Conception et analyse de geogebratutor, un système tutoriel intelligent : genèse d'un espace de travail géométrique idoine

Geogebratutor conception and analysis, an intelligent tutorial system: suitable geometrical working space genesis

Michèle Tessier-Baillargeon, Philippe R. Richard, Nicolas Leduc, Michel Gagnon

RESUMEN

Esta colaboración muestra el enfoque ofrecido por el modelo de espacios de trabajo geométrico (ETG) en la concepción y validación del sistema tutorial inteligente geogebraTUTOR (GGBT). Concebido para ser empleado por alumnos de educación secundaria, este sistema está destinado al desarrollo del pensamiento geométrico en un contexto de resolución de problemas de prueba en geometría euclidiana. El texto presenta en un principio los fundamentos teóricos que sostienen el desarrollo de GGBT, dentro del cual los ETG actúan como encrucijada conceptual. En medio de nuestra propuesta, la evaluación de una versión perfeccionada de GGBT se lleva a cabo mientras de comprueba la idoneidad del espacio de trabajo creado por el empleo del sistema tutorial. Esta fase de evaluación, que se inserta en una serie de fases de investigación y desarrollo, tiene por objetivo la observación y análisis del trabajo del alumno como geómetra en formación. Los resultados experimentales provienen de alumnos quebequenses de 2º grado de escuela secundaria (etapa de los 14-17 años).

PALABRAS CLAVE:

- *Espacios de Trabajo Geométrico*
- *Sistema tutorial inteligente*
- *Matemática Educativa*
- *Problemas de prueba*
- *Geometría dinámica*
- *Interacciones cognitivas sujeto-medio*

ABSTRACT

This collaboration shows the enlightenment offered by the geometrical working spaces (GWS's) model in the conception and validation of the intelligent tutorial system geogebraTUTOR (GGBT). Conceived to be used by high school students, this system is designed for the development of geometrical thought in a context issuing trial problem solving in Euclidian geometry. The paper presents initially the theoretical foundations that support he GGBT development, where the GWS's act as a conceptual carrefour. At the very heart of our proposal, the validation of an improved GGBT version is carried out verifying the suitableness of the working space generated by the use of

KEY WORDS:

- *Geometrical working spaces*
- *Intelligent tutorial system*
- *Didactics of mathematics*
- *Geometric proof problems*
- *Dynamic geometry*
- *Student–milieu cognitive interactions*

Relime (2014) 17 (4-II): 303-326. Recepción: Enero 19, 2013 / Aceptación: Noviembre 25, 2013.
DOI: 10.12802/relime.13.17415

the tutorial system. This validation phase, inserted on a series of investigation and development stages, aims to the observation and analysis of the student's work as a geometer in training. The experimental results come from Quebecois students undergoing the 2 grade of high school (between 14 and 17 years).

RESUMO

Essa contribuição mostra como o modelo dos espaços de trabalho geométrico (ETG) ajuda na concepção e na validação do sistema tutorial inteligente geogebraTUTOR (GGBT). Concebido para ser usado pelos alunos na escola secundária, esse sistema está destinado para o desenvolvimento do pensamento geométrico num contexto de resolução de problema de prova em geometria euclidiana. Primeiramente, este artigo apresenta os fundamentos teóricos que sustentam o desenvolvimento de GGBT, no qual os ETG agem como encruzilhada conceitual. O núcleo de nossa proposta é a validação de uma versão melhorada de GGBT, realizada pela verificação da idoneidade do espaço de trabalho gerado pelo uso do sistema tutorial. Essa fase de verificação, que faz parte de uma série de fases de pesquisa e desenvolvimento, tem por objetivo a observação e a análise do trabalho do aluno como geômetra em formação. Os resultados experimentais são obtidos de alunos quebequenses do segundo ciclo da escola secundária (etapa 14-17 anos).

PALAVRAS CHAVE:

- *Espaços de trabalho geométrico*
- *Sistema tutorial inteligente*
- *Didática das matemáticas*
- *Problemas de prova*
- *Geometria dinâmica*
- *Interações cognitivas sujeito-meio*

RÉSUMÉ

Cette contribution montre l'éclairage apporté par le modèle des espaces de travail géométrique (ETG) dans la conception et la validation du système tutoriel intelligent geogebraTUTOR (GGBT). Conçu pour être employé par des élèves de l'école secondaire, ce système se destine au développement de la pensée géométrique dans un contexte de résolution de problèmes de preuve en géométrie euclidienne. Le texte présente d'abord les fondements théoriques qui sous-tendent le développement de GGBT, au sein duquel les ETG agissent en tant que carrefour conceptuel. Au cœur de notre propos, la validation d'une version perfectionnée de GGBT s'effectue en vérifiant l'idonéité de l'espace de travail engendré par l'usage du système tutoriel. Cette phase de vérification, qui s'inscrit dans une suite de phases de recherche et de développement, a pour objectif l'observation et l'analyse du travail de l'élève en tant que géomètre en formation. Les résultats expérimentaux proviennent d'élèves québécois au 2e cycle de l'école secondaire (étape 14-17 ans).

MOTS CLÉS:

- *Espaces de travail géométrique*
- *Système tutoriel intelligent*
- *Didactique des mathématiques*
- *Problèmes de preuve*
- *Géométrie dynamique*
- *Interactions cognitives sujet-milieu*

1 Introduction

GGBT, un STI conçu pour assister l'élève dans l'exercice de la pensée géométrique en contexte de problème de démonstration, vise la gestion de messages discursifs et, éventuellement, la gestion d'itinéraires de problèmes personnalisés.

L'aspect singulièrement novateur de GGBT réside dans l'élaboration d'un modèle d'intervention tutorielle à l'image de comportements instrumentés observés, qui ne dépend pas de la cohérence logique et de la complétude du système d'axiome, indispensables en géométrie axiomatique formaliste[1].

Cet article expose pourquoi il est réducteur de parler de GGBT comme d'un simple espace de dialogue entre l'élève utilisateur et l'agent tuteur. Les choix didactiques dont les éléments de l'interface et les outils disponibles ainsi que la programmation novatrice, aboutissements d'une analyse a priori exhaustive, confèrent à GGBT le statut d'ETG. De plus, une analyse a posteriori reposant sur des observations nées de réalisations effectives vient réaffirmer la pertinence de cette catégorisation.

Ainsi, les prochaines pages viennent démontrer que d'un point de vue méthodologique, le cadre théorique mis de l'avant par Kuzniak est tout désigné non seulement pour la conception d'un ETG idoine, en l'occurrence GGBT, mais pour l'appréciation du potentiel que revêt cet environnement pour le développement et l'exercice des compétences en géométrie déductive des élèves utilisateurs.

2 GGBT : Plus qu'un milieu d'aide, un espace de travail géométrique idoine

Selon Kuzniak, l'ETG intervient naturellement où est envisagée une analyse ou une réflexion sur l'interaction entre un sujet et des problèmes géométriques. Parallèlement à la *Théorie des Situations Didactiques* (TSD) de Brousseau (1996), qui modélise ces interactions, le concept d'ETG définit l'univers organisé au sein duquel prend place le travail du géomètre, en l'occurrence l'élève. Le travail du géomètre au sein d'un ETG s'illustre par un ensemble d'interactions entre deux plans, un sujet et un milieu. Cette notion d'interaction entre *sujet* et *milieu* fait volontairement référence à la nomenclature adoptée par Brousseau dans son modèle situationnel.

1 Conformément à un modèle de géométrie cognitive (voir section 2.2.1.)

Dans le cas de GGBT, le sujet désigne l'élève, doté de connaissances, d'aptitudes et de schèmes d'adaptation propres, qui complète une démonstration à l'interface de GGBT. Quant à lui, le second plan axé sur les contenus géométriques en jeu dépeint un milieu épistémologique conçu en fonction des apprentissages visés. Comme dans la TSD de Brousseau, le milieu, grâce à sa conception méticuleuse, doit, par ses interactions avec l'élève, véhiculer des connaissances et engendrer la construction de savoirs.

2.1. *Les genèses et les démarches de résolution*

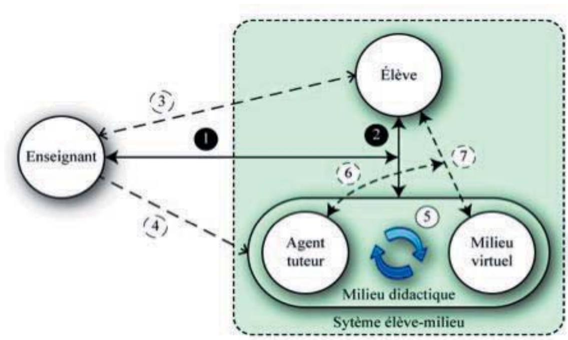
Le modèle des ETG se distingue de la TSD de Bousseau par la particularisation des interactions entre le sujet et le milieu. Là où Brousseau évoque une adaptation bilatérale entre ces deux pôles, Kuzniak évoque trois différentes genèses caractéristiques du travail du géomètre (Kuzniak, 2013). En revanche, pour préciser l'ETG idoine, nous avons plutôt choisi de nous intéresser aux plans verticaux qui sous-entendent et lient les genèses entre elles. Ces plans ajoutés au schéma d'ETG initialement introduit par Kuzniak (Figure 1 dans Kuzniak & Richard, 2014) situent, au sein de ce modèle, les différentes démarches associées au travail du géomètre, c'est-à-dire les démarches de découverte, de validation et de modélisation (Coutat & Richard, 2011).

Ces trois démarches seront abordées à nouveau à la section 4. Plus précisément, ce volet des ETG servira de cadre afin de préciser, à posteriori, l'idonéité de l'ETG proposé aux élèves dans la seconde phase expérimentale du développement de GGBT.

2.2. *Les conditions pour un ETG idoine : une analyse à priori*

Comme le précisent Kuzniak et Richard en introduction, pour mériter l'appellation d'ETG idoine, un environnement, en l'occurrence GGBT, doit remplir deux conditions ergonomiques : les composantes de l'ETG doivent être pensées, élaborées et organisées de manière à permettre à l'élève de s'engager dans la résolution du – ou de chaque – problème et de clore celle-ci; l'espace de travail doit amener l'élève à travailler conformément au paradigme correspondant aux attentes dictées par l'institution scolaire.

Concernant la première de ces conditions, dans son modèle, Brousseau suggère que l'enseignant, motivé par une intention didactique, mette en place un milieu qui, lorsqu'en interaction avec le sujet, forme un système où les constituants sont indissociables. Seulement, dans le cas de GGBT, un environnement construit autour de la géométrie dynamique et d'un STI, non seulement l'enseignant n'est plus le concepteur direct du milieu, puisque ce dernier est conçu par des experts en didactique et en informatique, mais la relation entre ce dernier et le système sujet-milieu se trouve modifiée. Même si un système tutoriel est un milieu a-didactique sur lequel l'enseignant peut exercer un certain contrôle, l'introduction d'un agent tuteur au sein du système sujet-milieu engendre une relation didactique simulée dans laquelle l'agent tuteur joue momentanément le rôle d'un enseignant, lequel est complémentaire à celui de l'enseignant ordinaire. Ce phénomène est illustré à la figure 1 par la reprise des relations 1 et 2 qui deviennent les relations 6 et 7 au sein du système sujet-milieu. La notion de milieu demande alors une nouvelle distinction, soit le *milieu didactique* comme système antagoniste du système enseigné au sein duquel l'*agent tuteur* apparaît en sous-système avec le *milieu virtuel* et l'élève interagit avec ce dernier sous-système, échange au sein duquel l'agent tuteur intervient (relation 6 sur 7) (Richard et al., 2011).



Relations

1. Enseignant < > système élève-milieu
2. Élève < > milieu didactique
3. Enseignant < > élève
4. Enseignant > > milieu didactique
5. Agent tuteur < > milieu virtuel
6. Agent tuteur < > système élève-milieu virtuel
7. Élève < > milieu virtuel

Figure 1. Carte des interactions didactiques (Richard et al., 2011)

Cette distinction influence la définition du milieu, et nous devons en tenir compte dans l'analyse a priori qui conduira à l'élaboration de l'ETG qu'est GGBT.

Concrètement, la démarche de recherche et de développement de GGBT repose sur une convergence entre analyses à priori et à posteriori qui vise l'adaptation et l'évolution du système vers l'obtention d'un ETG idoine. L'élaboration de ce milieu didactique, qui fut soumis aux élèves dans la mise à l'essai abordée à la section 3, s'articule en deux temps. Le milieu virtuel fut d'abord élaboré conformément à une analyse théorique décrite dans Richard et al., 2011 pour ensuite être adapté en fonction des résultats de la première phase de validation. En ce qui a trait à l'agent tuteur, il fut modélisé selon les interactions entre élèves et enseignants en situation de résolution de problème à l'interface de GGBT lors de cette même phase de mise à l'essai[2]. Ainsi, cette conception d'un environnement aux fortes influences anthropocentriques[3], au

[2] Pour le détail de cette modélisation, se référer à Tessier-Baillargeon et al., 2013.

[3] Selon Rabardel (1995), l'appellation objet technique pour désigner un outil sous-entend une approche *technocentrique* et ne comporte donc aucune dimension humaine et s'éloigne du coup d'une approche dite anthropocentrique. Selon l'auteur, toute tentative de conception d'un système destiné à assister l'humain doit être d'abord et avant tout centré sur l'utilisateur et sur ses schèmes d'utilisation.

sens de Rabardel (1995), permet l'adaptation du système à l'image des modalités d'utilisation mises de l'avant par les sujets en interaction avec GGBT, assurant un milieu où l'élève peut s'investir dans la résolution complète d'un problème de démonstration.

Pour ce qui est de la seconde condition pour l'obtention d'un ETG idoine, avant de décrire le paradigme géométrique de référence adopté pour GGBT, précisons ce que nous entendons par ETG idoine. L'ETG idoine désigne un espace de travail effectif propice à l'exercice réussi de la géométrie. Il est décrit comme étant obtenu grâce à l'aménagement et à l'organisation d'un ETG de référence (Kuzniak, 2009). Ainsi, l'enseignant ou, dans le cas de GGBT, les concepteurs visent l'élaboration d'un ETG idoine en mettant en place, selon un référentiel théorique ciblé, un milieu en concordance avec le paradigme géométrique véhiculé par le programme de formation ayant préséance au Québec, soit le *Programme de formation de l'école québécoise* (PFÉQ) du ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (MÉLS). Ensuite, un ETG idoine fait sien par l'élève devient ETG personnel. C'est précisément ce dernier ETG qui fera l'objet d'analyses dans la seconde phase de validation de GGBT présentée plus bas.

La perspective de Kuzniak exposée ci-haut sous-entend une progression qui implique que l'ETG de référence, qui dépend directement de l'identification d'un référentiel théorique, soit identifiable, mais il s'avère qu'au Québec, la reconnaissance d'un référentiel théorique s'avère être ardu comme nous le verrons dans les prochaines lignes.

2.2.1. *La géométrie cognitive*

Comme le mentionnent Coutat et Richard (2011), malgré un programme de formation qui souligne l'importance du raisonnement déductif et de la démonstration en géométrie euclidienne (MÉLS, 2008), une analyse élémentaire des principaux manuels scolaires québécois met en lumière une réalité fort différente.

> Les énoncés de géométrie euclidienne n'y apparaissent pas. Bien que l'élève est censé pouvoir reconnaître ou décrire une figure à partir de ses attributs, les activités proposées sont essentiellement calculatoires, depuis les manipulations arithmétiques sur les grandeurs jusqu'à l'établissement de mesures inconnues. Il n'y a donc rien sur les constructions à la règle et au compas et il n'y a rien non plus sur la mécanique des propriétés géométriques, encore moins sur la notion de preuve. (Coutat & Richard, 2011, p. 100)

Cette apparente discontinuité entre le programme de formation et les manuels scolaires, supposément élaborés en fonction des attentes formulées par ce dernier, rend nécessaire un questionnement initial sur l'adoption effective d'un paradigme géométrique de référence au Québec. Le concept de géométrie cognitive, avancé notamment par Richard et Fortuny (2007), n'est pas en adéquation avec un paradigme géométrique comme ceux suggérés par Houdement et Kuzniak (2006), mais constitue plutôt un modèle géométrique, une interprétation du référentiel théorique pour l'exercice de la géométrie en classe de mathématiques au Québec. Cette géométrie offre une étape intermédiaire entre une géométrie ancrée dans la réalité tangible et une géométrie formelle axiomatisée portant sur des objets géométriques idéalisés. De ce fait, la géométrie cognitive évolue quelque part entre la géométrie naturelle (GI) et la géométrie axiomatique naturelle (GII). La première de celles-ci base sa validation sur le monde réel et sensible et la seconde «se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique le plus précis possible» (Kuzniak, 2006, p. 172).

Cette orientation constitue donc la fondation de l'ETG de référence, qui sera aménagé pour produire l'ETG idoine que sera GGBT. Cet ETG idoine est donc conçu selon un modèle de géométrie cognitive qui implique que même si l'élève est amené à explorer l'approche structurelle en géométrie, le raisonnement déductif, souvent idiosyncratique, est privilégié et l'activité de rédaction est perçue comme secondaire.

Les derniers paragraphes ont démontré en quoi GGBT remplit a priori les deux conditions pour être qualifié d'ETG idoine. Cet environnement est conçu selon une analyse qui a pour objectif l'élaboration d'un milieu qui favorise l'exercice de la pensée géométrique avec pour toile de fond un référentiel mathématique ciblé correspondant aux attentes de l'institution scolaire. Néanmoins, l'un pourrait se demander comment on peut prétendre à un ETG d'idoine avant même de l'avoir mis à l'essai avec de réels élèves. Ce questionnement peut découler d'une confusion entre les mots *idoine* et *idéal*. En fait, l'ETG idoine et idéal n'est pas défini et, bien que nos objectifs pour la création de GGBT démontrent une volonté de créer un environnement des plus propices pour l'apprentissage de la géométrie, chaque version de GGBT mise à l'essai n'est pas idéale. Toutefois, à la lumière de l'analyse à priori ci-haut, chacune de ces versions constitue bel et bien un ETG idoine. Comme le rappellent dans Kuzniak et Richard (2014), l'ETG idoine «n'est pas figé et doit sans cesse s'adapter aux contraintes locales».

3 Seconde phase de validation de GGBT

La phase expérimentale dont il est ici question a pour objectif la mise à l'épreuve de la seconde version de GGBT qui gère maintenant de manière autonome les messages d'aide du STI. Cette version découle directement des résultats de la première phase expérimentale qui sont présentés dans Tessier-Baillargeon, Gagnon, Leduc et Richard (2013).

3.1. *La seconde version de GGBT, son interface et son fonctionnement*

L'interface de GGBT est constituée de plusieurs strates complémentaires et dépendantes qui confèrent à cet espace de travail son idonéité. En fait, si on se réfère à la figure 2, la portion de l'interface dédiée à l'énoncé, celle vouée aux échanges discursifs entre l'élève et le tuteur, et la ligne de saisie évoluent indépendamment de l'onglet choisi parmi les quatre disponibles dans la fenêtre de travail.

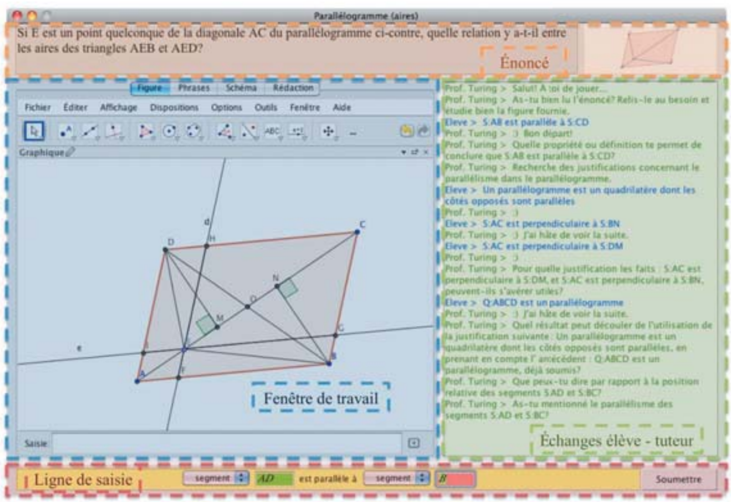


Figure 2. L'interface de GGBT (2ième version) et l'onglet *figure*

Lorsque l'élève sélectionne un problème qu'il souhaite résoudre, l'interface suggère d'emblée l'onglet figure au sein de la fenêtre de travail, tel que présenté à la figure 2. Tout en haut de l'écran, l'élève peut prendre connaissance de l'énoncé du problème et d'une figure statique associée. Cette dernière, tout comme le libellé de l'énoncé, ne peut être modifiée.

L'onglet *figure* (figure 2), le premier des quatre onglets constitutifs de la fenêtre de travail, met à la disposition de l'élève une figure dynamique au sein de l'environnement de géométrie dynamique geogebra (Hohenwarter & Fuchs, 2004). Cette figure est associée à l'énoncé du problème mais, contrairement à la figure statique fournie aux côtés de cet énoncé, celle-ci comporte des éléments géométriques qui ne figurent pas parmi les hypothèses du problème. Ces constructions correspondent aux éléments graphiques évoqués dans certaines des solutions à la démonstration admises par le système tutoriel. Éventuellement, nous voulons doter GGBT d'un système de reconnaissance des constructions ajoutées par l'élève. Le bienfondé de l'intégration de la géométrie dynamique en classe de mathématiques étant abondamment étudié, démontré et admis (Laborde, 2000; Balacheff & Margolinas, 2005; Gómez-Chacón, 2013), nous formulerons l'hypothèse selon laquelle, dans le cadre de résolution de problème de démonstration propre à GGBT, une figure dynamique opératoire (Coutat, Laborde et Richard, 2011), telle que celle fournie dans l'onglet figure, permettrait à l'élève, un peu à la manière d'une exploration généralement réservée aux sciences expérimentales, de dégager les propriétés et conjectures potentiellement utiles à la démonstration.

Le second onglet, l'onglet *phrases* (figure 3), fournit un module de recherche pour les énoncés de géométrie euclidienne que l'élève doit soumettre au STI pour faire progresser sa démonstration. L'élève sélectionne d'abord le type d'énoncé qu'il souhaite soumettre. Le système propose seulement les phrases qui sont pertinentes pour le problème en cours. Par la suite, l'élève précise sa recherche en sélectionnant jusqu'à quatre champs conceptuels en lien avec l'énoncé ou la stratégie qu'il envisage. Une fois que l'élève a sélectionné une phrase, celle-ci s'affiche dans la ligne de saisie qui se trouve tout en bas de l'interface GGBT. Si l'élève a sélectionné une justification, celle-ci s'affiche telle quelle et l'élève peut la soumettre aussitôt au tuteur. En revanche, si l'élève a choisi une hypothèse ou un résultat, il devra compléter la phrase en y inscrivant les paramètres appropriés avant de la proposer au STI. Par ailleurs, la ligne de saisie est dotée d'un volet tutoriel qui offre une rétroaction sémaphorique[4] à l'élève. Ce dernier inscrit des paramètres dans les cases prévues à cet effet, et ces boîtes passent du rouge au vert lorsque l'entrée est mathématiquement valide. Autrement dit, l'élève étant dans l'obligation d'inscrire des paramètres correspondant aux éléments géométriques évoqués par la phrase, faute de quoi il ne pourra la soumettre, il peut cibler les entrées problématiques, le cas échéant.

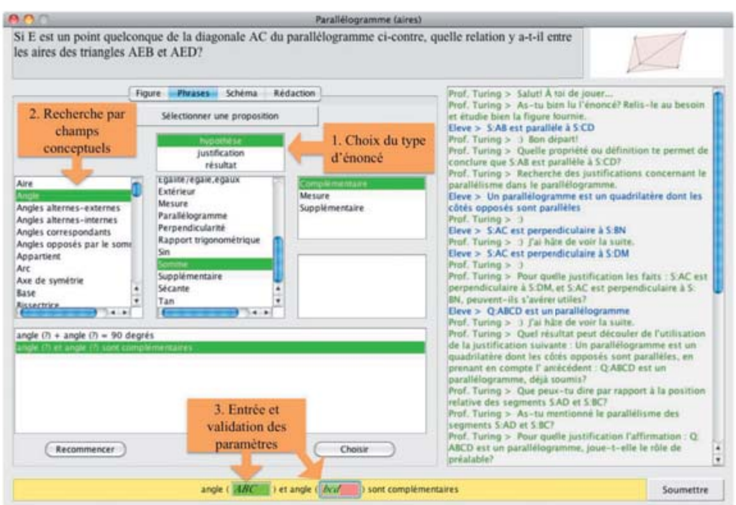


Figure 3. L'onglet *phrases*

[4] L'appelation est inspirée du sémaphore utilisée en langage ferroviaire et maritime à titre de signalisation (rouge = stop, vert = marche). C'est notre traduction du terme *flag feedback* introduit par Anderson, Corbett, Koedinger et Pelletier (1995).

L'intégration de l'onglet *schéma*, troisième de la série, à l'interface de GGBT découle de la volonté d'offrir à l'élève en processus de raisonnement démonstratif un babillard interactif où consolider ses idées. Ce besoin s'est manifesté lors de la première phase expérimentale, quand les élèves, n'ayant pas accès à ce type d'outil à l'interface de GGBT, étaient contraints à l'emploi d'une feuille de papier pour dresser des ébauches ou pour obtenir une vue d'ensemble de leur raisonnement. C'est ainsi que nous avons imaginé l'onglet schéma, où l'élève peut, à la manière d'un graphe de démonstration, organiser les énoncés discursifs de sa démonstration au fur et à mesure qu'il les soumet pour voir concrètement les liens de causalité entre ceux-ci et déduire les éléments déductifs manquants. Luengo (2005) souligne les avantages de ce type d'outil en ce qui a trait au raisonnement déductif chez l'élève : « The graph is a tool for deductive reasoning because it creates a visual map of two aspects of the deductive proof: linking and inference. » (p.19). Cette fenêtre pourrait aussi éventuellement être dotée d'un volet tutoriel qui accompagnerait l'élève dans l'organisation générale de sa démonstration. Cet onglet particulièrement complexe à concevoir et à implémenter n'est pas encore opérationnel et sera donc mis à l'essai lors de la validation de la prochaine version de GGBT.

Enfin, l'onglet *rédaction* (figure 4) constitue le dernier onglet offert dans la fenêtre de travail. La motivation derrière cet ajout à l'interface de GGBT est née du fait que les élèves observés lors de la première mise à l'essai étaient tellement accoutumés à raisonner en fonction d'une structure de démonstration prédéterminée qu'ils se trouvaient, pour certains, dépourvus devant l'absence de contraintes imposées par GGBT relativement à la forme de la démonstration. À la lumière de ce constat, nous avons créé un module de rédaction auquel l'élève pourrait se référer pour apprécier la progression de son raisonnement. Cet onglet ne consiste pas en un outil d'entrée de texte puisque le STI génère automatique une démonstration dès qu'il reconnaît un plan à la suite des actions de l'élève. De plus, cette démonstration rédigée s'adapte simultanément en fonction des pas déductifs soumis et selon les changements de stratégie exprimés par la démarche de l'élève. Un code chromatique (hypothèses : turquoise, justification : vert, résultat : jaune, conclusion : violet) indiquant la nature épistémique des énoncés soumis et manquants contribue aux facettes tutorielles du STI. Cette fonctionnalité permet à l'élève de percevoir la structure récurrente de la démonstration et de constater l'emploi des connecteurs logiques. Bien que cette fenêtre ne vise pas explicitement l'exercice de la rédaction chez l'élève, nous croyons qu'il est pertinent d'explorer la possibilité qu'une démonstration rédigée ne soit pas seulement considérée comme une fin mais aussi comme un moyen auquel peut recourir l'élève pour parvenir à mener à terme un raisonnement déductif. Dans la phase deux de mise à l'essai, nous observerons l'utilisation que font les élèves de cet onglet.

Figure 4 L'onglet *rédaction*

Comme nous l'avons précisé plus haut, GGBT repose sur un modèle de géométrie cognitive qui évolue entre la géométrie naturelle (GI), s'apparentant à une géométrie pratique, et la géométrie naturelle axiomatique (GII) de nature plus théorique. De plus, la résolution d'un problème de démonstration en géométrie sous-entend la succession de phases de raisonnement heuristique et de phases d'organisation ou de rédaction. A priori, chacun des onglets présentés ci-haut dessert le processus de résolution de l'élève, et le rôle respectif de ceux-ci s'illustre par l'ancrage de chacun dans une géométrie de référence qui lui est propre ainsi que par l'appartenance de chaque onglet à une phase du raisonnement géométrique. Ce classement est présenté au *tableau 1*.

TABLEAU 1
Rôle relatif de chaque onglet de la fenêtre de travail de GGBT

	Géométrie naturelle (pratique) (GI)	Géométrie naturelle axiomatique (théorique) (GII)
Phase heuristique (raisonnement)	Figure	Schéma
Phase de rédaction	Phrases	Rédaction

L'analyse à priori de laquelle découlent les fondements idéologiques de GGBT suggère que le développement d'une pensée géométrique et du raisonnement déductif serait favorisé par l'exploration des différents processus derrière l'élaboration d'une démonstration d'une manière qui permette les allers-retours entre phases heuristiques, souvent spontanées et décousues, et phases de rédaction plus déterministes. Nous jugeons donc qu'il est primordial que l'élève puisse naviguer sans retenue entre ces processus et réorganiser ses idées tout en étant accompagné d'une manière adaptée selon le paradigme ou l'étape de la résolution où il évolue, et ce, à l'intérieur d'un même problème. C'est pourquoi l'élève, à l'interface de GGBT, peut passer librement d'un onglet à l'autre en fonction de son style de raisonnement en ayant toujours accès à l'accompagnement de l'agent tuteur. Pour terminer la présentation de l'interface de GGBT, quelques précisions s'imposent sur le fonctionnement de l'agent tuteur que les élèves connaissent sous le nom de *Prof. Turing.*

Ce dernier bloc de l'interface de GGBT constitue l'enjeu principal du projet de recherche et de développement GGBT. L'accompagnement tutoriel présenté dans cette seconde version découle directement de l'analyse et du traitement des données expérimentales recueillies en décembre 2010. Cette analyse a conduit à l'élaboration de plusieurs facettes tutorielles, certaines plus élaborées, comme celle responsable des messages discursifs (aide à la prochaine étape) de *Prof. Turing*, d'autres plus automatisées, dont les rétroactions sémaphoriques de la ligne de saisie et les messages non verbaux et systématiques de la fenêtre du tuteur (Tessier-Baillargeon et al., 2013). La figure 5 présente un échantillon représentatif des messages que l'élève est susceptible de rencontrer lors de ses échanges avec le tuteur.

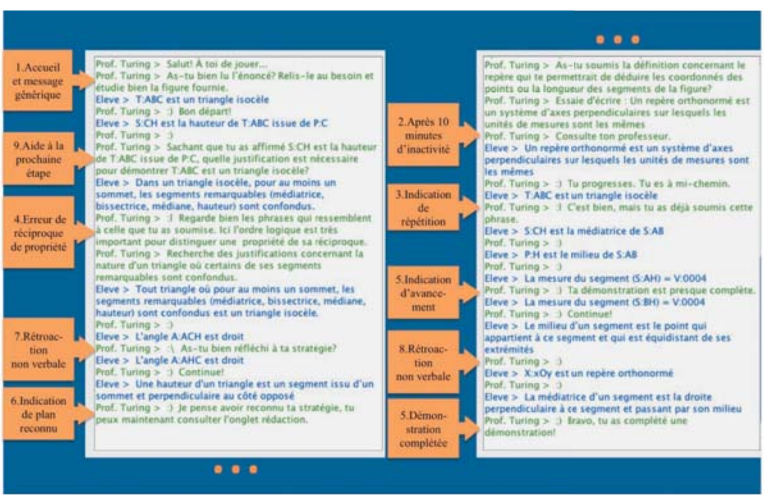


Figure 5. Fenêtre du tuteur, exemples de rétroactions

Pour terminer, l'accompagnement tutoriel, composante cruciale d'une interface déjà complexe, fait de GGBT un réel STI omniprésent qui s'adapte dynamiquement au raisonnement individuel de chaque élève.

3.2. *Méthodologie et collecte de données*

Ici nous cherchons à observer et à décrire les démarches qui articulent la résolution de problèmes par des élèves réels évoluant dans l'environnement GGBT. Cette série d'observations s'inscrivant dans une démarche ethnographique revêt aussi un volet évaluatif. Toutefois, contrairement à une approche de recherche constituée de pré-tests et de post-tests, on ne cherche pas à faire un bilan de l'impact ou des effets de GGBT sur l'apprentissage des élèves comme s'il s'agissait d'un outil achevé, mais plutôt à procéder à une évaluation formative de l'ETG idoine dans le but d'améliorer ce dernier.

Pour ce faire, nous avons ciblé trois groupes de quatrième année du secondaire (15-16 ans) et leurs deux enseignantes. Nous avons opté pour ces niveaux puisque la démonstration en géométrie y est évaluée conformément au curriculum dicté par le ministère de l'Éducation. La démarche de recherche s'est déroulée sur deux périodes de classe d'une durée de 60 minutes au cours desquelles les élèves devaient résoudre à l'interface de GGBT quatre problèmes disponibles à l'interface de GGBT (Annexe 1).

En ce qui a trait à la collecte de données, conformément à l'approche ethnographique d'Eisenhart (1988), les données relatives aux solutions des élèves, à leurs stratégies et à leurs interactions avec leurs enseignants et la chercheure sont recueillies à partir de plusieurs sources primitives, notamment les traces écrites et l'observation participante. De plus, une captation vidéo obtenue avec l'aide d'un logiciel de capture d'écran vidéo[5] permet d'apprécier le contexte de chaque action et commentaire des élèves et de toute intervention de l'enseignant ou du chercheur. Aussi, les actions à l'interface de GGBT sont enregistrées sous forme de fichiers journaux générés automatiquement par le système. Enfin, les enseignants et le chercheur portent des dictaphones pour enregistrer toute remarque, question et intervention, ou toute autre information pertinente à l'analyse ultérieure et à l'évolution du logiciel.

3.3. *Analyse des données*

Nous avons mené une analyse hybride en deux temps. D'abord, puisqu'un des volets de cette seconde phase expérimentale vise l'analyse des différentes démarches (découverte, modélisation, validation) du géomètre en action à l'interface de GGBT, lors de l'analyse préliminaire des données, nous sommes à la recherche de marqueurs cognitifs et comportementaux relatifs à des concepts connus et préalablement définis. Cette analyse, qui intervient à partir d'un corpus théorique existant, Paillé et Mucchielli (2013) la qualifie d'analyse en reconnaissance.

[5] *Screenflow* réalise des vidéos comportant une présentation en parallèle et synchronisée des actions à l'écran, des dialogues et des visages des élèves. *http://www.telestream.net/screen-flow/overview.htm*

Toutefois, comme nous ne cherchons pas simplement à préciser où et quand ces démarches sont repérables, mais surtout à interpréter comment celles-ci s'articulent à l'interface de GGBT et dans quels contextes, nous avons aussi recours à l'analyse par questionnement analytique (Paillé & Mucchielli, 2013, p.211). Cette méthode implique la formulation de questions initiales en fonction des objectifs du chercheur, qui seront appelés à être précisés tout au long de l'analyse du matériau. La prochaine section présente les réponses à ces questionnements sous forme de constats, d'exemples évocateurs ou encore de questionnements nouveaux ouvrant la voie à des objectifs de recherche futurs.

4 Résultats

4.1. *Démarche de découverte*

Nous avons noté qu'à l'interface de GGBT, la démarche de découverte englobe les actions par lesquelles l'élève apprivoise le problème et cherche une stratégie. Souvent, cette idée de solution est encore embryonnaire lorsque l'élève amorce les démarches grâce auxquelles il[6] parviendra à une résolution effective du problème. Conséquemment, cette démarche de découverte s'inscrit dans la phase heuristique de la résolution du problème de démonstration.

Nos observations nous portent à croire que cette démarche prend surtout racine au sein de l'onglet *figure* de GGBT, onglet où l'élève peut simultanément étudier l'énoncé et sa figure statique, analyser la figure dynamique, notamment à l'aide de l'outil déplacement[7] au sein de geogebra, et s'appuyer sur les messages du tuteur pour donner une direction à sa solution. Concrètement, cette démarche de découverte s'est principalement manifestée dans les résolutions des problèmes du rectangle et du parallélogramme (aires). Les deux autres problèmes, implémentés de manière à permettre une illusion d'optique et pour vérifier la volonté de recourir au dynamisme chez les élèves, présentent des figures fixes dans le plan de geogebra. Ainsi, les mécanismes d'exploration de la figure sont limités à l'usage d'instruments de mesure ou au questionnement des oracles, outils auxquels, selon nos données, les élèves n'ont pas eu recours, possiblement par faute de temps pour les apprivoiser suffisamment. En ce qui concerne notre intention de vérifier si les élèves remarquent le fait qu'ils ne peuvent pas utiliser le déplacement dans les problèmes où la figure était fixe, on

[6] La forme masculine utilisée dans ce livret désigne aussi bien les femmes que les hommes. Le genre masculin est utilisé sans aucune discrimination et dans le seul but d'alléger le texte.

[7] Se référer à la thèse d'Angela María Restrepo (2008) pour une analyse de l'utilisation de l'outil déplacement par des élèves en contexte de géométrie dynamique.

peut noter des allusions au déplacement en début de problème lorsque les élèves cherchent à élaborer une stratégie première de résolution ou encore, comme dans l'exemple qui suit (figure 6), après un temps de stagnation (ici 5 minutes), afin de nourrir un flux d'astuces pour résoudre le problème ou pour lancer un nouveau processus de résolution.

14:20:23 : [SYSTEM] 14:20:23 & RCNEGMSSG01N (S:AC,S:BC;)
14:20:23 : [STUDENT] La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC
14:20:23 : [SYSTEM] 14:20:23
14:20:23 : [TUTOR] Tu as raison, mais attention, la répétition de phrases identiques ne fait pas progresser ta démonstration.
14:21:20 : [SYSTEM] 14:21:20
14:21:20 : [TUTOR] Tu as affirmé La mesure du segment S:AH = la mesure du segment S:BH, S:AH^2+S:CH^2=S:AC^2, et S:BH^2+S:CH^2=SBC^2, quelle propriété ou définition est utile pour démontrer La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC ?

Élève 1 : « Jele sais pas quoi faire c'est pas clair! »

14:22:20 : [SYSTEM] 14:22:20
14:22:20 : [TUTOR] Recherche une justification qui concerne le milieu d'un segment.

Élève 2 : « On peut tu bouger la figure ? »
Élève 1 : « Oui c'est dynamique »
Élève 1 : « Ah non, elle bouge pas elle »

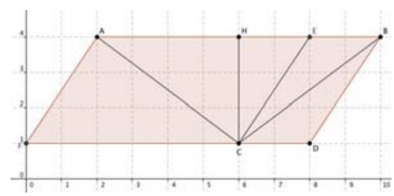


Figure 6. Démarche de découverte (allusion au déplacement) dans le problème du parallélogramme (triangle)

En revanche, dans le problème du parallélogramme (aires), la démarche de découverte est aisément observable puisque le point E est mobile sur la diagonale du parallélogramme, fait sous-entendu par l'énoncé du problème qui dit que « E est un point quelconque de la diagonale AC du parallélogramme ». En effet, grâce au contexte de géométrie dynamique, et étant encouragés par le tuteur à chercher une relation entre les aires des triangles AEB et AED, les élèves génèrent une série de configurations particulières qui leur permettront ensuite, par induction, d'en arriver à une conjecture qui s'applique à tous les cas observés. Dans l'exemple qui suit (figure 7), les élèves particularisent le problème en plaçant E vers l'extrémité C de la diagonale du parallélogramme. Grâce à ce positionnement soigneusement choisi du point E, ils sont plus en mesure de voir les triangles en jeu et de percevoir les éléments communs entre ceux-ci. De plus, avec cette configuration, ils sont en mesure de mieux percevoir les hauteurs des deux triangles.

09:36:15 : [TUTOR] On te demande d'identifier une relation entre les aires des triangles AEB et AED. As-tu une idée de quelle pourrait-étre cette relation ?

Les élèves bougent la figure

Élève 1 : « AEB et AED... »
Élève 1 : « Eille» c'est compliqué »
Élève 2 : « On voit mieux quand on le met là [le point E est placé vers l'extrémité C de la diagonale du parallélogramme] »
Élève 1 : « C'est un point commun des deux triangles »

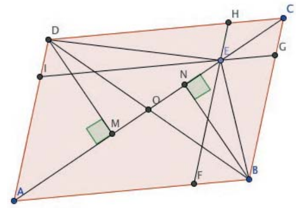


Figure 7. Démarche de découverte par déplacement dans le problème du parallélogramme (aires)

Ce recours aux cas particuliers de figures, qui rappelle la démarche de découverte normalement réservée aux sciences expérimentales, est rendu possible dans GGBT grâce à l'onglet figure, qui place l'élève en constante interaction avec un milieu riche où peuvent s'opérer, de manière simultanée et cohérente, les interactions entre cet élève, un énoncé de problème, une figure dynamique associée et des messages d'aide d'un STI.

4.2. *Démarche de validation*

La démarche de validation en contexte de démonstration en géométrie concerne le passage de l'intuition à l'axiomatisation de celle-ci en recourant aux énoncés de géométrie formalisés connus ou disponibles. Au sein de GGBT, cette démarche s'opère grâce à de nombreux allers-retours entre les onglets *figure* et *phrases*, c'est-à-dire entre phase heuristique et phase de rédaction de la démonstration (tableau 1). Nous avons observé que les élèves explorent la figure (démarche de découverte) et analysent l'énoncé et, lorsqu'ils croient avoir ciblé une piste prometteuse, ils veulent soumettre cette idée au tuteur. Pour ce faire, les élèves doivent recourir au répertoire d'énoncés disponibles dans l'onglet phrases. La recherche par thèmes (ou champs conceptuels) leur permet d'isoler la phrase recherchée et parfois, comme dans l'exemple qui suit (figure 8), à identifier un énoncé préalablement inconnu qui concorde avec leur intuition.

Élève 1 : « Même si on bougue n'importe quoi ça se suit [les bases et hauteurs demeurent égales] »
Élève 2 : « Faut juste trouver comment le dire »
Élève 1 : « Cherche dans justifications »
Élève 1 : « Vas dans aire [le thème *aire*] »
Élève 2 : « Base ? [le thème *base*] »
Élève 1 : « Oui »

09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07 & PAIBAHATR01N(;)
09:54:07 : [STUDENT] Deux triangles ayant des bases et des hauteurs associées congrues ont la même aire
09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07
09:54:07 : [TUTOR] :)

Élève 1 : « Ah tu vois ! »

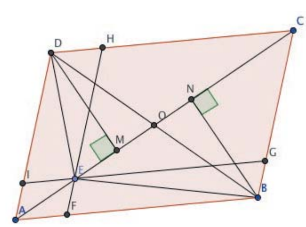


Figure 8. Recherche par thèmes d'une justification (inconnue) dans le problème du parallélogramme (aires)

De surcroît, dans GGBT, le tuteur joue un rôle primordial dans la démarche de validation en devenant un instrument au service de l'élève par une genèse instrumentale s'opérant dans l'interaction entre l'élève et le milieu. Dans l'exemple qui suit (figure 9), on peut voir que les élèves utilisent le système tutoriel pour soumettre différents énoncés ciblés par la recherche par champs conceptuels dans l'onglet *phrases*, en l'occurrence, *triangle, égalité* et *côtés*.

Élève 1 : « Dans le fond, on veut savoir si ça pis ça [AC et BC] c'est la même longueur »
Élève 2 : « Ben oui c'est la même longueur »
Élève 2 : « Vas dans hypothèses »
Élève 2 : « Essaie équilatéral »
Élève 1 : « Je ne pense pas qu'il soit équilatéral »
Élève 2 : « Ben on va essayer pareil »

09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07 & PAIBAHATR01N(;)
09:54:07 : [STUDENT] Deux triangles ayant des bases et des hauteurs associées congrues ont la même aire
09:54:07 : [SYSTEM] 09:54:07
09:54:07 : [TUTOR] :)

Élève 1 : « Bon, il était temps! »
Élève 1 : « HBC est un [triangle] rectangle ça c'est sur »
Élève 2 : « Pis AHC aussi »
Élève 1 : « Alors ça [triangle ABC] fait isocèle »

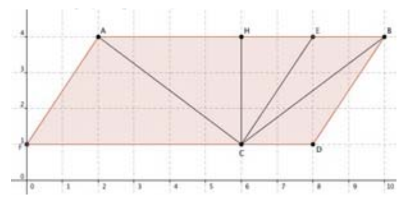


Figure 9. Recherche et validation d'une affirmation dans le problème du parallélogramme (triangle)

Ici, les élèves soumettent d'abord une conjecture suggérant que le triangle est équilatéral, entrée non reconnue par le tuteur comme faisant partie des solutions admissibles. Aussitôt que les élèves prennent connaissance du message du tuteur, ils retournent dans l'onglet phrases pour lire les phrases qui partagent les mêmes thèmes que celle soumise précédemment et s'entendent pour dire qu'ABC est un triangle isocèle. Comme le tuteur renvoie une rétroaction positive pour cette entrée, ils poursuivent dans cette lancée et cherchent à justifier cette conjecture en consultant à nouveau la construction dans l'onglet figure.

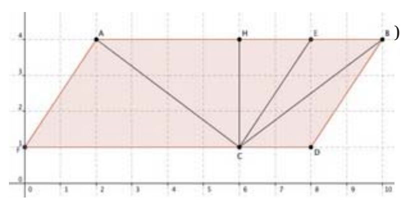
Ainsi, à l'interface de GGBT, les élèves sont en mesure de concrétiser des astuces encore imprécises à l'aide d'un système de recherche d'énoncés institutionnalisés et à partir de champs conceptuels qu'ils maîtrisent. De plus, cette conception du système permet d'entrevoir un environnement d'apprentissage où les élèves pourraient découvrir des propriétés et des définitions au fil de leurs besoins et de manière autonome, conférant à GGBT un caractère constructiviste fort prometteur.

4.3. *Démarche de modélisation*

La démarche de modélisation, ou l'articulation entre la compréhension de la figure et du problème et la communication d'une solution à celui-ci, implique une certaine organisation de la solution de l'élève. Bien que la rédaction d'une démonstration à l'interface de GGBT ne soit pas forcément linéaire, ce volet de la résolution du problème exige une capacité à gérer la séquentialité qu'impose cette forme de preuve. Nous avons noté que malgré la liberté laissée aux élèves quant à l'ordre de soumission de leurs étapes de démonstration, la démarche de modélisation implique généralement un recours à la structure par inférences (hypothèse, justification et conclusion). Même si les élèves ne soumettent pas nécessairement les éléments de l'inférence dans un ordre particulier, on peut percevoir qu'ils utilisent cette structure ternaire pour s'assurer de bien communiquer leur raisonnement au tuteur. Dans l'exemple qui suit (figure 10), les élèves commencent par mentionner un antécédent pour enchaîner avec le conséquent et finir avec la justification. On perçoit aisément que les élèves ont en tête un canevas de rédaction qui les aide à organiser leurs idées qui ont pris naissance dans l'étude de la figure et de l'énoncé du problème.

Élève 1 : « S'il est isocèle, il faut qu'il ait deux côtés égaux »
Élève 2 : « S'ils sont pareils [les triangle AHC et BHC], ça veut dire que les deux côtés sont pareils »

14:15:08 : [SYSTEM] 14:15:08 & RCNEGMSSG01N (S:AC,S:BC;)
14:15:08 : [STUDENT] La mesure du segment S:AC = la mesure du segment S:BC
14:15:08 : [SYSTEM] 14:15:08
14:15:09 : [TUTOR] :) J'ai hâte de voir la suite.



Élève 2 : « Puis là c'est isocèle parce qu'il y a deux côtés égaux »
Élève 1 : « Triangle isocèle dans résultats » (recherche thématique)
Élève 1 : « Apres ça on fera une justification »

14:15:32 : [SYSTEM] 14:15:32 & R00ISPLTR01N(T:ABC;)
14:15:32 : [STUDENT] T:ABC est un triangle isocèle
14:15:32 : [SYSTEM] 14:15:32
14:15:32 : [TUTOR] :) J'ai hâte de voir la suite.

Élève 2 : « Justification maintenant! »

14:15:59 : [SYSTEM] 14:15:59 & DCOEGISTR01N(;)
14:15:59 : [STUDENT] Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés congrus
14:15:59 : [SYSTEM] 14:15:59
14:15:59 : [TUTOR] :)

Figure10. Démarche de modélisation dans le problème du parallélogramme (triangle)

Dans GGBT, l'élève peut aller et venir entre les onglets au gré de ses envies. Nous avons tout de même observé que la démarche de modélisation s'effectue souvent dans un sens plutôt traditionnel, c'est-à-dire que l'élève analyse la figure et, à partir du signifié qui en résulte, cherche à communiquer ses observations en rédigeant de manière dépersonnalisée la réalité qui s'en dégage. Néanmoins, il arrive aussi que les élèves utilisent la démonstration trouée fournie par l'onglet *rédaction* comme moyen de positionner leur regard sur les éléments importants de la figure. Dans ce second scénario, la codification par couleur des énoncés de la rédaction en fonction de leur statut contribue à aiguiller les élèves. Dans l'exemple ci-dessous (figure 11), les élèves remarquent que l'énoncé manquant est codé en turquoise et qu'il s'agit donc d'une hypothèse. Ils retournent immédiatement à l'onglet figure pour tenter de cibler l'hypothèse de départ qu'ils ont omise. Entre-temps, le tuteur émet un message qui offre un indice supplémentaire quant à l'endroit où porter leur regard. Quelques secondes plus tard, les élèves soumettent l'hypothèse manquante complétant par le fait même la démonstration sur laquelle ils travaillent.

Les élèves essaient de soumettre des justifications.
Les élèves consultent la rédaction et remarquent que le seul énoncé manquant est codé en turquoise (hypothèse).
Ils retournent immédiatement dans l'onglet figure où un commentaire du tuteur apparaît.

11:06:22 : [SYSTEM] 11:06:22
11:06:22 : [TUTOR] Quelles affirmations sont nécessaires pour déduire la conclusion : L'angle A:ABC est droit, à l'aide de la justification : la somme S des mesures des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est donnée par la formule : S=(n-2)?180^0?

Les élèves relisent l'énoncé et étudient la figure

11:06:52 : [SYSTEM] 11:06:52 & R00CTPLQU01N(Q:ABCD;)
11:06:52 : [STUDENT] Q:ABCD est un quadrilatère
11:06:52 : [STUDENT] 11:06:52
11:06:52 : [TUTOR] :) Bravo, tu as complété une démonstration!

Élève 1 : « Oui! on a réussi! »

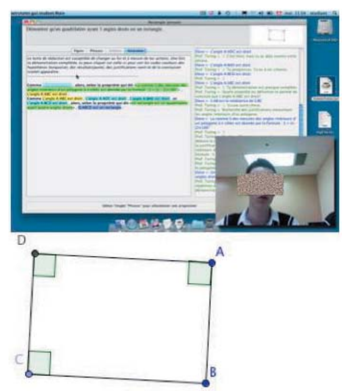


Figure 11. Démarche de modélisation à partir de la rédaction dans le problème du rectangle

Enfin, comme l'onglet schéma offre un intermédiaire entre l'exercice heuristique d'analyse du problème et de sa figure et l'activité séquentielle de rédaction de la démonstration, il sera intéressant de voir comment les démarches de modélisation seront influencées par l'ajout de l'onglet *schéma* dans la prochaine version de GGBT.

5 Conclusion

La conception singulière de GGBT confère à cet environnement, pour l'exercice de la pensée géométrique, un statut d'ETG idoine a priori. Le milieu didactique étant constitué du milieu virtuel et de l'agent tuteur, conçus conformément à un paradigme de géométrie cognitive à l'image des pratiques observées en classe de géométrie au Québec, il est adapté au fil des phases expérimentales pour garantir l'émergence d'un ETG idoine où l'élève peut s'investir avec succès dans la résolution d'un problème en géométrie déductive.

A posteriori, une analyse qualitative des données de réalisations effectives d'élèves de 4e secondaire nous a permis de préciser le travail du géomètre par l'analyse des démarches de résolution à l'interface de cet ETG idoine qu'est GGBT.

Par sa structure, GGBT permet à l'élève et à l'enseignant d'échapper à la linéarité normalement imposée par la rédaction de démonstration et, comme les démarches de résolution sont observables à tout moment de la résolution et transcendent les frontières d'un seul problème, nous pouvons conclure que GGBT ne se limite pas à un ETG idoine qui dépend du milieu créé par un seul problème, mais constitue plutôt un ETG idoine où l'élève peut naviguer entre différents problèmes afin de parfaire sa pensée géométrique.

Remerciements

Nous remercions les élèves de quatrième secondaire de l'Académie Ste-Thérèse et leurs enseignantes, Jenny et Sylvie, pour le dévouement et la perspicacité dont ils ont fait preuve.

Références

Anderson, J.R., Corbett, A.T., Koedinger, K.R. & Pelletier, R. (1995). Cognitive tutors: Lessons learned. *The Journal of the Learning Sciences*, 4 (2), pp. 167-207.

Balacheff, N., & Margolinas, C. (2005). Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (eds.), *Balises pour la didactique des mathématiques*. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In J. Brun & R. Floris (eds.), *Didactique des mathématiques* (pp. 45-143). Lausanne, Suisse: Delachaux et Niestlé.

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques* 1970-1990. Grenoble, France: La Pensée sauvage.

Coutat, S. & Richard, P. R. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 16*, 97-126.

Eisenhart, M. A. (1988). The Ethnographic Research Tradition and Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), pp. 99-114.

Gómez-Chacón, I., (2013). Prospective Teachers' Interactive Visualization and Affect in Mathematics Problem-Solving. *The Mathematics Enthusiast.* 10(1-2), pp. 61-86.

Hohenwarter, M. & Fuchs, K., (2005). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system geogebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference 2004*, Pecs, Hongrie.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, pp. 175-193.

Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 6(2), pp. 167-187.

Kuzniak, A. (2009). Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de scolarité obligatoire en France. In A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni & L. Vivier (eds.), *Chypre et France recherche en didactique des mathématiques* (pp. 71-89). Lefkosia, Chypre: University of Cyprus.

Kuzniak, A. (2013). Travail mathématique et domaines mathématiques. *Actes en ligne du 3e symposium Espaces de travail mathématique, groupe de travail Le travail mathématique et les ETM*, Montréal.

Kuzniak, A. & Richard, P. R. (2014). Espaces de Travail Mathématiques. Points de vue et perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17* (Número Especial TOMO I), pp. 29-39.

Laborde, C. (2001) Dynamic Geometry Environments as a Source of Rich Learning Contexts for the Complex Activity of Proving. *Educational Studies in Mathematics,* 44, pp. 151-161.

Luengo, V. (2005). Some Didactical and Epistemological Considerations in the Design of Educational Software : the Cabri-Euclide Example. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 10, pp. 1-29.

Paillé, P., & Mucchielli, A. (2013). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales 3e édition*. Paris, France: Armand Colin.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments contemporains.* Paris, France: Armand Colin.

Restrepo, A. M., (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ième (*thèse de Doctorat), Université Joseph Fourier. Grenoble, France.

Richard, P. R., Fortuny, J. M., Gagnon, M., Leduc, N., Puertas, E. & Tessier-Baillargeon, M. (2011). Didactic and theoretical-based perspectives in the experimental development of an intelligent tutorial system for the learning of geometry. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 43, pp. 1-15.

Richard, P. R., & M. Fortuny, J. (2007). Amélioration des compétences argumentative à l'aide d'un système tutoriel en classe de mathématique au secondaire. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 12, pp. 83-116.

Tessier-Baillargeon, M., Gagnon. M., Leduc, N. & Richard, P. R. (2013). Conception d'un espace de travail mathématique idoine, la genèse d'un système tutoriel intelligent pour l'exercice de la pensée géométrique. *Actes en ligne du 3e symposium Espaces de travail mathématique, groupe de travail Environnements technologiques et travail mathématique*, Montréal.

Autores

Michèle Tessier-Baillargeon
Département de didactique, Université de Montréal, Montréal, Canada.
michele.tessier-baillargeon@umontreal.ca

Philippe R. Richard
Département de didactique, Université de Montréal, Montréal, Canada.
philippe.r.richard@umontreal.ca

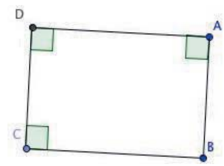
Nicolas Leduc
Département de génie informatique et génie logiciel, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.
nicolas.leduc@polymtl.ca

Michel Gagnon
Département de génie informatique et génie logiciel, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.
michel.gagnon@polymtl.ca

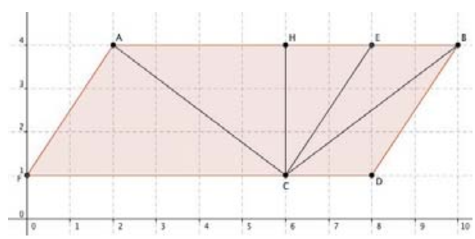
Annexe I

Quatre problèmes soumis aux élèves

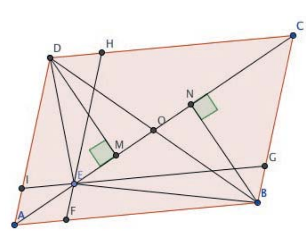
Problème 1: problème du rectangle

Énoncé	*Figure dynamique fournie*
Démontrer qu'un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.	

Problème 2: problème du parallélogramme (triangle)

Énoncé	*Figure dynamique fournie*
Sachant que le repère xOy est orthonormé, déterminer la nature du triangle ABC.	

Problème 3: problème du parallélogramme (aires)

Énoncé	*Figure dynamique fournie*
Si E est un point quelconque de la diagonale AC du parallélogramme ci-contre, quelle relation y a-t-il entre les aires des triangles AEB et AED?	

Problème 4: problème du parallélogramme (aires)

Énoncé	*Figure dynamique fournie*
Dans un triangle ABC isocèle en A, on considère les bissectrices des angles à la base qui se coupent à angle droit en O. Quelle est la nature du triangle BOC?