificación</i>	4 sesiones (3-4 horas c/u)	4 sesiones (3-4 horas c/u)
<i>Implementación</i>	4 sesiones × profesor (50 minutos c/u)	2-3 sesiones × profesor (50 minutos c/u)
<i>Análisis</i>	1 sesión (3-4 horas c/u)	5 sesiones, 1 × profesor, (3-4 horas c/u)

#### 3.2.1. *Análisis del problema subyacente en la Lección A*

El problema que dio origen a la actividad de las lecciones A y 2A surgió en las discusiones entre los participantes y más adelante se describe como fue tomando forma. Los responsables no lo habían previsto, sino que fue una de varias opciones que ocurrieron en la interacción entre los participantes durante la fase de planificación. El problema parecía propicio para cubrir los temas de gráficas y

medidas de tendencia central en un contexto en el que se desarrollaran algunos elementos del pensamiento estadístico. El problema, en adelante se llamará el problema de las mochilas, se formuló por parte de los profesores y en el transcurso de las actividades, una de las versiones de él es la siguiente:

*Problema de las mochilas:*

Cuatro de cada 10 niños y la mitad de los adolescentes manifiestan algún tipo de daño que con la peor complicación puede convertirse en dolor crónico e inclusive desviaciones de la columna vertebral en la edad adulta. Según estudios de la organización mundial de la salud (OMS), un niño comúnmente acarrea un peso entre 7.5 y 12.5 kilos, cuando el peso que carga no debe exceder el 10% del peso corporal. ¿Cómo se podría comprobar si en tu grupo hay alumnos cuya mochila pesa más del 10% de su peso corporal? ¿Quiénes cargan relativamente más peso en sus mochilas, hombres o mujeres?

De acuerdo con la manera en que se formuló el problema de las mochilas, la variable de interés era el peso relativo de las mochilas, es decir, el porcentaje resultante del cociente del peso absoluto de cada mochila entre el peso del estudiante que la carga:

$$\text{peso relativo de la mochila} = \frac{\text{peso de la mochila}}{\text{peso corporal}} \times 100.$$

Interesa la distribución de dicha variable con relación a los datos del grupo; esto permitiría cubrir el tema de gráficas. Dado que la variable de interés es una variable continua se hizo necesario el uso de intervalos, ya que de otra manera la representación gráfica de los datos aislados sería de difícil construcción y poco significativa. El uso de intervalos condujo a la construcción de histogramas, otro de los objetivos curriculares de secundaria. Los datos obtenidos se pueden ver como la población, pues el objetivo de las actividades se inscribe en la estadística descriptiva. Esta población tiene dos subpoblaciones bien diferenciadas: hombres y mujeres. Entonces parecía pertinente considerar por separado a las distribuciones de la variable por sexo; además de su pertinencia por la naturaleza de la población, esa decisión dio origen a una pregunta de comparación (¿quiénes cargan relativamente más peso en sus mochilas, hombres o mujeres?) que ofreció la oportunidad de que emergiera el interés y la importancia de la media, como representante de un conjunto de datos, significado útil para hacer las comparaciones.

### 3.2.2. *Planificación de la Lección A*

La planificación de la Lección A produjo una secuencia de seis actividades denominadas A, A1, A2, A3, A4 y A5 que fueron elaboradas en hojas de trabajo

para los estudiantes. En total fueron 164 alumnos de primer grado de secundaria a los que se les aplicó la Lección A: 36 alumnos del profesor Álvaro, 20 de la profesora María, 26 del profesor Lucio, 40 del profesor Germán y 42 del profesor Juan. Con excepción del grupo del profesor Germán, los demás profesores eran titulares de los grupos que examinaron. El profesor Germán tenía grupos de tercer grado y se decidió que lo aplicara a uno de primero porque ya se había considerado que éstos traen más útiles en sus mochilas y era más probable que varios de ellos cargaran en ella más del peso permitido. El problema de la Lección A consistió en la investigación, por parte de los estudiantes, acerca del peso que cargan en sus mochilas en relación con su peso corporal, para determinar si son los hombres o las mujeres quienes cargan más peso en las mochilas, así como discutir acerca de las consecuencias de cargar en las mochilas un peso que excediera el 15% (posteriormente fue el 10%) del peso corporal del alumno.

En la siguiente tabla se describen las tareas planteadas en cada actividad y los contenidos de estadística que éstas implicaban en relación con los elementos del pensamiento estadístico.

TABLA III  
Tareas y contenidos de la Lección A

<i>Tareas</i>	<i>Contenidos de estadística</i>
<p><i>Actividad A:</i></p> <p>El análisis inicial del problema consistió en que previeran lo que iban a hacer con los datos; para esto se les pide a los equipos dar valores hipotéticos para el peso corporal de cada uno de sus integrantes y el de su respectiva mochila; luego, con dichos valores, calcular el peso relativo de la mochila:</p> $\text{peso relativo} = \frac{\text{peso de la mochila}}{\text{peso corporal}} \times 100.$ <p>Entonces con los resultados (hipotéticos) obtenidos, se les pidió reflexionar y discutir: ¿qué dicen estos resultados acerca de qué grupo carga relativamente más peso en sus mochilas, los hombres o las mujeres?</p> <p>Que los estudiantes propongan un valor del peso que se puede cargar en las mochilas sin tener consecuencias de salud.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Problema de investigación (Dimensión 1: primera fase del ciclo PPDAC)</li> <li style="padding-left: 20px;">Análisis inicial del problema</li> <li>– Necesidad de datos reales (Dimensión 2).</li> </ul>

*Actividad A1:*

Posterior al análisis iniciado del problema, usando datos supuestos, se inicia la investigación con datos reales. Para ello, se entregó una báscula por equipo para llevar a cabo la recolección de los pesos y, luego, registrarlos en tablas.

- Recolección y registro de datos reales (Dimensión 1: tercera fase del ciclo PPDAC)

*Actividad A2:*

Calcular el porcentaje del peso de las mochilas en relación con el peso corporal de cada estudiante.

$$\text{peso relativo} = \frac{\text{peso de la mochila}}{\text{peso corporal}} \times 100.$$

Agrupar en intervalos el porcentaje del peso de las mochilas.

- Procesos de transnumeración (Dimensión 2):  
Llenado de tablas de frecuencias absoluta y relativa.  
Cálculo de porcentajes.  
Intervalos.

*Actividad A3:*

Construir los histogramas correspondientes a los intervalos del peso relativo de las mochilas.

Lectura e interpretación de los histogramas por medio del planteamiento de preguntas. Por ejemplo: ¿Cuántos hombres cargan más del 15% de su peso corporal? ¿De acuerdo con los histogramas, ¿quiénes cargan más con respecto a su peso corporal, los hombres o las mujeres?

- Análisis de datos (Dimensión 1: cuarta fase del ciclo PPDAC).
- Procesos de transnumeración y razonamiento con modelos (Dimensión 2):  
Construcción e interpretación de histogramas.

*Actividad A4:*

Calcular el peso promedio de las mochilas del grupo de mujeres y las del grupo de hombres.

Construir gráficas del peso absoluto de las mochilas.

Interpretar las gráficas por medio del planteamiento de preguntas. Por ejemplo: ¿Cuántos alumnos cargan más del peso promedio de las mochilas? ¿Cuál es el peso de la mochila que más se repite?

- Análisis de datos (Dimensión 1: cuarta fase del ciclo PPDAC).
- Procesos de transnumeración y razonamiento con modelos (Dimensión 2):  
Cálculo del promedio  
Elaboración de gráficas  
Interpretación de gráficas

*Actividad A5:*

Dada las gráficas del peso absoluto de las mochilas del grupo de hombres y el de mujeres, extraer datos para el llenado de tablas de frecuencia absoluta.

Con base en los datos de las tablas, calcular la media ponderada del peso de las mochilas e interpretar la información por medio del planteamiento de preguntas. Ejemplo: ¿Quién carga más peso en sus mochilas, las mujeres o los hombres? Sí una mujer tomara una mochila cualquiera de un hombre, ¿cuánto crees que pesaría esa mochila?

- Análisis de datos y conclusiones (Dimensión 1: cuarta y quinta fases del ciclo PPDAC).
- Procesos de transnumeración y razonamiento con modelos (Dimensión 2):
  - Lectura de gráficas
  - Llenado de tablas
  - Cálculo de la media ponderada
  - Interpretación de la información

### 3.2.3. *Planificación de la Lección 2A*

Basados en la experiencia del primer ciclo de la Lección A, los profesores presentaron una propuesta para mejorarla. Dicha propuesta se presentó en el primer seminario de planificación del segundo ciclo y dio lugar al refinamiento de esta lección para convertirla en la denominada Lección 2A. Uno de los principales cambios que se propusieron fue la reformulación del problema de las mochilas y la manera de favorecer su investigación por parte de los estudiantes. En esta lección, se modificó el valor del porcentaje del peso de las mochilas en relación con el del peso del alumno: del 15% al 10%. Los cambios principales se enfocaron en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes para negociar significados más amplios de los procesos estadísticos implicados en la solución del problema, significados que implicaban elementos del pensamiento estadístico que no se habían promovido. En el capítulo de resultados se realiza un análisis acerca de cómo se fue dando la transición del pensamiento de los profesores para entender y favorecer el uso de estos procesos y elementos.

La Lección 2A se conformó de tres secuencias de actividades (2A.1, 2A.2 y 2A.3) que se diseñaron en hojas de trabajo para los estudiantes y de una guía para el profesor. Esta lección se administró a un total de 163 estudiantes de los distintos grados de secundaria a los que les impartían clase los profesores: 25 alumnos de 2º grado de la profesora María, 41 alumnos de 2º grado del profesor Álvaro, 33 alumnos de 3er grado del profesor Germán, 42 alumnos de 1er grado del profesor Juan y 22 alumnos de 3er grado del profesor Lucio. Para esta lección no fue relevante el grado del alumno, pues se consideró que el problema podría presentarse en cualquier grado, aunque ya se sabía que era más seguro que existiera en alumnos de primer grado. En la siguiente tabla se describe

brevemente las tareas que conformaron las tres actividades de la lección con sus respectivos contenidos de estadística y los elementos del pensamiento estadístico implicados. A diferencia de la Lección A, en esta segunda Lección 2A, los profesores fueron más conscientes de los elementos del pensamiento estadístico que se estaban favoreciendo en cada una de las tareas de las actividades.

TABLA IV  
Tareas y contenidos de la Lección 2A

<i>Tareas</i>	<i>Contenidos de estadística</i>
<i>Actividad 2A.1:</i>	
<p>Por medio de preguntas propiciar interés en el problema de las mochilas. Por ejemplo: ¿consideras que existe una relación entre lo que pesa una persona y lo que puede cargar?, ¿cuál crees que sea el peso máximo que puedes cargar sin que tengas consecuencias de salud, como dolor de espalda, desgarre muscular, desviación de la columna vertebral, entre otros?</p> <p>Leer una nota informativa acerca del problema de las mochilas.</p> <p>Formar equipos y proponer valores hipotéticos del peso corporal y el de la mochila de cada integrante.</p> <p>De acuerdo con los datos hipotéticos calcular el porcentaje del peso de las mochilas en relación con el peso corporal y discutir acerca de los resultados obtenidos. Por ejemplo: Según los datos ¿hay alumnos que puedan estar cargando más del 10% de su peso corporal?, en este caso, ¿quiénes pueden estar cargando más del 10% de su peso corporal, hombres o mujeres?</p> <p>Propiciar en los estudiantes la necesidad de obtener datos reales para investigar el problema del peso de las mochilas, así como un plan para realizar dicha investigación. La siguiente pregunta tenía dicha intención: ¿Cómo podríamos comprobar si en tu grupo hay alumnos cuya mochila pese más del 10% de su peso corporal?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Problema de investigación y el Plan (Dimensión 1: primera y segunda fases del ciclo PPDAC).</li>   <li>Análisis inicial del problema</li>   <li>– Procesos de transnumeración (Dimensión 2):</li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Cálculo de porcentajes</li> <li>Necesidad de datos reales</li> </ul>   <li>– Ciclo interrogativo (Dimensión 3):</li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar.</li> </ul>   <li>– Disposiciones (Dimensión 4):</li> <ul style="list-style-type: none"> <li>Escepticismo, imaginación y curiosidad.</li> </ul> </ul>

*Actividad 2A.2:*

Organizar al grupo para la recolección de los datos (peso de la mochila, peso del alumno), usar una hoja de rotafolio para el registro, de manera que los datos sean visibles a todo el grupo.

Promover, por medio de preguntas, la generación de ideas para registrar los pesos en las hojas de rotafolio. Por ejemplo: ¿Cómo podemos organizar los pesos que obtendríamos?

Entregar las básculas para la medición de los pesos y llevar a cabo la recolección de los datos.

Calcular el porcentaje que representa el peso de cada mochila en relación con el respectivo peso corporal.

Por medio de preguntas, propiciar que los estudiantes distingan entre los datos supuestos y los reales. Por ejemplo: ¿El peso real de tu mochila representa más del 10% con respecto a tu peso corporal?, ¿cuál fue la diferencia entre tu peso corporal supuesto y tu peso real?

Contrastar los resultados y reflexionar acerca de la necesidad de datos reales para juzgar el problema del peso de las mochilas.

Propiciar que el alumno proponga diversas herramientas de análisis para comparar los datos del grupo de hombres con el de mujeres; por ejemplo: histogramas, medidas de tendencia central. Para esto, plantear la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos saber si son los hombres o las mujeres quienes cargan más peso en su mochila con respecto de su peso corporal?

– Recolección y registro de datos reales (Dimensión 1: tercera fase del ciclo PPDAC)

– Procesos de transnumeración (Dimensión 2):

Llenado de tablas

Cálculo de porcentajes

– Necesidad de datos reales (Dimensión 2):

– Ciclo interrogativo (Dimensión 3):

Generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar

– Disposiciones (Dimensión 4):

Imaginación, curiosidad y conciencia, predisposición por buscar significados más profundos, compromiso

*Actividad 2A.3:*

Explicar el uso de intervalos y las tablas de frecuencia relativa para organizar el peso relativo de las mochilas.

Explicar el uso de los histogramas para representar dichas frecuencias.

Construcción de las tablas e histogramas.

Cálculo del promedio del peso relativo de las mochilas en ambos grupos: hombres y mujeres.

Cálculo del promedio del peso absoluto de las mochilas de los estudiantes cuyo peso en sus mochilas excedió del 10%.

Planteamiento de preguntas para el análisis e interpretación de los resultados. Por ejemplo: ¿Cuántos alumnos cargan en su mochila más del 10% de su peso corporal?, ¿cuántos son hombres y cuántas son mujeres?, ¿quiénes cargan más del 10% de su peso corporal, hombres o mujeres? Relativamente, ¿quiénes cargan más, los hombres o las mujeres?, ¿cuál es el promedio del peso de las mochilas de los que cargan más del peso permitido?, ¿qué porcentaje de nuestro grupo podría tener problemas de salud?

- Análisis y conclusiones (Dimensión 1: cuarta y quinta fases del ciclo PPDAC)
- Procesos de transnumeración y razonamiento con modelos (Dimensión 2): Interpretación de intervalos Construcción y análisis de tablas de frecuencia relativa Construcción y análisis de histogramas Cálculo y análisis del promedio Cálculo y análisis de porcentajes
- Integración de lo estadístico con el contexto (Dimensión 2):
- Ciclo interrogativo (Dimensión 3): Generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar
- Disposiciones (Dimensión 4): Curiosidad y conciencia, predisposición por buscar significados más profundos y compromiso

### 3.3. *Recolección y análisis de datos*

Los datos que se analizan provienen de las transcripciones correspondientes a las videgrabaciones de: 1) los seminarios de planificación, 2) las sesiones de enseñanza, y 3) los seminarios de análisis de la enseñanza de ambas Lecciones (A y 2A). El procedimiento de reducción y análisis de los datos estuvo guiado por un proceso sugerido por Powell, Francisco y Maher (2003). Ellos proponen una secuencia de fases que interactúan entre sí para analizar datos provenientes de videgrabaciones: *ver atentamente el video, describir el video, transcribir, identificar eventos críticos, codificar, construir un guión y componer un relato*. Por medio de estas fases y el estudio de la negociación de significado, expuesto en el marco de referencia, se realizó un procedimiento analítico del cual se derivan los resultados.

## 4. RESULTADOS

A continuación se presenta una selección de episodios del proceso en el cual los profesores fueron dotando de significado a uno de los elementos esenciales del pensamiento estadístico: el Problema. Se ha seleccionado este elemento porque el enfoque principal del pensamiento estadístico es emplear la estadística (procesos y conceptos estadísticos) para resolver un problema o juzgar una situación. Un problema cuya solución requiere datos justifica el uso de la estadística y, en consecuencia, lleva a que se siga un ciclo investigativo y propicia el surgimiento del resto de los elementos del pensamiento estadístico.

### 4.1. *Primer ciclo*

*Negociación de significado del problema estadístico en la planificación.* Dos aspectos cruciales influyeron en la negociación de significado acerca del problema estadístico durante la planificación: la experiencia de los profesores y la intervención de los colaboradores. En los primeros 50 minutos de la sesión de planificación los profesores estuvieron acordando la selección de tareas relacionadas con procesos estadísticos como recolección, organización, presentación y análisis de datos. Estos procesos se vinculan con las tres últimas fases del ciclo PPDAC (ciclo investigativo), pero no toman en cuenta el elemento principal que da origen a dichas fases, a saber, el problema estadístico o de investigación. Para esto fue necesaria la intervención de los colaboradores:

Colaborador 2: Pero, a ver ¿a qué te refieres con recolección de datos?

Álvaro: Mira, por decir, [...] “que en equipo se investiguen las edades de sus compañeros de grupo, completen la tabla con los datos obtenidos y construyan la gráfica de barras correspondiente”, [...]

María: Bueno, a reserva de ver qué información es la que vamos a recolectar [...]

Germán: El problema que les vas a presentar a ellos [...] para poder recolectar los datos.

María: Entonces hay que ver qué tipo de información, para que se pueda ver ahí mismo dentro de la clase, [...] que sea familiar para ellos [los estudiantes] [...]

La respuesta de Álvaro es un ejemplo del tipo de problemas que los profesores suelen aplicar en sus clases para cubrir los contenidos de tablas, gráficas, moda y media aritmética. El problema de investigar las edades no representa un problema para el cual la estadística proporcione un conocimiento, ya que no había nada que resolver o juzgar. La experiencia de los profesores no fue suficiente para proponer

dicho problema, pero sí lo percibieron como necesario y que debía cumplir ciertos criterios. Por ejemplo, el comentario de Germán refleja que intuyó la necesidad del problema para obtener los datos, lo cual reafirma el significado que tiene el problema dentro del modelo del pensamiento estadístico. Por su parte, María dio algunos criterios que debía cumplir dicho problema: “que se pueda ver ahí mismo dentro de la clase” y “que sea familiar para ellos”. Estas dos características de un problema sugeridas por María son adaptaciones pedagógicas a un problema estadístico. Cabe señalar que organizar y estudiar el problema en un tiempo determinado de clase y que sea familiar para los estudiantes no son aspectos de la práctica de un estadístico, sino que atañen al profesor. En este sentido, las frases de la profesora dan lugar a la formación de ideas y términos locales por medio de los cuales los profesores adoptan al problema y amplían su significado para convertirlo en objeto de enseñanza.

La propuesta del problema estadístico se originó con la intervención de uno de los colaboradores al sugerir la siguiente actividad:

- Colaborador 1: Yo vi una actividad, bueno unos datos que proponen en Tinker Plots<sup>2</sup> que me parece muy interesante: se ha observado que muchos niños cargan muchos útiles en sus mochilas y que eso les puede provocar problemas en la columna, entonces se diseñó un experimento en el cual se llevó una báscula y se pesó las mochilas de los alumnos, entonces qué tan pesadas están las mochilas de los alumnos, [...]
- Juan: Entonces nos tendríamos que meter a ver cuál es el peso que consideran los médicos para que se deforme o les haga daño en la columna.
- Lucio: [...] yo no la creo tan factible porque tendríamos que meternos en muchas cosas en cuanto a datos médicos, checar no simplemente el peso de la mochila, sino el peso del alumno, la estatura del alumno, [...]
- Germán: No, no, o sea él [señala al colaborador] se refiere al puro peso de la mochila, puede ser una comparación inclusive con un grupo de segundo con un grupo de tercero [...] O igual hombres y mujeres [...]
- Álvaro: Y con esos mismos datos podemos continuar al siguiente tema [media aritmética] porque ya tenemos los datos.

La propuesta del Colaborador trata de investigar el peso de las mochilas que llevan los estudiantes, pues demasiado peso genera un problema de salud. En este caso, se trata de un problema de investigación porque se va a juzgar una situación, la estadística va a proporcionar información acerca de dicho problema. No obstante, para Juan y Lucio el problema no era muy viable, pues implicaba factores que tomarían tiempo. A diferencia de ellos, Germán y Álvaro imaginaron ideas para organizar las actividades y cubrir con ellas el objetivo o contenido de la lección. Más tarde, los primeros se convencieron de la viabilidad del problema cuando el colaborador hizo algunas precisiones:

---

<sup>2</sup> Programa Estadístico diseñado por Konold y Miller (2005).

- Colaborador 1: Ah, ya me acordé de otra cosa, es que un alumno puede cargar 10% o 15% de su peso y se puede pesar la mochila [...] no importa su estatura, lo que importa es el peso [del alumno].
- María: Es que suena interesante la actividad, aunque también sería bueno escuchar por qué él [se refiere a Lucio] opinaba que no.
- Lucio: [...] decía que si nos íbamos a meter con esos términos médicos pues tendríamos que meter peso, estatura, si es hombre, mujer, considero que eso es lo que limitaría, nos quitaría un poquito de tiempo, pero ya delimitando, decimos que nada más vamos a pesar alumnos y a sus mochilas [...], sería suficiente para poder aplicar la actividad.

El hecho de saber que el problema ya no implicaba la recolección de más datos que el peso del alumno y el de su respectiva mochila, fue suficiente para que Lucio lo aceptara. Lo anterior reafirma la importancia que para los profesores tiene el tiempo de clase. Ellos determinan las actividades en función de factores propios de su práctica (e. g., el tiempo de clase, el programa curricular), mismos que influyen en la negociación: aceptar el problema siempre y cuando sea viable para llevarlo al aula. También se puede apreciar un rasgo que puede explicar la dificultad para formular una pregunta estadística: las situaciones de la realidad, en general, son complejas (los dolores de espalda desde el punto de vista de la medicina) y para verlos desde un punto de vista estadístico se requiere un esfuerzo de abstracción que permita aislar en la situación el tipo de datos pertinentes (el peso de los alumnos y el de sus mochilas). Entender y hacer este tipo de abstracción está relacionado con la componente del tipo de pensamiento “la necesidad de los datos”.

Una vez que todos aceptaron el problema, se comenzaron a hacer propuestas concretas para darle forma a la lección, por ejemplo, previeron lo siguiente: llevar básculas a la clase, organizar a los niños para obtener el peso de cada uno y el de sus mochilas, registrar los datos en tablas, elaborar gráficas, calcular porcentajes, determinar la moda y obtener la media aritmética, entre otras tareas. Todas estas propuestas se vieron reflejadas en el diseño de hojas de trabajo (secuencia de seis actividades) para los estudiantes, mismas que conformaron la Lección A. De esta manera, la Lección A es producto del proceso de planificación y cosifica los acuerdos y expectativas de los profesores en relación con: 1) los objetivos de aprendizaje, 2) la selección y secuencia de las tareas, 3) el contenido estadístico, y 4) el conocimiento y dificultades de los estudiantes.

*El papel del problema estadístico en la implementación.* La negociación de significado acerca del problema estadístico volvió a emerger en la discusión sobre lo ocurrido en la sesión de enseñanza de la Lección A. Desde la perspectiva de los profesores el problema estadístico fue sólo un medio para propiciar que los estudiantes aprendieran técnicas estadísticas; el problema de las mochilas les pareció muy atractivo, no por el problema real que encarna sino porque permitía cubrir los

objetivos que se habían fijado: recolectar, organizar y presentar datos, construir tablas y gráficas, calcular la moda y media aritmética. En el transcurso de revisión de la sesión de enseñanza, los profesores fueron alineando su idea acerca del problema con la idea que subyace en el pensamiento estadístico.

Los siguientes comentarios se produjeron en relación con un episodio ocurrido durante la recolección del peso de las mochilas y de los estudiantes. En éste, un estudiante manifestó que el día de la actividad no llevaba el mismo peso de la mochila que solía llevar; el profesor no respondió a la observación del estudiante. Durante el análisis de la enseñanza se presentó dicho episodio y se le preguntó a los profesores si dicha observación era o no relevante para la actividad. Como se observa en el siguiente fragmento de la discusión, las respuestas de Álvaro y María expresan una valoración del problema estadístico desde una perspectiva diferente a la que exige el pensamiento estadístico:

Álvaro: [...] el pretexto de la actividad fue llevarles un contexto donde ellos [los estudiantes] se pudieran involucrar, que les llame la atención, entonces, el pretexto fue buscar el peso de las mochilas [...], pero para la actividad en sí, lo que nos interesa es de matemáticas, que hagan la actividad, realmente no nos interesa el peso que estén cargando, sino que estén realizando la actividad.

María: Sí, yo también soy de esa opinión, que en realidad el propósito de esta actividad sí es que el niño aprenda a hacer la recolección de datos y con datos reales, que era nuestra intención que ellos aprendieran a llevar a cabo la recolección de datos y finalmente el objetivo creo que sí se logró, [...]

No es sorprendente que los profesores atribuyeran más importancia al aprendizaje de las técnicas y no a la solución del problema estadístico, pues refleja una larga tradición de la enseñanza de la estadística. En este sentido, los hábitos de los profesores influyeron más en la caracterización del problema que la competencia que exige el pensamiento estadístico.

Más adelante, los profesores modularon su comentario, aceptando que “no está de más” si el resultado del análisis ofrece información “verídica”, pero no lo consideraban fundamental. Insistiendo en este punto, los responsables trataron de hacer reflexionar a los profesores sobre la integración de ‘lo estadístico con lo contextual’, elemento de la Dimensión 2 del modelo del pensamiento estadístico:

Co-responsable: Estadísticamente hablando, este tipo de cosas [el que los pesos de las mochilas sean diferentes al de todos los días], cuando se recogen datos, ¿afecta los resultados?

María: Si el objetivo es precisamente identificar ese problema, o sea el peso, sí nos afecta.

Co-responsable: ¿En qué forma?

María: Pues porque entonces a lo mejor la información que estamos dando al final, al tomar una conclusión final, no vamos a llegar a dar una conclusión verídica, ¿no?, siempre y cuando el objetivo sea que tengamos que encontrar una solución a un problema que estuviéramos investigando, ¿no?

María reconoce que la observación señalada por el estudiante afecta la veracidad del resultado. El co-responsable invita a los profesores a reflexionar acerca de las consecuencias que esto puede tener en el aula:

Co-responsable: ¿Y consideras que esto [la veracidad de los resultados] no lo deben saber los estudiantes?

María: Sí, yo creo que sí, si es importante porque finalmente el objetivo es que ellos [los estudiantes] tengan bien comprendido lo que es el objetivo de la estadística, que es parte del conocimiento que ellos deben de tener, aunque en realidad ahora, a lo mejor, el error está en que nosotros pensamos nada más en el objetivo de la actividad de ese día.

Juan: O tal vez, nosotros nada más estamos viendo la parte matemática, de checar el objetivo, y no llevarla más allá, o sea, relacionar esa actividad con otra materia que podría ser, no sé, medicina, ¿no?, para la salud del niño.

Los profesores, en el intento mismo de justificar el porqué habían desviado su atención a la comprensión del problema de investigación, ampliaron el significado acerca de éste. En efecto, el problema pasó de ser un pretexto para aprender técnicas a formar parte del conocimiento estadístico que los estudiantes deben adquirir. Además, extendieron su repertorio local para comprender lo que implica el problema estadístico en el aula. Frases como “encontrar una solución a un problema”, “conclusión verídica” y “pensar estadísticamente”, exigen una transformación de los objetivos de aprendizaje, las tareas y las acciones promovidas en clase. Dicha transformación fue el desafío principal en el segundo ciclo del estudio de la Lección A.

#### 4.2. Segundo ciclo

*El papel del problema estadístico en la revisión.* El análisis del primer ciclo favoreció que se percibiera la necesidad de hacer cambios en la lección para corregir los errores y deficiencias detectados en el primer ciclo. Los responsables y colaboradores influyeron para que tales cambios fueran lo más avanzados posible desde el punto de vista del desarrollo del pensamiento estadístico. En otras palabras, en esta fase se negociaron significados fundamentales para el aprendizaje profesional de los participantes.

Una de las deficiencias que se señalaron en la discusión del primer ciclo fue que los profesores habían dado mayor importancia a los procesos de obtención y análisis de datos, sin pretender realmente conocer algo nuevo acerca del problema de investigación. En la fase de planificación del segundo ciclo, los profesores previeron realizar acciones para que los estudiantes comprendieran mejor el problema y su importancia, además de que discutieran sobre cómo dar respuesta a las preguntas que de él se derivan. El siguiente episodio refleja la preocupación por parte de los profesores acerca de la enseñanza y aprendizaje del problema:

Germán: Bueno, [...] la ocasión pasada [primer ciclo] no presentábamos el problema, o sea, nada más les pedíamos a los niños que nos dieran ciertos datos y más adelante les decíamos para qué, [...] Aquí lo que queremos es primero plantear un problema con los chicos y decirles: ¡miren! esto pasa, sí, ésta es una investigación que se ha hecho y bueno, que queremos ver si esto se relaciona, o sea, cómo compararla con la información que ellos nos den [...]

Lucio: [...] lo primero que pensamos hacer, como bien dice Germán, es indicarles en un inicio la problemática que se presenta al cargar un peso excesivo.

El reconocimiento, por parte de los profesores, de la importancia que el problema de investigación merecía no sólo se expresó de manera verbal, sino que, por iniciativa propia, hicieron algunas búsquedas para enriquecer el planteamiento del problema de las mochilas. El planteamiento del problema quedó formulado teniendo en cuenta la información encontrada en la nota que consultaron; quedando como sigue en las hojas de trabajo para los estudiantes:

Cuatro de cada 10 niños y la mitad de los adolescentes manifiestan algún tipo de daño que con la peor complicación puede convertirse en dolor crónico e inclusive desviación de la columna vertebral en la edad adulta. Según estudios de la Organización Mundial de la Salud (OMS), un niño carga regularmente un peso entre 7.5 y 12.5 kilos, cuando el peso no debe exceder el 10% del peso corporal. ¿Cómo se podría comprobar si en tu grupo hay alumnos cuya mochila pesa más del 10% de su peso corporal? ¿Quiénes cargan relativamente más peso en sus mochilas, hombres o mujeres?

El uso de la nota informativa fue una estrategia didáctica que los profesores encontraron para discutir el problema de las mochilas en el aula y, por medio de las dos preguntas, motivar la investigación del problema. De esta manera, los profesores iniciarían la clase en el orden en que se opera cuando se resuelve un problema; es decir, siguiendo las fases del ciclo investigativo PPDAC. De acuerdo con el modelo, una vez que se tiene el problema de investigación, el resto de las fases y elementos emergen para proporcionar un conocimiento acerca del problema. Para ello, es necesario decidir cuáles procedimientos y conceptos estadísticos son necesarios.

Para motivar la investigación del problema de las mochilas, los profesores le dedicaron tiempo al refinamiento de las preguntas, a analizar sus interpretaciones y a prever las posibles intervenciones del profesor. Uno de los cambios fundamentales fue diseñar las tareas de manera que demandaran un conocimiento más conceptual que procedimental. En este sentido, se previó promover la participación de los estudiantes invitándolos a que aportaran sus ideas sobre cómo llevar a cabo la investigación para resolver el problema, a que juzgaran y criticaran las diversas propuestas. Por ejemplo, los profesores acordaron dejar a los estudiantes pensar cómo comparar los grupos de datos, en lugar de pedirles, de entrada, calcular la media aritmética. La discusión que originó esta idea se dio después de que expusieron una de las preguntas que tenían pensado plantear a los estudiantes como parte de la actividad: *En promedio, ¿cuál mochila pesa más, la de los hombres o la de las mujeres?* El co-responsable aprovechó la oportunidad para cuestionarlos al respecto:

Co-responsable: ¿Por qué el promedio?

Germán: Se necesita para hacer las comparaciones.

Co-responsable: [...] ¿Quién siente la necesidad, ustedes o sus estudiantes?

Germán: Los estudiantes van a tener la necesidad de encontrar el promedio para hacer una comparación.

Co-responsable: ¿Y cómo se les va a ocurrir el promedio si tú le estas pidiendo que calcule el promedio?

Juan: Lo que ella [Co-responsable] nos está sugiriendo es que el niño sienta la necesidad de “cómo hago la comparación”, que de él surja, que diga “puedo calcular el promedio”, y no que nosotros lo digamos.

Lucio: [...] probablemente al decirles [a los estudiantes] de qué manera podemos hacer una comparación entre hombres y mujeres, pudiera ser que alguno diga “por medio del promedio”.

Los profesores entendieron que había que permitir a los estudiantes generar ideas para analizar los datos en lugar de indicarles lo que tenían que hacer. La siguiente pregunta es un ejemplo de cómo los profesores modificaron las preguntas planteadas para dar lugar a que los estudiantes se comprometieran más con la investigación del problema:

*¿Cómo podríamos saber si son los hombres o las mujeres quienes cargan más peso en su mochila con respecto a su peso corporal?*

Esta pregunta promueve más la actividad cognitiva de los estudiantes, pues está abierta a la generación de ideas necesarias para operar en las distintas fases

del modelo del pensamiento estadístico. Por ejemplo, los estudiantes pueden expresar que necesitan recolectar datos (*reconocimiento de la necesidad de datos reales*), idear un plan para ello (*Plan, Datos*), sugerir la elaboración de tablas para organizar los datos (*transnumeración*), la elaboración de gráficas para presentar la información y el uso del promedio o media aritmética para comparar grupos de datos (*razonamiento con modelos*). De esta manera la pregunta genera una estrategia didáctica por medio de la cual el profesor se propone favorecer el conocimiento de ciertos objetos de aprendizaje a los cuales les ha otorgado un significado. En efecto, en el proceso mismo de prever las acciones de los estudiantes y el conocimiento que desea favorecer, el profesor interpreta los objetos de aprendizaje y clarifica el empleo de ellos: les otorga significado porque comprende lo que representan y los adopta para emplearlos en su práctica.

En general, las modificaciones fundamentales de la Lección A se centraron en el papel del problema estadístico y en el diseño de tareas que permitieran al estudiante generar sus propias ideas para realizar procesos estadísticos y emplear conceptos estadísticos que proporcionaran información al respecto. Lo anterior exigió una manera distinta de gestionar la enseñanza de la nueva lección (Lección 2A). Por ello, los profesores previeron, con apoyo de los responsables, acciones que podían favorecer el logro de los objetivos de cada una de las tareas que conformaron la Lección 2A. Un ejemplo de ello fue el diseño de una guía para el profesor en la que se redactaron las acciones que debía realizar el profesor y estrategias didácticas que permitirían encaminar el logro de los objetivos. La elaboración de esa guía fue un proceso que enriqueció la adopción, por parte de los profesores, de los elementos del pensamiento estadístico implícitos en las tareas, porque en la guía se concretaron sus decisiones sobre lo que era importante para el logro de un fin específico: desarrollar un pensamiento estadístico en los estudiantes. Por ejemplo, una de las tareas de la actividad fue pedir a los estudiantes que propusieran valores hipotéticos del peso de sus respectivas mochilas y su peso corporal para hacer un análisis del peso relativo que cargaban. Dado que los datos serían supuestos, y por tanto no fiables, el profesor debía orientar al estudiante a la búsqueda de datos reales para responder a la pregunta de investigación. En la siguiente tabla se presenta un fragmento de la guía que muestra el cierre de la Actividad 2A.1 (ver Tabla IV). En la columna derecha se observa la indicación para el profesor; en la columna izquierda las preguntas para el estudiante, mismas que se darían en sus hojas de trabajo.

TABLA V  
Fragmento de la guía para el profesor de la Lección 2A

3.- Según los datos estimados, ¿hay alumnos que puedan estar cargando más del 10% de su peso corporal?	Manejo de decimales.
4.- En este caso, ¿quiénes pueden estar cargando más del 10% de su peso corporal, hombres o mujeres?	 <b>¡Atención!</b>
5.- ¿Cómo podríamos comprobar si en tu grupo hay alumnos cuya mochila pesa más del 10% de su peso corporal?	La intención de preguntar en cada equipo si, según sus datos estimados, puede haber alumnos que estén cargando más del peso permitido, es propiciar el reconocimiento de la necesidad de datos reales para saberlo.

Como se puede observar, en la columna derecha, la indicación para el profesor señala prestar atención en un elemento fundamental del pensamiento estadístico: *el reconocimiento de la necesidad de datos reales*.

*La participación de los profesores durante la sesión de enseñanza.* En la fase de enseñanza, del segundo ciclo, se logró que la participación y la cosificación se distribuyeran de manera más equilibrada que en la primera implementación. Por ejemplo, se les brindó a los estudiantes la oportunidad para proponer ideas e interpretar sus resultados; mientras que el profesor hizo intervenciones precisas para ampliar esas ideas y proporcionar información necesaria para ello.

En el siguiente episodio se muestra un ejemplo de la intervención de la profesora María para que sus estudiantes reflexionaran acerca del peso promedio de las mochilas que habían excedido del 10% del peso corporal de los estudiantes:

María: ¿Qué significa ese dato? [se refiere al peso promedio de las mochilas: 5.28 kilos]

Estudiante 1: El promedio general de los que cargan más de su peso.

Estudiante 2: Bueno, más o menos podría ser el peso que puede variar del peso de las mochilas.

Estudiante 3: Que esa es la cantidad que está entre el peso de las mochilas que cargan más del 10% de su peso.

- María: Voy a hacer la pregunta de otra forma: ¿De todos los niños que están cargando más del 10% de su peso corporal, aproximadamente entre cuánto están cargando?
- Estudiantes: ¡Entre 5.28!
- María: [...] Como dijo Alma [Estudiante 3], alrededor de este valor están cargando en su mochila los alumnos que pueden provocarse un problema, ¿en dónde?
- Estudiantes: ¡En la espalda!

Al pedir María a sus estudiantes una interpretación del promedio manifiesta su aprendizaje acerca de la importancia de promover un significado conceptual en lugar de reducirlo a un simple cálculo. En este sentido, a diferencia de la enseñanza en el primer ciclo, se puede decir que los profesores aprendieron a desarrollar un papel más activo en la consecución de los objetivos de cada una de las actividades y a brindar posibilidades a sus estudiantes para comprender el significado de los procesos y conceptos implicados en la investigación del problema de las mochilas.

En la fase de enseñanza del segundo ciclo los profesores fueron más sensibles a las respuestas y acciones de los estudiantes, y promovieron que éstos interpretaran los resultados estadísticos de acuerdo con el contexto del problema de las mochilas. En este sentido, los profesores enseñaron lo que ellos habían comprendido acerca del pensamiento estadístico, por ello la enseñanza es un reflejo de su aprendizaje, de lo que ellos fueron capaces de hacer. Podemos decir que los profesores no hicieron una aplicación mecánica de los elementos del pensamiento estadístico, sino que los comprendieron porque se esforzaron por transmitir el significado que ellos habían adquirido. Esa comprensión cambió su capacidad de participar durante la implementación de la lección.

*El análisis de la enseñanza del problema.* Algunos de los profesores seleccionaron episodios que mostraban cómo los estudiantes habían pensado acerca del problema de las mochilas. Este hecho muestra que consideraron al problema de investigación parte del aprendizaje de los estudiantes.

En el siguiente episodio se expone una experiencia que compartieron durante la revisión de la sesión de enseñanza. Ésta favoreció que los profesores reafirmaran la importancia de usar problemas estadísticos en la enseñanza de la materia:

- Juan: [...] después que se aplicó la actividad, pasaron, como a los cinco, cuatro días que se había terminado la actividad, en el noticiero de que se estaba preocupando la SEP (Secretaría de Educación Pública) porque había muchos niños que tenían problemas de la columna y estaban haciendo un estudio y un médico dijo que no podían, que no estaba permitido cargar más del 10% de su peso corporal.

María: Los niños relacionaron esa noticia con lo que hicimos dentro del aula.

Lucio: Unos días después en clase nos hicieron ese comentario.

María: Emocionados me dijeron “¡maestra no se fijó, no escuchó las noticias!”, les digo, [...] “¿qué?”, “pues pasaron en las noticias lo que vimos aquí en el salón” [...]

Con base en la teoría de Wenger (2001), se identifica que tanto los profesores como los alumnos vivieron una experiencia de la vida cotidiana que amplió su significado del problema de las mochilas. La noticia del problema de las mochilas, anunciada unos días después de concluir la Lección 2A, fue un suceso que amplió el significado de resolver problemas del mundo real en el contexto del aula. Por un lado, los profesores le dieron un mayor sentido a la enseñanza de este tipo de problemas; por otro, los estudiantes que vieron las noticias se mostraron entusiasmados al ver que el problema anunciado lo habían trabajado en clase. Lo cual en palabras de María significaba que la Lección les había dejado “algo bueno”.

María: Eso quiere decir que sí les dejó algo bueno.

Este tipo de experiencias son a las que Wenger (2001) se refiere cuando define al significado como “experiencias de la vida cotidiana” (p. 76). Después de los comentarios de los profesores, el responsable reafirmó la importancia de trabajar en clase problemas como el de las mochilas.

Responsable: Eso muestra que sí es muy importante [...] que tengan problemas reales, interesantes y datos reales, y que ocurran cosas como éstas, que se vea que no es una cuestión de pizarrón nada más, artificial, inventada, sino que estamos tratando con situaciones que sí preocupan a la sociedad, a la ciencia; y que los niños se sientan identificados con esas cuestiones, por eso sí, es bueno preparar muy bien cada lección, cada tema, verlas en esta perspectiva que ofrece Wild y Pfannkuch, de no ver la estadística como conceptos puntuales, sino como un trabajo estadístico global.

Otro asunto relevante, en relación con el problema de las mochilas, fueron las conclusiones a las que llegaron algunos estudiantes al final de la sesión de enseñanza de la Lección 2A. Por ejemplo, Álvaro expuso parte del diálogo que mantuvo uno de sus estudiantes con el co-responsable durante una entrevista; esta entrevista se les hizo a algunos de los estudiantes al final de la enseñanza. Enseguida se muestra parte del diálogo que corresponde al episodio que Álvaro compartió en la sesión de análisis de la enseñanza.

Co-responsable: ¿Qué te pareció la actividad?

Estudiante: Me pareció una actividad muy interesante que nos hace reflexionar en muchas cosas, por ejemplo, yo me di cuenta que soy el que pesa menos en el salón y me di cuenta que no tengo que cargar esa mochila porque me hace mal.

Co-responsable: ¿Qué porcentaje estás cargando de tu peso corporal?

Estudiante: [...] 15%

Co-responsable: ¿Y qué vas a hacer?

Estudiante: Voy a intentar subir de peso para poder tener mi peso normal.

Co-responsable: ¿Y mientras subes de peso vas a seguir cargando esa mochila?

Estudiante: Pues voy a tratar de traer las cosas del horario porque acostumbro a traer todo casi siempre.

La experiencia de pesarse y obtener el porcentaje que representan el peso de la mochila en relación con el del peso corporal le permitió al estudiante reflexionar acerca de su propio peso. La solución que él encontró fue subir de peso y, mientras eso sucedía, traer sólo los útiles necesarios de acuerdo con sus clases.

Cuando se le preguntó a Álvaro el porqué había decidido mostrar este suceso, respondió:

Álvaro: Me gustaron sus respuestas,[...] me llamó la atención que iba a procurar subir más de peso.

Álvaro decidió exponer la conclusión a la que llegó ese estudiante como una muestra de lo que éste había aprendido, pues ese era el objetivo del análisis de los episodios; en ello, Álvaro expuso el nuevo sentido que le dio al problema de investigación. En efecto, a diferencia del primer ciclo, en donde Álvaro expresó que el problema de las mochilas había sido sólo un “pretexto” para que los estudiantes realizaran los procesos como recolectar datos, hacer una gráfica o calcular un promedio, en el segundo ciclo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en términos del problema de las mochilas. En este sentido, este problema pasó de ser un pretexto a ser parte del proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, se convirtió en un referente en torno al cual discutir los procesos y conceptos estadísticos.

En resumen, los profesores significaron el problema estadístico en la medida en que lo incluyeron como parte de su enseñanza. A su vez, el problema estadístico propició que los profesores ampliaran el significado de temas estadísticos tales como tablas, gráficas, promedio, etc., pues éstos fueron usados para un nuevo propósito: resolver el problema. En otras palabras, el problema estadístico se convirtió en un punto de referencia para negociar nuevos significados.

## 5. CONCLUSIONES

En este artículo mostramos el proceso mediante el cual los profesores aprenden una nueva forma de enseñar estadística a partir del trabajo conjunto en la planificación,

enseñanza y análisis de la enseñanza de una investigación estadística. Al respecto, y a raíz de la experiencia realizada, se pueden formular conclusiones en dos planos: uno referido al proceso mismo del diseño de aprendizaje en un programa de actualización de profesores; el otro, al proceso específico de aprender, por parte de los profesores, a promover aspectos del desarrollo del pensamiento estadístico en la enseñanza de los temas curriculares de estadística.

Entendemos por diseño de aprendizaje la especificación de los objetivos, estrategias y contenidos que los educadores se formulan para desarrollar un aspecto de la actualización de los profesores. En el caso presente, dicho diseño tuvo dos componentes que sirvieron para organizar las actividades con los profesores, una de contenido y otra de tipo metodológico. Con relación al contenido, el modelo del pensamiento estadístico sugiere buscar preguntas genuinas que se respondan con la recolección y análisis de datos reales. Respecto a la componente de tipo metodológico, el Estudio de Lecciones en Grupo favorece el desarrollo de conocimientos estadísticos y pedagógicos necesarios para promover la enseñanza de dicho pensamiento; las actividades del Estudio de Lecciones en Grupo (planificación, enseñanza y análisis de la enseñanza) conectan la práctica real del profesor e impelen a poner en práctica lo que los profesores aprenden.

En el contexto del Estudio de Lecciones se pueden combinar aspectos de participación y cosificación de manera balanceada. Por un lado, los profesores, como resultado de su formación y experiencia docente, tienen su propia idea del contenido estadístico y de cómo tratar los temas en el aula. Por otro, los educadores tienen una concepción de la estadística y su enseñanza basada en el modelo del pensamiento estadístico, que difiere del enfoque tradicional y de la concepción de los profesores. La participación tanto de los profesores como de los educadores está organizada en torno a ese modelo. En consecuencia, la negociación de significado fue necesaria para alinear las ideas de los profesores con las de los educadores y construir un conocimiento común acerca de enseñar y aprender estadística de manera que se favorecieran elementos del pensamiento estadístico.

Uno de los principales logros en el terreno de la didáctica de la estadística y desde el punto de vista de la actualización, fue la comprensión de los profesores de que enseñar estadística puede consistir, y además es posible hacerlo, en llevar a cabo en el aula un ciclo investigativo; es decir, formular una pregunta genuina, concebir un plan para obtener datos, recoger datos, analizarlos y sacar una conclusión. Incorporar esta dimensión del pensamiento estadístico en la enseñanza y ver su funcionamiento rompió con los esquemas que cada profesor tenía en relación con la enseñanza de la estadística, que como se sabe, consistía en hacer que los estudiantes aprendieran, calcularan y aplicaran procedimientos y fórmulas. Pero esta comprensión no se logró sin dificultades, las más complejas fueron la formulación de una pregunta de investigación y entender el papel central que

juega realizar las actividades con datos reales. Tales dificultades no sólo se deben a la falta de experiencia de los profesores para generar una investigación estadística en su práctica docente, sino a la naturaleza misma de las situaciones, pues cualquier fenómeno o contexto de la realidad es muy complejo y detectar una variable de la que se puedan obtener datos y que el análisis de éstos responda a alguna pregunta significativa requiere de un esfuerzo de abstracción, a veces algo alejado de los niveles de abstracción que los profesores acostumbran a llevar a cabo en estadística.

Para llevar al aula la investigación del problema estadístico se requieren, además, conocimientos pedagógicos que favorezcan la investigación del problema en el contexto del aula. Por ejemplo, dos de los asuntos que más preocuparon a los profesores en estudio fueron: 1) el tiempo de clase para realizar la investigación y, con ella, 2) cubrir objetivos curriculares. Estas cuestiones fueron relevantes para los profesores y, por lo tanto, estuvieron incluidas en el proceso de negociación de significado. En el primer caso, los profesores consideraron aceptables problemas de investigación que despierten el interés del estudiante y que se puedan realizar en un tiempo de clase acorde con sus necesidades programáticas. En el segundo caso, los profesores lograron una comprensión holística de los conceptos estadísticos, pues consiguieron incluir diferentes contenidos estadísticos que el propio programa trata de manera aislada y entender el papel que dichos contenidos pueden jugar en el proceso de una investigación estadística.

Finalmente, podemos decir que comprometer a los profesores en actividades relacionadas con su práctica docente y organizarlas en torno a los nuevos enfoques de enseñanza favorece experiencias de significado necesarias para desarrollar conocimiento tanto de contenido estadístico como de contenido pedagógico. Por esto, en los programas de desarrollo profesional es necesario brindar espacios para que el profesor aproveche su práctica como parte de su proceso de aprendizaje, pues los significados que construyen están fuertemente influidos por las problemáticas reales que enfrentan en el aula. Además, es necesario analizar el aprendizaje de los profesores para entender cómo ellos crean nuevas experiencias que repercuten en una mejora de su enseñanza.

#### AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue apoyada por Conacyt mediante la Beca 203539 a la autora del artículo y tuvo también un apoyo parcial del proyecto 101708, cuyo responsable es el otro autor.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381. doi: 10.1007/s10649-005-5072-6
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2005, Abril). Articulating domains of mathematical knowledge for teaching. Paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association, Montreal, Canada. Recuperado de [www-personal.umich.edu/~dball/](http://www-personal.umich.edu/~dball/).
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554
- Batanero, C., Arteaga, P., y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de la Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Burgess, T. A. (2011). Teacher knowledge of and for statistical investigations. In C. Batanero, G. Burril, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 259-270). New York, United States of America: Springer.
- Curcio, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393. doi: 10.2307/749086
- Figueras, O. y Rigo, M. (2005). *Maestría en Educación, Especialidad Matemáticas. Plan y programas de estudio*. D. F., México: Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav.
- Flyvbjerg, B. (2011). Case Study. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (pp. 301-316). Thousand Oaks, CA: SAGE.
- Friel, S.N., Curcio, F. R., & Bright, G.W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158. doi: 10.2307/749671
- Garfield, J. B. & Ben-Zvi, D. (2008). Collaboration in Teaching and Research. In J. B. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.), *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice* (pp. 325-341). New York, United States of America: Springer Netherlands. doi: 10.1007/978-1-4020-8383-9\_16
- Gómez-Blancarte, A. L. (2011). *Un Estudio sobre el Aprendizaje de Profesores de Secundaria en Servicio: El Caso de un Proyecto de Desarrollo Profesional en Estadística* (Tesis doctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.
- Hill, H. C., Schilling, S., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
- Konold, C. & Miller, C. D. (2005). *Tinker Plots. Dynamic Data Exploration*. (Versión 1.0) [Computer software] Key Curriculum Press, University of Massachusetts.
- Leavy, A. & O'Loughlin, N. (2006). Preservice teachers understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 53-90. doi: 10.1007/s10857-006-9003-y
- Lewis, C. (2000). *Lesson Study: The core of Japanese professional development*. Invited presentation to the Special Interest Group on Research in Mathematics Education at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, L. A. Recovered <http://www.lessonresearch.net/aera2000.pdf>

- Lin, X., Genest, C., Banks, D. L., Molenberghs, G., Scott, D., & Wang, J.-L. (2014). *Past, Present, and Future of Statistical Science*. London, United Kingdom: Chapman and Hall/CRC.
- Mokros, J. & Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39. doi: 10.2307/749226
- Pfannkuch, M. & Ben-Zvi, D. (2011). Developing teachers' statistical thinking. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE, The 18<sup>th</sup> ICMI Study* (pp. 323-333). New York, United States of America: Springer.
- Pfannkuch, M. & Horring, J. (2005). Developing statistical thinking in a secondary school: a collaborative curriculum development. In G. Burrill & M. Camden (Eds.), *Curricular development in statistics education: International Associations for Statistical Educations 2004 Roundtable* (pp. 204-218). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards and understanding of statistical thinking. En Dani Ben-Zvi & Joan Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 17-46). Dodrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Pfeffermann, D. & Rao, C. R. (Eds.) (2009). *Sample Surveys: Design, Methods and Applications*. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier.
- Pollatsek, A., Lima, S., & Well, D. (1981). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics* 12(2), 191-204. doi: 10.1007/BF00305621
- Ponte, J. P. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of statistics education. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 299-309). New York, United States of America: Springer.
- Powell, A.B., Francisco, J.M., & Maher, C.A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 405-435. doi: 10.1016/j.jmathb.2003.09.002
- SEP - Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. D.F., México: SEP.
- Sowder, J.T. (2007). The mathematical education and development of teachers. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 1, pp. 157-223). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248. doi: 10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

## Autores

---

**Ernesto A. Sánchez Sánchez.** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. esanchez@cinvestav.mx

**Ana L. Gómez-Blancarte.** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. algomez@cinvestav.mx

