

## **Espaces de travail / espaces de connaissances : Peut-on imaginer une navette pour y voyager ?**

Working/knowledge spaces:  
Can a shuttle to travel there be imagined?

*Sophie René de Cotret*

### RESUMEN

Este texto pretende evaluar la posibilidad de aprehender el fenómeno de la falta de uso de los saberes adquiridos, manifiesto y estudiado por la didáctica del sentido común, a partir de la noción de espacios de trabajo. Examina la hipótesis según la cual este fenómeno podría estar relacionado al hecho de que un mismo problema puede abordarse desde posturas o espacios de trabajo diferentes, y, por lo tanto, con conocimientos y saberes diferentes. Admitida esta hipótesis, ¿sería posible llevar a los alumnos a cambiar voluntariamente de postura para permitirse acceso a diferentes visiones del problema y, de este modo, a nuevas respuestas?

### PALABRAS CLAVE:

- *Didáctica del sentido común*
- *Matemática educativa*
- *Postura*
- *Espacio de trabajo*
- *Espacio de conocimientos*

### ABSTRACT

This text aims at testing the possibility to conceive the phenomenon of non-usage of the learnt knowledge, exposed and studied by the didactic of common sense, starting from the working spaces notion. It examines the hypothesis according to which this phenomenon could be related to the fact that a same problem can be approached from different working postures and spaces, and thus, from different knowledge and educations. Admitting this hypothesis, would it be possible to guide the students toward a voluntary change in posture to grant access to different perspectives of the problem and, once there, to new responses?

### KEY WORDS:

- *Didactics of common sense*
- *Didactics of mathematics*
- *Posture*
- *Working space*
- *Knowledge space*

### RESUMO

Este texto pretende avaliar a possibilidade de apreender o fenômeno da falta de uso dos saberes adquiridos, manifestado e estudado pela didática do senso comum, a partir da noção de espaços de trabalho. Examina-se a hipótese segundo a qual este fenômeno poderia estar relacionado ao fato de que um mesmo problema pode ser abordado a partir de posturas ou espaços de trabalho diferentes, e, portanto, com conhecimentos e saberes diferentes. Admitida essa hipótese, seria possível

### PALAVRAS CHAVE:

- *Didática do senso comum*
- *Matemática educativa*
- *Postura*
- *Espaço de trabalho*
- *Espaço de conhecimentos*



levar os alunos a mudarem voluntariamente de postura, para se permitirem acesso a diferentes visões do problema e, deste modo, a novas respostas?

## RÉSUMÉ

Ce texte vise à tester la possibilité d'appréhender le phénomène de non-usage de savoirs sus, mis en évidence et étudié par la didactique du sens commun, à partir de la notion d'espaces de travail. Il examine l'hypothèse selon laquelle ce phénomène pourrait être lié au fait qu'un même problème peut être abordé depuis des postures ou des espaces de travail différents, et donc avec des connaissances et des savoirs différents. Admettant cette hypothèse, serait-il possible d'entraîner les élèves à changer volontairement de posture pour se donner accès à différentes visions du problème et, ce faisant, à de nouvelles réponses ?

## MOTS CLÉS:

- *Didactique du sens commun*
- *Didactique des mathématiques*
- *Posture*
- *Espace de travail*
- *Espace de connaissances*

## 1 Introduction

« *Je le savais mais je n'y ai pas pensé !* » Chacun de nous s'est déjà exclamé cela en regardant une solution simple à un problème, notamment un problème de mathématique, qu'on n'arrivait pourtant pas à résoudre correctement. Cette exclamation témoigne de la complexité de l'usage de savoirs sus : on a beau avoir appris des savoirs, on ne les met pas nécessairement à contribution lorsque cela serait utile. Et si cet usage dépendait de la posture adoptée, c'est-à-dire du rôle depuis lequel on investit le problème ? Ces postures, en fonction des connaissances qu'elles mobilisent, engendreraient des espaces de travail différents desquels émergeraient des réponses différentes. Serait-il alors possible de changer volontairement de posture de manière à examiner un problème de plusieurs points de vue, selon le rôle endossé ?

Ce texte tente d'étudier ces diverses questions à partir de la didactique du sens commun, laquelle s'intéresse à la dynamique entre les savoirs de sens commun et les savoirs scolaires appris lors de la résolution d'un problème. Après avoir défini le phénomène de non usage de savoirs sus, nous verrons brièvement quelques hypothèses retenues par la didactique du sens commun pour appréhender ce phénomène. Parmi celles-ci, la posture ou l'espace de connaissances depuis lequel on investit le problème semble trouver un écho dans la notion d'espace de travail mathématique. Nous tenterons donc, à partir de l'étude de deux traitements d'un même problème touchant les mathématiques, de mettre en évidence deux espaces de travail différents. Enfin, la possibilité de mettre en place un dispositif qui viserait à entraîner les élèves à changer volontairement de posture est questionnée.

## ② Le problème : un phénomène de « non usage » de savoirs sus

Il y a quelques années, des professeurs de mathématiques de Cégep (enseignement post-secondaire et pré-universitaire au Québec), à qui nous donnions un cours de didactique, ont donné une mauvaise réponse au problème suivant : *Un paquet est formé de cartes ayant toutes une lettre d'un côté et un chiffre de l'autre. Parmi les cartes suivantes [A] [B] [4] [7], lesquelles doit-on absolument retourner pour vérifier si la règle « S'il y a un A d'un côté, alors il y a un 4 de l'autre » est bien respectée?* (Wason & Johnson-Laird, 1972). Bien que ce problème soit connu pour susciter une mauvaise réponse (A et 4, alors que la bonne réponse est A et 7) nous avons tout de même été surpris de constater que ces professeurs, qui connaissaient sans contredit le savoir nécessaire à la résolution du problème et qui l'avaient peut-être même déjà enseigné, se soient laissé prendre (René de Cotret & Larose 2006). Ce phénomène nous a interpellés et nous avons cherché à recueillir d'autres cas où des personnes ne faisaient pas usage d'un savoir su lorsqu'il aurait pourtant été pertinent qu'ils y recourent. En voici deux exemples.

Le premier exemple est issu d'une recherche en didactique de l'économie dans laquelle Legardez (2004) conclut :

Or, on constate que des savoirs scolaires sont bien enseignés et appris, mais qu'ils restent souvent des savoirs pour l'école et qu'ils sont peu « exportés » vers les savoirs sociaux « citoyens ». Il semble que ces deux genres de savoirs appartiennent à deux mondes qui coexistent sans que des savoirs scolaires interfèrent rapidement et directement avec les savoirs du jeune citoyen. (p. 660)

Cette citation met en évidence le fait que les savoirs appris à l'école par les élèves de l'étude ne semblent pas sollicités en dehors de la sphère scolaire, notamment dans la sphère sociale ou citoyenne, donnant ainsi une autre illustration du phénomène de non usage.

Un deuxième exemple est lié à une observation faite dans un collège de Marseille en 2006. Dans ce collège, des élèves de quatrième (13-14 ans) participaient, sur une base volontaire, à un atelier mathématique. Depuis quelques mois, afin de répondre à la question *Pourquoi les gros bateaux flottent-ils?*, ils travaillaient sur les boîtes flottantes (Chevallard, 1989). Dans ce contexte, ils avaient testé la flottaison de quelques boîtes cubiques de différentes grosseurs, toujours faites du même matériel, puis, par un travail de modélisation, en étaient arrivés à conclure que l'enfoncement dans l'eau est toujours le même, quelle que soit la grosseur de la boîte, de sorte que, plus la boîte est grosse plus la partie émergée est haute et donc plus elle flotte. À l'issue de tout ce travail, le professeur a demandé :

« 8h52 Prof : *Vous avez maintenant une meilleure idée de pourquoi les gros bateaux flottent ?*

E : *Il y a du métal autour de quelque chose qui flotte ou fait flotter dedans.*

E : *Les ingénieurs calculent pour plus grand.* » (René de Cotret, 2007, p.307)

Ces réponses, semblables à celles données initialement, apparaissent plutôt étonnantes dans la mesure où tout le travail fait sur les boîtes flottantes visait justement à fournir une explication à la flottaison des gros bateaux. Mais il semble que, bien que les élèves aient travaillé plusieurs heures à construire cette explication, ils ne l'ont pas utilisée pour répondre à la question, invoquant plutôt le recours à la pratique comme on peut le voir dans l'extrait ci-dessous :

« 8h40 Prof : *On a réfléchi sur une grande quantité de boîtes sans avoir à les fabriquer. On a travaillé et réfléchi sur le modèle. En quoi c'est avantageux ?*

E : *Ça enlève du travail*

E : *Oui, ça enlève du temps.* Mais c'est la pratique qui prouve plus que la théorie. *Si on le met dans l'eau et qu'il coule !...*

P : *Les fabricants de bateaux, ils doivent être de quel côté ? Théorique ou pratique ?*

E : *Des deux !* » (René de Cotret, 2007, p.307)

On observe ici une autre manifestation du phénomène de non usage d'un savoir su : on sait que l'enfoncement est constant, mais ce savoir n'est pas utilisé pour expliquer la flottaison. Un tel phénomène devient un problème à partir du moment où l'enseignement vise à ce que les élèves puissent utiliser de manière pertinente, dans leur vie personnelle ou professionnelle, le savoir qu'ils apprennent à l'école, tel que le préconise le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2013).

### ③ Pour appréhender le problème : la didactique du sens commun

C'est pour l'étude de ce type de phénomènes de non usage, qu'avec une petite équipe de recherche, nous avons développé la didactique du sens commun. Notre hypothèse de travail est que, si le savoir scolaire n'est pas mis à contribution pour résoudre un problème, c'est qu'un autre savoir est sollicité, et cet autre savoir pourrait être un savoir de sens commun. Différents exemples de non usage que nous avons répertoriés allaient dans ce sens<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Pour plus d'exemples de ce phénomène de non usage et pour une description plus élaborée de la didactique du sens commun, voir notamment René de Cotret (2007, 2011) ; René de Cotret & Larose (2006).

Il existe diverses définitions du sens commun, celle que nous avons retenue regroupe des caractéristiques communes à plusieurs : « ... le « *sens commun* » est un savoir intuitif et immédiat sur ce qui est raisonnable de faire, un savoir qui est culturellement acquis au cours de l'éducation ou de la pratique quotidienne. » (Gueorguieva, 2002, p.1).

Gonseth (1993) précise notamment que le sens commun est constitué de recettes ou de « prêts-à-penser » comme des proverbes lesquels, selon le contexte dans lequel ils sont utilisés, peuvent apparaître contradictoires. On entendra par exemple une personne dire à un certain moment, pour appuyer son propos, que *les contraires s'attirent* et, à un autre, elle référera plutôt au fait que *qui se ressemble s'assemble*. On voit que le sens commun est ainsi lié aux intérêts en jeu (Ntagteverenis, 2005) et revêt en ce sens un caractère opportuniste.

### 3.1. *Le sens commun prendrait-il le dessus sur le savoir scolaire appris ?*

Nous avons choisi d'étudier le phénomène de non usage à partir de l'hypothèse selon laquelle souvent, dans le traitement de problèmes non strictement scolaires, la dynamique entre les savoirs de sens commun et les savoirs scolaires appris témoignerait d'une mainmise des savoirs de sens commun sur les savoirs scolaires. Pour ce faire nous avons développé deux volets de recherches. Le premier vise à développer des outils permettant de décrire la dynamique entre ces savoirs et, le second, à faire en sorte que les élèves développent une « clochette de vigilance » ou, en d'autres termes, s'arrêtent dans leur action de sens commun pour consulter leur savoir scolaire. Ce deuxième volet a ainsi pour objectif *l'importation* du savoir scolaire par la sphère du quotidien, et ce, en complément de travaux qui, partant souvent du sens commun pour le faire évoluer vers le savoir scolaire, visent plutôt *l'exportation* du savoir scolaire ainsi appris dans le quotidien.

Des expérimentations menées dans le cadre du deuxième volet de recherche nous ont montré que, bien qu'ils disposent du savoir nécessaire pour résoudre correctement un problème, des élèves produisent une réponse fautive tout en étant certains qu'elle est correcte. Ainsi, non seulement il y a un problème de non usage du savoir utile, mais aussi un problème d'usage de faux ou de mésusage avec certitude.

À titre d'exemple, le problème suivant *Un bâton de base-ball et une balle coûtent 1,10\$ au total. Le bâton coûte 1\$ de plus que la balle. Combien coûte la balle?* (Kanheman, 2004) auquel 65 des 88 élèves de 13 à 18 ans interrogés ont donné une réponse fautive (0,10\$) dont 57 (soit 65% des répondants) en étant certains qu'elle était juste (René de Cotret & Larose 2006). Ces élèves se sont par ailleurs étonnés lors de la correction (la bonne réponse étant 0,05\$)

de ne pas y avoir pensé, témoignant par là qu'ils disposaient des connaissances nécessaires à la résolution et auraient possiblement été en mesure de fournir la bonne réponse. Bien sûr ce problème peut être vu comme un piège et la réponse fausse pourrait avoir été donnée par inadvertance, mais il n'en reste pas moins que 57 des 65 élèves qui ont produit une réponse fausse (soit 87% des réponses fausses) ont tout de même dit être certains de la justesse de leur réponse.

Ces élèves ont donc su voir le problème de deux façons différentes, l'une plus intuitive que l'on pourrait associer au sens commun et l'autre plus analytique ou « scolaire », mobilisant dans chacune des connaissances et des savoirs différents. Il semble toutefois qu'il n'y ait pas une dynamique dans laquelle un savoir l'emporterait sur l'autre comme nous l'avions envisagé au départ ; ce ne seraient simplement pas les mêmes savoirs qui sont sollicités par les conceptions du problème vécues par l'élève à chacun des moments.

Ces études, en conjonction avec celles du premier volet de recherche, nous ont ainsi amenés à modifier notre hypothèse initiale pour retenir, non pas une opposition ou une hiérarchie entre les savoirs scolaires appris et les savoirs de sens commun, mais plutôt une posture différente du sujet, au sein de son espace de connaissances, en fonction de sa façon de concevoir le problème à un instant donné.

### 3.2. *S'agirait-il plutôt d'une question de posture ?*

Le fait qu'un élève puisse concevoir un même problème de plus d'une façon, selon la posture depuis laquelle il l'aborde, conduit à questionner le concept de milieu. En effet, si un même problème donne lieu à deux conceptions peut-on alors parler *du* milieu, ne devrait-on pas plutôt considérer plusieurs milieux pour un même problème selon la vision qu'en a l'élève, selon la posture adoptée ? Les travaux sur la structuration du milieu de Margolinas (1995) se sont d'ailleurs intéressés à cette question.

#### - Définition de milieu et d'environnement

C'est en nous inspirant de travaux de Maturana et Varela (1994) que nous avons choisi de définir le milieu comme ce à quoi est sensible l'élève ou le sujet (René de Cotret 1998, 1999). Bien que cette définition soit compatible avec le système antagoniste de l'élève auquel réfère Brousseau (1998), elle s'en distingue, notamment par le fait qu'elle oblige à se demander « le système antagoniste tel que vu par qui ? ». La prise en compte de l'observateur apparaît alors essentielle.

Le milieu, selon notre définition, n'est pas quelque chose de soumis à l'élève mais plutôt un couplage entre ce qui est proposé à l'élève et ce qu'il

en conçoit. Le milieu ne peut donc être objectif, il est nécessairement relatif à l'élève puisqu'il se définit comme ce à quoi cet élève est sensible. Et cette sensibilité est liée aux connaissances disponibles et mobilisées à ce moment par l'élève. Ainsi, on ne peut dire a priori si tel élément fait partie du milieu. Il en fera partie si l'élève, dans son interaction, est sensible à cet élément. La description du milieu est ainsi contrainte à rester en compréhension. Dès qu'un observateur décrit les éléments qui constitueraient le milieu d'un élève, il observe nécessairement depuis son point de vue, celui construit par ses connaissances, et cette description nous l'appellerons environnement. La prise en compte de l'observateur appelle donc la nécessité de distinguer milieu et environnement. Nous définissons l'environnement comme la description que fait un observateur du milieu d'un élève ou d'un sujet.

Cette façon de concevoir le milieu conduit à repérer différents milieux pour une même tâche au sein d'une classe. La notion de bifurcation didactique, élaborée par Margolinas (2005) dans la foulée de ses travaux sur la structuration du milieu, et celle de conduite atypique développée par Giroux (2008) mettent en évidence, chacune à leur façon, ce caractère relatif du milieu. Tant Margolinas que Giroux cherchent à rendre compte des différentes façons dont les élèves investissent la situation proposée donnant lieu à une variété de situations.

Par ailleurs, au fur et à mesure des interactions de l'élève avec son milieu, des modifications du milieu peuvent se produire puisque les rétroactions risquent d'engendrer un nouveau regard sur le phénomène étudié et donc un nouveau milieu. En d'autres termes, l'espace de connaissances découpe un milieu et, des interactions avec ce milieu, peut résulter un nouvel espace de connaissances donnant lieu à un nouveau milieu; il y a en quelque sorte une co-construction du milieu et de l'espace de connaissances mobilisé. Le milieu apparaît alors non seulement relatif mais aussi instantané car modifié au fur et à mesure du travail. Il y a donc un milieu relatif au sujet à un moment donné selon sa posture ou sa position dans son espace de connaissances.

- La posture depuis laquelle on conçoit le problème

À partir de cette conception du milieu, on peut décrire la dynamique entre la savoir scolaire appris et le savoir de sens commun comme une question de posture, de position dans l'espace de connaissances. Nous appuyant sur les travaux de DeBlois et Squalli (2002), qui ont distingué les postures d'ancien élève, d'étudiant universitaire et d'enseignant depuis lesquelles de futurs maîtres analysent des erreurs d'élèves, nous proposons comme définition de travail que la posture serait le rôle depuis lequel le sujet aborde une question, ce rôle sollicitant alors un certain ensemble de connaissances et pouvant changer selon le contexte pour une même question. Il y aurait donc ici une différence avec la posture stable ou « *mobilisée quel que soit le contexte* » qu'évoque Lhoste (2008, p.391). Notre définition se conjugue par ailleurs avec la position de Schoenfeld (2006) relativement à la résolution de problème, lorsqu'il dit :

An individual enters into a particular context with a particular body of knowledge, goals, and beliefs; what is considered to be relevant and appropriate knowledge to employ toward achieving those goals is shaped by the individual's beliefs. For example, a student may react to a question from a teacher one way, because he or she expects the teacher to expect a formal mathematical argument in response to the question. The same question from a peer might trigger a different (and equally mathematical but informal) response. (p. 48-49)

Ainsi, nous proposons que la situation déclenche une posture du sujet, c'est-à-dire qu'il verra les choses depuis un certain espace de connaissances, même s'il dispose par ailleurs d'une autre configuration de connaissances qui lui permettrait de voir différemment, tel que nous l'avons illustré avec le problème de la balle et du bâton.

Si l'on accepte que la posture du sujet définit d'une certaine façon un espace de connaissances et de savoirs, en quoi le fait d'agir selon une posture ou une autre, par exemple en tant qu'élève ou en tant qu'enfant, viendra-t-il modifier les savoirs sollicités et, en conséquence, la façon de valider le résultat ?

Soit le problème suivant : Maurice veut acheter une petite balle qui coûte 0,95\$. Il a dans sa poche trois pièces de 0,25\$, une pièce de 0,10\$ et cinq pièces de 0,05\$. Quelles pièces devra-t-il donner au marchand pour acheter la balle ? Imaginons que le petit Maurice-enfant va au magasin pour acheter la balle, il adopte alors une certaine posture. Dans ce cas, il pourrait simplement mettre toutes ses pièces dans sa main et demander au marchand de prendre les pièces nécessaires pour acheter la balle, stratégie généralement efficace et bien connue des petits enfants. Par ailleurs, Maurice-élève adoptera une autre posture s'il doit résoudre le même problème en classe, sans que les pièces ni le marchand ne soient réellement disponibles. Il sollicitera alors possiblement ses connaissances sur les nombres décimaux et les opérations arithmétiques. Dans chacun des cas, la façon de valider sera différente. Dans le premier cas la validation est pragmatique : Maurice revient à la maison avec sa balle, on peut donc présumer qu'il a donné les pièces qui convenaient ; dans le second la validation est plus théorique et fait appel aux connaissances mathématiques sur les nombres et les opérations. Cet exemple illustre deux traitements que peut engendrer une question apparemment semblable posée dans des contextes différents, témoignant par-là de postures différentes. Selon le cas, ce n'est pas le même Maurice, le même sujet « connaissant », qui résout le problème ; il démontre de multiples personnalités (René de Cotret, 2012). Pourrait-on dire que dans chacun des cas l'espace de travail est différent ? C'est ce que nous allons tenter d'examiner.



### 3.3. À chaque posture son espace de travail et de connaissances ?

Nous proposons qu'un même libellé de problème peut donner lieu à des façons différentes de le prendre en compte selon la posture adoptée ou l'espace de connaissances dans lequel le sujet se situe lors de son interaction avec le problème. C'est cet espace de connaissances qui déterminera le milieu avec lequel l'élève interagit dans une co-construction. Nous allons tenter de regarder quels espaces de travail spécifiques, et du coup quelles postures, pourraient correspondre à deux façons d'aborder un même problème, celui de la corde de balançoire. Bien que ces deux façons soient imaginées, on peut facilement penser qu'elles pourraient s'actualiser en classe ou dans le quotidien. Il s'agit donc d'une tentative, soumise au lecteur, laquelle vise à étudier le potentiel de l'espace de travail pour appréhender le phénomène de non usage en offrant un autre éclairage pour décrire et détailler les postures.

- Le problème de la balançoire: une question, plusieurs réponses !

*« Wim voudrait fabriquer une balançoire et l'installer sur la branche d'un arbre gros et vieux. La branche se trouve à une hauteur de 5 mètres. Wim a déjà fabriqué un siège en bois qui convient très bien à sa balançoire. Maintenant, il va acheter de la corde. Combien de mètres de corde faudra-t-il qu'il achète ? »*

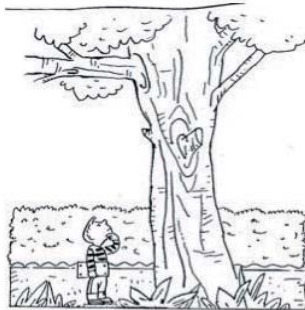


FIGURE 1. Exemple d'énoncé de problème figurant dans la leçon sur l'heuristique intitulée : «Sers-toi de ta connaissance du monde réel »

Figure 1. Le problème de la corde de balançoire de De Corte & Verschaffel, 2002, p.8-9<sup>2</sup>

Essayons de rendre compte de l'espace de travail géométrique de ce problème<sup>3</sup> destiné à des élèves de 5<sup>e</sup> année du primaire. Pour ce faire nous nous référons à l'espace de travail mathématique tel que décrit par Kuzniak (2011).

<sup>2</sup> Le dessin et sa légende font aussi partie de la citation, ils sont reproduits exactement tels qu'ils apparaissent dans le texte original.

<sup>3</sup> Bien que ce problème ne soit pas des plus riches au plan géométrique, il a l'avantage d'être simple et de permettre tout de même de mettre en évidence deux espaces de travail différents selon les postures adoptées.

Au plan épistémologique, on peut considérer que l'espace réel et local est constitué principalement de l'esquisse fournie avec le problème, celle-ci illustrant l'arbre et la branche destinée à accueillir la balançoire, de même que le siège tenu par le petit garçon. Ce dernier détail est important puisque la longueur de la corde nécessaire dépend de la façon dont elle sera fixée au siège de la balançoire ; le fait qu'il y ait quatre trous dans la planche donne des indications à cet égard.

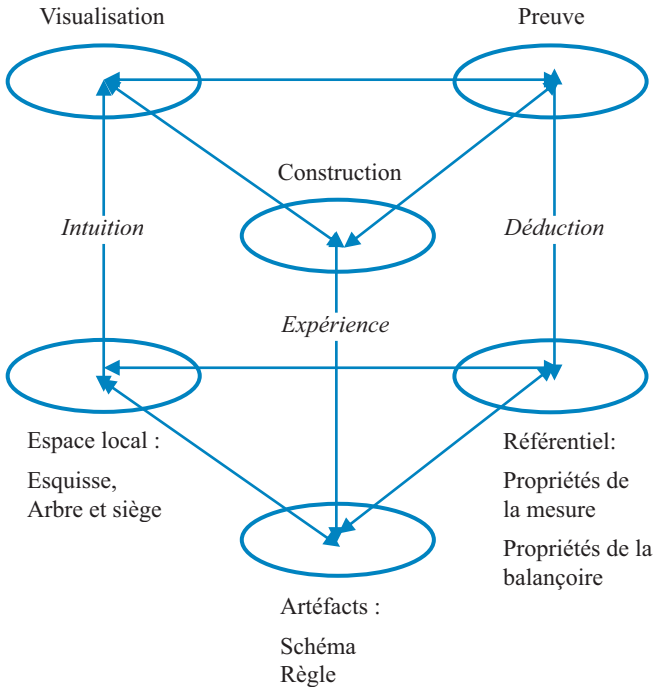


Schéma 1. Espace de travail géométrique pour une communauté scolaire

Les artéfacts ou les instruments utiles à la résolution du problème pourraient être une règle graduée, laquelle permettrait de tracer un schéma à l'échelle (l'esquisse ne l'était pas), et le schéma lui-même, ce dernier permettant d'effectuer des « expériences » pour placer la balançoire.

La description de ce que pourrait comporter le référentiel, c'est-à-dire le « système théorique de référence basé sur des définitions et des propriétés » (Kuzniak, 2011, p.13) nous apparaît beaucoup plus délicate puisque pour cela il faut savoir dans quel paradigme on se situe. En effet, comme le dit Kuzniak (2011) :

Ces composantes [l'espace réel, les artéfacts et le référentiel] ne sont pas juxtaposées, elles doivent être organisées avec un but déterminé ; qui va dépendre du domaine mathématique dans sa dimension épistémologique [...] Dans notre cadre théorique, la notion de paradigmes oriente et structure l'organisation de ce premier niveau. [...] Le fait pour une communauté d'individus de s'accorder sur un paradigme donné pour formuler des problèmes et organiser leurs solutions en privilégiant certains outils ou certaines manières de pensée, ce fait débouche sur ce que nous conviendrons d'appeler l'ETG de référence. (p. 14)

Dans ce problème, quel est le paradigme, quelle est la communauté ? La notice sous le dessin précise que ce problème a été donné dans une leçon sur l'heuristique intitulée : « Sers-toi de ta connaissance du monde réel » ce qui donne une certaine indication sur le paradigme et la communauté en jeu, soit, mais jusqu'où doit-on référer à sa connaissance du monde réel ? Voyons deux cas possibles.

Si on regarde le problème d'un point de vue d'une communauté scolaire, le référentiel pourrait être formé des propriétés de la mesure de même que des propriétés d'une telle sorte de balançoire lesquelles pourraient provenir de la connaissance du monde réel : on sait que la balançoire au repos doit être assez haute pour qu'une fois assis les pieds ne touchent pas le sol et assez basse pour pouvoir s'y asseoir facilement. L'espace de travail n'est ainsi pas strictement géométrique, il inclut une certaine « connaissance du monde réel ».

Par ailleurs, si on se situe dans une autre communauté (familiale, citoyenne, commerciale) le problème effectif auquel on aura à faire face pour fixer la balançoire entraîne un lot de questions, lequel pourrait complexifier le référentiel selon les contraintes retenues. En effet, on se demandera par exemple : quel serait le diamètre de la corde ? Celui-ci ayant un effet sur la longueur de corde nécessaire pour faire les nœuds ; quel type de nœud serait adéquat ? Est-ce que le frottement de la corde sur la branche est à prendre en compte ? et si oui, comment ? Peut-on simplement faire passer les deux cordes par-dessus la branche, une telle configuration permettra-t-elle un bon mouvement de balancier ? Serait-il préférable de faire un tour et demi pour éviter le frottement ? Quelle est la circonférence de la branche ? Des œillets permettraient-ils un balancement plus souple ? La branche est-elle parallèle au sol ? Sinon, comment ajuster la longueur des cordes ? On peut aussi, de manière très pragmatique, éviter toutes ces questions en demandant simplement comment faire au vendeur ou encore en achetant le gros rouleau de corde en rabais cette semaine-là ! On sera sûr d'en avoir assez et, de la corde, c'est toujours utile !

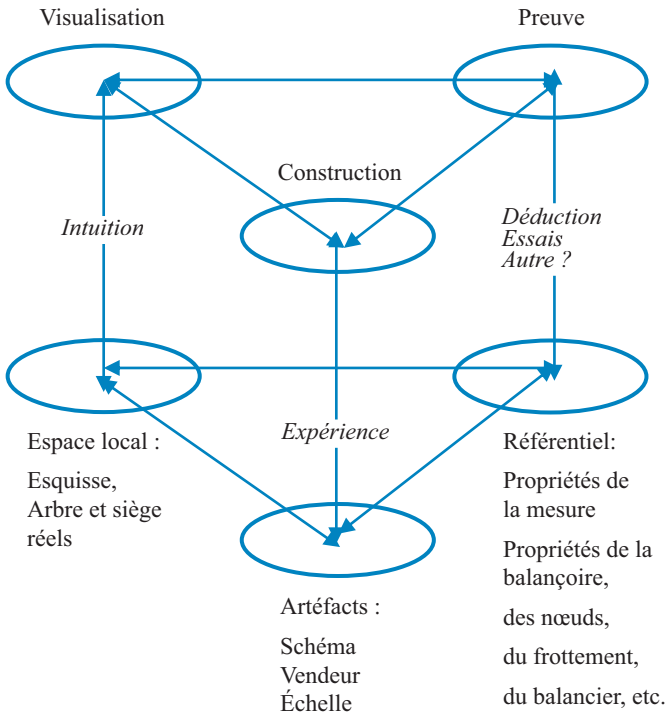


Schéma 2. Espace de travail géométrique pour une communauté familiale

On voit que les réponses à ces questions sont nécessaires pour décrire le référentiel dans lequel on conçoit le problème et, en conséquence, pour juger de la validité de la réponse. En retour, le référentiel défini aura une incidence sur les éléments de l'ETG, tel que l'illustre le schéma 2, et donc, au plan cognitif, sur l'activité de l'élève, notamment sa représentation du problème, les outils auxquels il fera appel et les expériences qu'il pourra mener. En particulier, la démarche de validation, à laquelle réfèrent Coutat et Richard (2011) comme étant la face Preuve-Construction-Artéfacts-Référentiel du prisme sera nettement différente selon le référentiel retenu. En effet, le référentiel semble présider au travail car il est le garant (ou la référence) de la validité du travail mené.

Dans le premier cas, celui de la communauté scolaire, la validation se fait via les propriétés de la mesure et des opérations mathématiques, après avoir déterminé une hauteur convenable pour le siège de la balançoire, disons 1m. On aura alors  $5\text{m} - 1\text{m} = 4\text{m}$  entre la branche et le siège. Comme il y a 4 trous, il faut 4 fois  $4\text{m} = 16\text{m}$ . On pourrait ajouter 1m pour les quatre nœuds et obtenir 17m.

Dans le second cas, disons celui de la communauté familiale, la validation peut être pragmatique : on achète un gros rouleau de corde et on fait quelques essais avant de couper la corde à une longueur qui convient. Elle peut aussi être théorico-pratique en cherchant à obtenir des réponses aux multiples questions posées<sup>4</sup>, que ce soit par internet, en demandant au vendeur ou autrement. Dans ce cas, il faudra faire un choix parmi plusieurs réponses possibles<sup>5</sup>. La validation ultime passera par l'essai de la balançoire : elle fonctionne ou non ! (comme pour les bateaux, « c'est la pratique qui prouve plus que la théorie. Si on le met dans l'eau et qu'il coule !... »)

Quel lien peut-on faire entre le problème de non usage et ces espaces de travail ? Le problème de non usage pourrait s'expliquer par une forme de disjonction entre les espaces de travail ou les différentes postures, c'est-à-dire que la modélisation du problème réalisée depuis une certaine posture occulterait celle qui pourrait être issue d'une autre posture. Nous faisons l'hypothèse que si les élèves arrivaient d'une part, à s'inscrire dans un espace de travail mathématique pour travailler certains problèmes du quotidien, par exemple l'installation d'une balançoire, et, d'autre part, à questionner certains problèmes de l'école depuis un espace de travail ou une posture qui pourrait s'apparenter, par exemple, à celui qu'endosseraient, selon eux, leurs parents, ils y gagneraient dans les deux cas. Et s'ils pouvaient explorer d'autres espaces de travail pour appréhender le problème ce pourrait être encore mieux. Nous postulons que plus l'analyse du problème mettra à contribution différents espaces de travail ou différentes postures, plus la solution retenue à l'issue de leur analyse, risque d'être riche ou à tout le moins vigilante. Dans l'exemple de la balançoire, il pourrait s'agir d'examiner quatre ou cinq dispositifs de fixation pour évaluer lequel apparaît le plus adéquat ou le moins dangereux.

---

<sup>4</sup> À cet égard, une solution, reposant sur un dispositif où la corde fait un tour et demi autour de la branche et passe sous le siège pour se rattacher ensuite au-dessus formant un triangle équilatéral, m'a été proposée par François Pluvinage et je l'en remercie. La voici : « La hauteur de 75cm est plus appropriée. Pour cette hauteur, un siège de largeur 35cm et un diamètre de branche de 30cm, avec des nœuds requérant 50cm pour deux d'entre eux (nœuds de chaise) et 25 cm pour les deux autres au-dessus du siège (nœuds simples, évitant que le siège pivote et renverse son occupant), on obtient la longueur suivante en m pour un côté :  $2 \times 0,5 + 2 \times 0,25 + 3 \times 3,14 \times 0,3 + 2 \times 0,3 + 3,80 + 3 \times 0,35 = 9,75$  (à 2 cm près). D'où une longueur nécessaire de 19,50m. » Cette solution indique que dans l'application effective avec une classe, il serait judicieux de demander aux élèves de faire une exploration de différents dispositifs que l'on peut utiliser pour fixer un tel siège de balançoire.

<sup>5</sup> Ce type de traitement du problème de la balançoire pourrait peut-être s'inscrire dans un Parcours d'Étude et de Recherche (PER) tel que le conçoit la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD).

#### 4 Pourrait-on entraîner les élèves à changer de posture ou d'espace de travail ?

Le non usage d'un savoir appris peut être lié à une vision du problème dans laquelle ce savoir n'apparaît pas nécessaire ou utile, même si la solution trouvée s'avère par ailleurs inadéquate ou fautive. Partant de l'hypothèse selon laquelle l'élève serait à même d'adopter une autre posture le conduisant à concevoir le problème différemment et, idéalement à y répondre de manière adéquate, la question qui se pose alors est : peut-on imaginer une façon de favoriser le passage volontaire d'une posture à une autre dans le traitement d'un problème, comme une navette entre les postures ou les espaces de travail, de manière à ce que l'élève puisse produire des solutions selon différents points de vue puis en évaluer la pertinence ? En d'autres termes, comment aider l'élève à modifier volontairement son espace de travail de manière à explorer différentes visions, voire paradigmes, liées à un problème donné ?

Dans cette optique, nous avons mis au point un dispositif visant à ce que les élèves développent une « clochette de vigilance » qui les conduirait à freiner leur action initiale afin qu'ils se demandent s'il n'y aurait pas un autre point de vue, une autre posture, qui pourrait conduire à une réponse plus intéressante. Ce dispositif vise en quelque sorte à ce que les élèves naviguent entre une posture spontanée et une posture plus avertie. Certaines phases de ce dispositif ont déjà été expérimentées (René de Cotret, LeBlanc & Larose, 2011) et l'ensemble sera expérimenté en 2014. Le dispositif repose sur deux leviers : un levier didactique et un levier social. Le levier didactique vise l'apprentissage ou la prise de conscience du fait que *nous sommes tous victimes d'illusions cognitives et il pourrait en être autrement*. C'est en confrontant les élèves au fait qu'ils ont fourni de mauvaises réponses avec certitude aux problèmes que nous leur avons proposés, et ce, bien qu'ils avaient les connaissances nécessaires pour produire une réponse juste, que nous visons cette prise de conscience. Le levier social tente, par la suite, de transformer cette prise de conscience collective en savoir de sens commun, donc en *savoir intuitif et immédiat sur ce qui est raisonnable de faire*, en prêt-à-penser qui puisse se manifester rapidement au cours de l'action initiale. Pour inscrire ce savoir dans le registre des savoirs de sens commun, nous proposons à toute une école de s'engager dans la recherche et le dépistage d'illusions cognitives.

Il faut souligner toutefois que cette expérimentation n'a pas été conçue pour entraîner les élèves à explorer systématiquement plusieurs postures, mais simplement pour les amener à freiner leur action, que ce soit pendant ou après la résolution, mais surtout avant la livraison de la réponse, ouvrant ainsi la possibilité d'explorer une autre façon de traiter le problème. Nous voulons donc soumettre à la discussion la possibilité et la pertinence de concevoir un entraînement plus systématique au changement de postures.

## References

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques* (Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland et V. Warfield). Grenoble, France : La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1989) : *Arithmétique, Algèbre, Modélisation. Étapes d'une recherche*. IREM d'Aix-Marseille, 16, p. 344.
- Coutat, S. & Richard, P. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg, 16, pp. 97-126.
- DeBlois, L. & Squalli, H. (2002) Implication de l'analyse de productions d'élèves dans le formation des maîtres du primaire. *Educational Studies in Mathematics*, 50 (2), pp. 212-237. Kluwer Academic Publishers.
- De Corte, E. & Verschaffel, L. (2002). Communautés d'apprentissage hautement performantes : recherches d'intervention visant à combler l'écart entre la théorie et la pratique. *Perspectives: revue trimestrielle d'éducation comparée*, 32 (4).
- Giroux, J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28 (1), pp. 9-62.
- Gonseth, M.A. (1993). L'ordinaire et son ombre. In J. Haunard & R. Kaehr (eds.), *Si... Regards sur le sens commun*, pp. 25-50. Neuchâtel, Suisse : Musée d'ethnographie.
- Gouvernement du Québec. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2013). *Programme de formation de l'école québécoise*. Repéré à : <http://www1.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/>
- Gueorguieva, V. (2002). Sept thèses sur le sens commun. *Altérités*, 3.
- Kanheman, D. (2004). *Science et Vie*, mars, no.1038.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (16), IREM de Strasbourg, pp. 9-24.
- Legardez, A. (2004). L'utilisation de l'analyse des représentations sociales dans une perspective didactique. L'exemple de questions économiques. *Revue des sciences de l'éducation*, 30 (3), pp. 647-665.
- Lhoste, Y. (2008). *Problématisation, activités langagières et apprentissages dans les sciences de la vie. Étude de débats scientifiques dans la classe dans deux domaines biologiques : nutrition et évolution* (Thèse de doctorat). Université de Nantes, France.
- Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations In : C. Margolinas (Ed.). *Les débats de didactique des mathématiques*, pp. 89-102. Grenoble : Éditions La Pensée Sauvage.
- Margolinas, C. (2005) Les bifurcations didactiques: Un phénomène révélé par l'analyse de la structuration du milieu. In A. Mercier & C. Margolinas (Eds.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (cédérom), pp. 1-12. Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- Maturana, H.R. & Varela, F.J. (1994). *L'arbre de la connaissance. Racines biologiques de la compréhension humaine*, p. 256. Paris, France : Addison-Wesley.
- Ntagteverenis, P. (2005). Construction scientifique et construction quotidienne. La dimension syntactique du savoir commun et la question de l'objectivité. *Sociétés*, 89 (3), pp. 83-97.
- René de Cotret, S. (1998). Quelques questions soulevées par l'adoption d'une perspective "bio-cognitive" pour l'étude de relations du système didactique. *Séminaire DidaTech, Laboratoire Leibniz-IMAG*, 1997 (184). Grenoble, France, pp. 161-178.

- René de Cotret, S. (1999). Proposition d'une perspective "bio-cognitive" pour l'étude de relations didactiques, In : G. Lemoyne et F. Conne, (eds), *Le cognitif en didactique des mathématiques*, pp. 103-120. Montréal, Québec : Presses de l'Université de Montréal, co-éditeur De Boeck.
- René de Cotret, S. (2007), Un programme double : « Bouchons les trous » un environnement informatisé pour le travail de mise en équations algébriques et Esquisse d'une didactique du sens commun. In: G. Geudet et Y. Matheron (Eds), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2006*, pp. 271-312, ARDM et IREM Paris VII.
- René de Cotret, S. (2011). Des domaines d'expérience au sens commun, des ingénieries du quotidien ? In : Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., Vandebrouck, F., & Wozniak, F. (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques*, pp. 150-172. Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- René de Cotret, S. (2012). Sybil en formation des maîtres : un cas de personnalités multiples, Dans : J. Proulx, C. Corriveau & H. Squalli (Eds) *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques, Pratiques, orientations et recherches*, pp. 159-170. Québec, Canada : PUQ.
- René de Cotret, S. & Larose, R. (2006) : La didactique du sens commun : pour un retour dans la cité... . In: D. Tanguay (ed), *Raisonnement mathématique et formation citoyenne*, Actes du colloque du GDM 2005, UQAM, pp. 47-59.
- René de Cotret, S., Leblanc, M. & Larose, R. (2011). Study of the Potential of the Use of Degrees of Certainty to Provide the Common Sense with an "Alert Bell". In: B. Sriraman & V. Freiman (eds), *Interdisciplinarity for the 21st Century: Proceedings of the 3rd International Symposium on Mathematics and its Connections to Arts and Sciences, Moncton 2009. Monograph 11 in The Montana Mathematics Enthusiast Monographs in Mathematics Education, Information Age Publishing*, pp. 289-300. Charlotte, Etats-Unis.
- Schoenfeld, A. (2006). Problem Solving from Cradle to Grave. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, pp. 41- 73.
- Wason, P.C. & Johnson-Laird, P.N. (1972). *Psychology of Reasoning. Structure and Content*. Boston, Etats-Unis : Harvard University Press.

## Autora

---

**Sophie René de Cotret**

Département de didactique, Université de Montréal.

[sophie.rene.de.cotret@umontreal.ca](mailto:sophie.rene.de.cotret@umontreal.ca)