La mediación docente y los espacios de trabajo matemático

The teacher as a mediator and the mathematical working spaces

Olimpia Figueras, Patricia Flores, François Pluvinage

RESUMEN

El maestro pone en juego estrategias para facilitar que los alumnos aprendan matemáticas. Como resultado de varios acercamientos a clases de matemáticas de maestros de educación básica, en este artículo se caracterizan cinco dificultades que el profesor enfrenta para mediar una concurrencia significativa entre los Espacios de Trabajo Matemático institucionales e individuales.

PALABRAS CLAVE:

- *Educación básica*
- *Mediación docente*
- *ETM*

ABSTRACT

The teacher brings into play strategies to facilitate his students to learn mathematics. As a result of several approaches to mathematics classes taught of basic education teachers, in this article, five difficulties that the teacher confronts to mediate a significant audience between institutional and individual Mathematical Work Spaces are portrayed.

KEY WORDS:

- *Basic education*
- *Mediation*
- *MWS*

RESUMO

O professor envolve estratégias para promover a aprendizagem da matemática pelos alunos. Após várias abordagens de matemática aulas conduzidas por professores de educação básica, neste artigo são caracterizados cinco dificuldades enfrentadas pelo professor para mediar uma concordância significativa entre ETM institucionais e individuais.

PALAVRAS CHAVE:

- *Educação básica*
- *Mediação*
- *ETM*

RÉSUMÉ

L'enseignant met en jeu des stratégies pour promouvoir l'apprentissage des mathématiques par ses élèves. À la suite de plusieurs approches aux classes de mathématiques menées par des professeurs de l'école primaire, cet article caractérise cinq difficultés rencontrées par l'enseignant en tant que médiateur pour combiner les ETM institutionnels et individuels.

MOTS CLÉS:

- *Enseignement de base*
- *Médiation*
- *ETM*

Relime (2014) 17 (4-II): 437-452. Recepción: Enero 15, 2013 / Aceptación: Septiembre 2, 2013.
DOI: 10.12802/relime.13.17422

1 Introducción

Una fuente de aprendizaje esencial para el desarrollo profesional de los maestros es su propia clase de matemáticas. Varios investigadores coinciden sobre la necesidad de que los docentes reflexionen sobre su trabajo en el aula, ver por ejemplo a: Brubacher, Case y Reagan (2000); Robert y Rogalski, M. (2002); Robert y Rogalski, J. (2005); Sensevy (2007); Ball (1988); Rowland (2008) y Saraiva y Ponte (2003) quienes proponen enfoques diferentes a los ETM para mirar su especificidad.

La clase de matemáticas es una construcción social que se desarrolla en tiempos y espacios determinados y responde a un proyecto institucional incluido en el plan y programas de estudio por medio de sus objetivos y contenidos escolares.

Según Kuzniak (2011), los contenidos escolares son parte de un Espacio de Trabajo Matemático (ETM) que él denomina Apropiado (en adelante denotado por ETMA). Con base en su interpretación del ETMA, el maestro estructura para su trabajo de mediación lo que el autor nombra ETM de Referencia (ETMR), usando estrategias y tareas para que los estudiantes construyan significativamente sus ETM Individuales (ETMI).

Al observar clases de matemáticas surge la pregunta:

¿Cuáles son los elementos de la mediación del docente que influyen para que los alumnos construyan ETMI acordes con el logro de la intencionalidad didáctica propuesta en el currículo?

Con base en las ideas esbozadas se formuló el siguiente objetivo:

– Identificar aquellos aspectos que en las interacciones entre el maestro, los alumnos y los contenidos matemáticos escolares devienen dificultades en la estructuración de los ETMI.

2 Marco teórico de referencia

En el caso de la geometría, Kuzniak (2011) caracteriza los espacios de trabajo con base en la articulación de elementos epistemológicos y cognitivos; los primeros relativos a los contenidos matemáticos y los segundos a los procesos cognitivos implicados en su estudio. El autor apunta la necesidad de identificar los componentes que caractericen a los ETM de otras ramas de las matemáticas. Houdement y Kuzniak (2006) proponen 3 modos de pensamiento: Geometría I o natural, Geometría II o axiomática natural y Geometría III o axiomática formal.

En este artículo se retoman y adaptan sus planteamientos al paradigma de Geometría I que se apega al trabajo desarrollado en la escuela primaria en el cual los estudiantes ponen en juego su intuición al experimentar con diferentes tareas que les exigen utilizar instrumentos y estrategias de solución.

Como parte de los procesos inherentes al desarrollo de las tareas matemáticas esos investigadores enfocan el uso de definiciones y propiedades de los objetos matemáticos, de instrumentos pertinentes para su estudio y del lenguaje matemático, y con respecto a los procesos cognitivos consideran la visualización, la representación y la justificación de decisiones.

El profesor ha de mediar utilizando diversas estrategias que articulen los componentes epistemológicos y cognitivos para enriquecer y favorecer la re-estructuración de los esquemas de conocimiento de los alumnos (Vigotsky, 1926/2005; Wood, Bruner & Ross, 1976 y Anghileri, 2006). Por eso, el debe implicarlos en la tarea, escucharlos, identificar sus ideas y promover que las confronten.

En la Figura 1 se muestra una imagen ideal de la trasmisión de la propuesta institucional al salón de clases: las decisiones adoptadas en cada nivel, desde las autoridades hasta los alumnos, tienen las mismas intenciones y expectativas respecto a los resultados del aprendizaje.

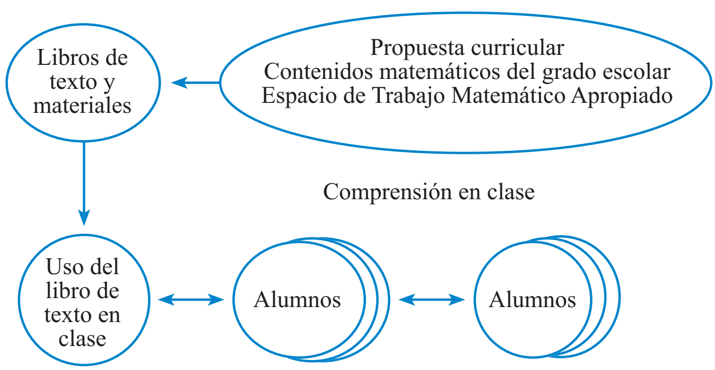


Figura 1. Transmisión de la propuesta institucional al salón de clases

Pero el docente no es un mero transmisor de mensajes educativos diseñados por las autoridades educativas, tiene un papel de mediador entre estos mensajes y los estudiantes. Esto entraña procesos de interpretación, necesariamente dependientes de su formación matemática y didáctica. Y la clase es un suceso que ocurre en espacios y tiempos específicos. En él, el docente y los alumnos interpretan y ordenan la dinámica de su desarrollo. En la Figura 2 se ilustra cómo puede concretarse la trasmisión de la propuesta institucional con las posibles discrepancias que existen entre los distintos protagonistas. Se pueden identificar tres etapas de interpretación. La primera interpretación del mensaje educativo oficial (ETMA) a cargo de los diseñadores de lecciones y material de enseñanza ETMA', la segunda interpretación corresponde a los docentes quienes toman decisiones al respecto y con base en su ETMR median el mensaje educativo en un punto decisivo de la cadena de interpretaciones. La tercera etapa le corresponde a los alumnos quienes significan el mensaje educativo tanto del ETMA' como del ETMR. En la clase es posible que entre sus protagonistas se dé una comunicación fluida o con interferencias.

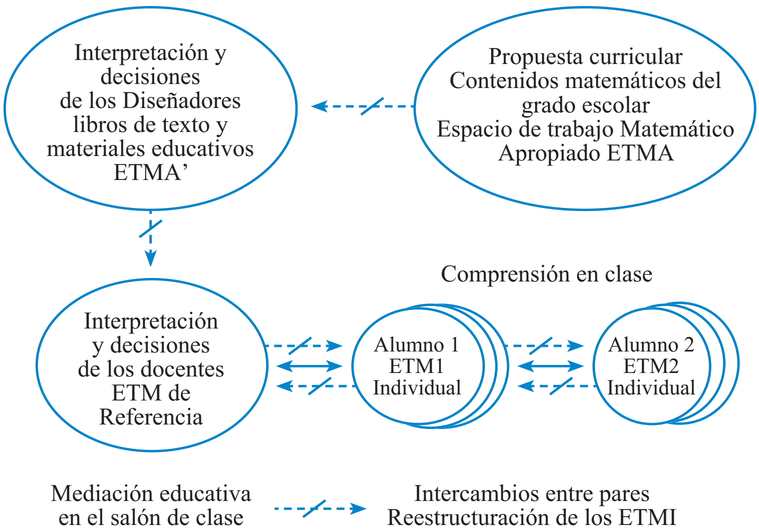


Figura 2. Discrepancias posibles en la transmisión de la propuesta institucional

Las flechas punteadas y atravesadas representan las interpretaciones y decisiones que pueden distanciarse de la propuesta curricular. En efecto, la interpretación de ésta depende de los espacios de trabajo estructurados por los diferentes protagonistas en el desarrollo real de la clase.

Es imperioso que desde el diseño curricular se proporcionen elementos útiles para que los docentes tomen decisiones y propongan soluciones útiles en función del contexto de su labor profesional.

3 Metodología

El estudio que se describe en este artículo se inscribe en un marco de investigación interpretativa, los datos fueron recabados en tres escuelas primarias del Estado de México y versan sobre contenidos matemáticos propuestos en el currículo nacional de la educación básica. Clases de matemáticas fueron grabadas en video y se utilizó la observación no participante durante esas sesiones de trabajo docente con un registro en un diario de campo. En total fueron 10 clases observadas por docente en diferentes periodos del año escolar.

Al finalizar la observación de cada clase se llevaron a cabo entrevistas semi-estructuradas a los docentes en las que se les preguntó sobre la actividad matemática desarrollada por los alumnos y el cumplimiento de los propósitos de la sesión de trabajo.

Las grabaciones en video de las clases se transcribieron y se recuperaron los datos de los diarios de campo (las participaciones del docente se señalan con D, las de las niñas y niños con Na y N respectivamente y con Ns se indican las expresiones en coro).

Se analizaron episodios de cada clase como unidades con sentido matemático completo y se hicieron dos tipos de análisis: el primero enfocado a identificar aspectos que favorecen la re-estructuración de los ETMI y el segundo centrado en el reconocimiento de dificultades para el logro del objetivo de la clase. A partir de éstos se construyeron 5 categorías que describen dificultades y que permiten a su vez pensar en los elementos que favorecen la reestructuración de los ETM de los protagonistas de la clase. Cada categoría se ejemplifica con un episodio de clase representativo de dicha situación, ya que en ellos confluyen las interpretaciones de los protagonistas y se evidencian sus respectivos ETM.

4 La mediación y los espacios de trabajo matemático

Cabe destacar que los episodios presentados ilustran las dificultades encontradas con mayor recurrencia durante las clases observadas y se reconoce que en su desarrollo pueden presentarse situaciones que favorezcan o limitan la comunicación con sentido.

Las cinco categorías que se proponen a continuación muestran la contrastación de los diferentes ETM de los protagonistas en cada una de ellas el mensaje educativo no llega de manera fluida. Cada una de las categorías se ilustra en los episodios.

4.1. $M \nrightarrow A$: *Los alumnos enfrentan dificultades por su interpretación del mensaje educativo*

En esta categoría el maestro implica a los estudiantes en la tarea incluida en su ETMR y trata de articular lo que los estudiantes saben y pueden hacer para realizarla. Pese a esto, los alumnos con base en sus ETMI interpretan de otra manera el propósito y operan en consecuencia.

En una clase de grado 4 (alumnos entre 8 y 9 años de edad), la actividad propuesta por el docente se articula en dos episodios de trabajo, en el primero el profesor presenta ejemplos y hace preguntas abiertas a los niños sobre el área de cuadriláteros y triángulos. Los alumnos expresan dos maneras de proceder para calcular el área: contar cuadritos y usar la fórmula. El docente valida la segunda propuesta para calcular el área de los triángulos.

D: Para calcular el área del cuadrado, ¿qué sería lo correcto? Multiplicar como dice Paulina el 6 por los 4 lados, o como dice Silvia multiplicar 6 x 6. ¿Y en el caso de Carlos? Carlos dice que cuando queremos calcular la superficie de una figura y tenemos cuadritos, ¿qué tenemos que hacer?
N: Tenemos que contar todos los cuadritos.
D: Pero ahí no estamos contando cuadritos, estamos trabajando con medidas.
D: Ahora, van a calcular el área, en el cuadrado primero, y luego de uno de los triángulos, ¿con cuántos triángulos formamos el cuadrado?
Ns: Con dos.
D: Pinten uno de esos triángulos. Ese triángulo, ¿qué parte es del cuadrado?
Ns: La mitad.
N: [pasa al pizarrón] De los 36 cm^2. Bueno, yo del resultado de 36 lo dividí en dos.
D: ¿Por qué lo dividiste en dos?
N: Porque del cuadrado son 36 y pues lo dividí a la mitad.
D: Bueno, ¿cuál es el resultado? A ver anótalo allá.
N: Son 18 cm^2 [anota en el pizarrón].

El docente apoya la familiarización de los alumnos con tareas similares a las propuestas en el libro de texto. En la Figura 3 se muestra una parte de la lección que estudiaron en esa clase (Secretaría de Educación Pública, 1994).

A pesar de la introducción que hizo el maestro, los estudiantes recurren al conteo de flores para determinar el área de los triángulos, acción influida posiblemente por las imágenes del libro que los llevan a relacionar las flores con una retícula cuadriculada, y en consecuencia al conteo de cuadrados (1 flor = 1 cuadrado = 1 cm^2).

Esa situación hace surgir una diferencia entre la intención del profesor y lo que los alumnos hacen como se aprecia en la transcripción de la clase:

Na: ¿Cuántos metros cuadrados cubrió de flores blancas el tío de Flor?
D: Ya vimos una regla para sacar el área de todo el rectángulo y luego sacar el área del triángulo. [Se acerca a una niña] ¿Qué vas a multiplicar ahí?
Na: El 16 por…
D: ¿16? ¿De dónde salió ese 16?
Na: [Señala la diagonal, ella contó el número de flores abajo de esa recta].
D: ¿Las flores? ¿No te están indicando aquí las medidas? ¿Cuáles son sus medidas?
Na: 6 y 4.

D: ¿Qué harías ahí?
Na: Lo voy a multiplicar.
D: Las flores blancas, ¿qué parte representan de todo ese rectángulo?
Na: ¿Un pedazo?
D: Un pedazo, pero ¿qué parte representa ese pedazo de todo el tapete?
Na: La mitad.
D: La mitad. Entonces no queremos todo, tú tienes aquí de todo [Señala la operación que la niña realizó] queremos nada más la mitad. ¿Cuánto sería de la mitad? Para sacar la mitad, ¿qué operación se utiliza?
Na: Una división.
D: ¿Cuántos metros cuadrados de flores blancas tiene?
Na: 12 metros cuadrados.
[La niña regresa a su lugar pero procede a contar las flores].

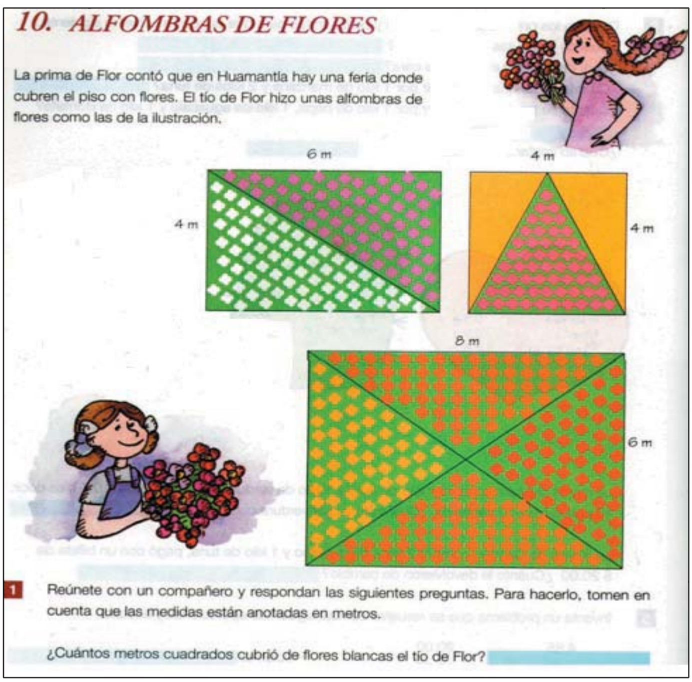


Figura 3. Primera tarea: Cálculo de áreas (SEP, 1994, p. 178)

El trabajo previo del docente no tiene el efecto esperado, al parecer no advirtió las posibles dificultades de los estudiantes para interpretar las imágenes del texto.

Pese a que al parecer la niña da cabida en su ETMI a la explicación del maestro para que se centre en las medidas del rectángulo y obtenga el área, ella, debido a la visualización de las imágenes en el libro, se remite a un esquema de acción utilizado anteriormente para obtener el área. Como puede observarse la niña sí considera los contenidos matemáticos involucrados en la tarea, sin embargo pesa más el aspecto cognitivo. Las condiciones para que el ETMR creado por el maestro influya en las acciones de la niña se ven limitadas porque para la estudiante tiene mayor peso la visualización que el conocimiento matemático que se usa en la lección como propuesta desde el ETMA’.

4.2. M⇄A: *El maestro tiene dificultades para mediar el mensaje educativo debido a su ETMR y a los conocimientos previos de los alumnos*

En esta categoría se describe la dificultad enfrentada por el maestro para mediar el mensaje educativo del ETMA’ debido a que en su ETMR no incorpora todos los elementos que dan pauta a cumplir con el objetivo y por lo tanto los estudiantes subsumen los conocimientos nuevos a la lógica de sus conocimientos previos.

En grado 4 se inicia el estudio de la noción de ángulo y su medida, con una primera lección que se titula “La vuelta al mundo”. En ella se pretende que los alumnos se inicien de manera intuitiva en la comprensión de la noción de ángulo a partir de giros con diferentes amplitudes.

La lección incluye un juego compuesto por un tablero (ver Figura 4). En él se muestran puntos de salida y de llegada señalados con nombres de lugares. La medida de los giros se indica de acuerdo con el puntaje obtenido al tirar un dado; de esta manera se puede girar 1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 5/8 y 3/4 de vuelta.

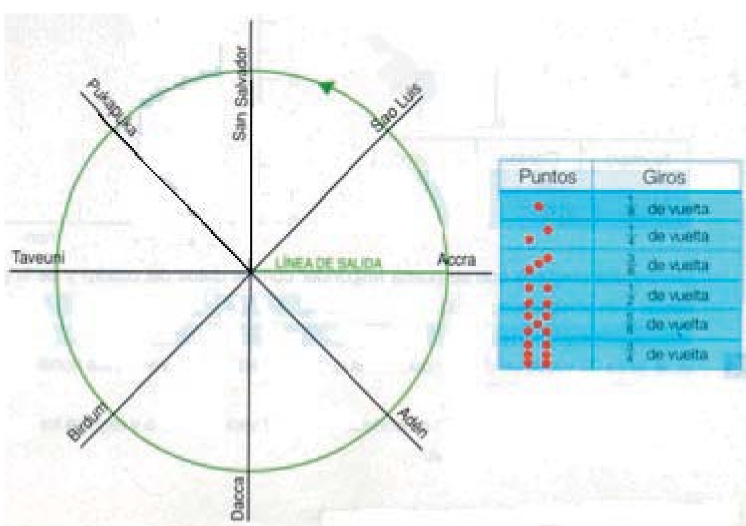


Figura 4. Tablero de la lección *La vuelta al mundo* (SEP, 1994, pág. 78)

El docente promueve un intercambio de preguntas y respuestas para asegurarse de homogeneizar la manera de proceder: tirar un dado, leer en el tablero la medida del giro asociado con el puntaje del dado y la orientación del giro.

D: Bueno tenemos un pequeño tablero ahí, ¿qué nos indica?
N: Puntos y giros, (ver Figura 4).
D: Muy bien, ¿qué es lo que nos indica en los puntos?
N: En los puntos … ¿los giros?
…
D: Bueno, ¿cuál es la siguiente indicación en el tablero?
Na: Dos puntos: ¼ de vuelta.
D: Si estoy en la salida, ¿hasta dónde llego para ¼ de vuelta?
N: Hasta San Salvador.
Na: A Dacca.
D: ¿Por qué Samanta?, ¿de dónde estás partiendo tú? Estás en la salida, ¿a dónde llegas con ¼? Tienes que girar hacia la izquierda, ¿hasta dónde llegas?
Ns: A San Salvador.
D: A ver, si estamos aquí [señala el punto de partida: Accra], ¿cuánto representa ¼ de aquí?
Na: [Pasa al pizarrón, la niña recalca en la circunferencia lo que representa ¼ de vuelta].
D: Si parto de Accra, de la salida, si es ¼, ¿están de acuerdo los demás?
N: Sí.
D: ¿Por qué si?
N: ¡Yo! Porque [el círculo] tiene 4 partes iguales.
D: Bueno, el primero que dé 5 vueltas gana.
…
D: Pónganle ahí una palomita o una rayita, que indique una vuelta, una marca significa que ya dio una vuelta [siguen jugando y anotan las vueltas de cada uno].
No: ¡3! [en la tirada del dado]. Uno, dos, tres [cuenta los lugares para avanzar y así proceden los integrantes del equipo en las siguientes tiradas].

En el transcurso de la clase, el profesor trata de que los estudiantes operen de acuerdo con lo que exige la tarea, sin embargo no enfatiza hacer los giros sobre la circunferencia alrededor del centro del círculo, ni que éstos son parte de una vuelta. Por lo que el acercamiento a la noción de ángulo se subsume a lo que saben sobre fracciones en situaciones de partición y los alumnos asocian el círculo y sus secciones con lo que saben de agregar partes para formar fracciones de un círculo, como si fuera una pizza y además obvian los valores de los giros al bastarles el puntaje que indica el dado para avanzar.

La presentación de la noción de ángulo como un giro se desdibuja, las ideas incluidas en el libro no se integran al ETMI de los alumnos. Hay un conflicto en la interpretación que hace el docente del ETMA’ y por lo tanto hay una dificultad para estructurar su ETMR y la organización didáctica de la clase.

4.3. M⇄A: *Dificultad del docente para significar la resolución alternativa de una alumna*

Esta categoría comprende la dificultad del maestro para incorporar a su ETMR una respuesta alternativa al plan de trabajo que ha diseñado para su clase.

En una clase de grado 6 (alumnos entre 11 y 12 años de edad) se estudia la lección 80 del libro de texto de matemáticas que trata sobre la proporción entre las nociones de distancia, tiempo y velocidad (véase Pluvinage, Rigo y Rojano, 2008, quienes hicieron el análisis de discurso de la clase).

En la lección hay una tabla de valores que indica los tiempos de 4 nadadores y se pide a los alumnos que contesten las siguientes preguntas:

¿Quién nadó la mayor distancia?, ¿quién nadó en menos tiempo?, ¿quién nadó más rápido?

	Distancia	Tiempos		
		Horas	Minutos	Segundos
Amalia	100 metros	0	2	0
Beto	50 metros	0	0	50
Catalina	150 metros	0	2	51
Dario	1500 metros	0	40	0

En el libro se propone que los alumnos después de responder confronten en grupo sus resultados. Durante esta fase, la docente desconoce la participación de una alumna; al parecer su respuesta no encaja en el ETMR que ha estructurado para dar su clase.

D: ¿Cómo podemos saber quién nadó más rápido?
Na: Por proporción porque vemos que nadar 50 metros en 50 segundos, 100 metros se nadarán en 1 minuto 40 segundos.
D: ¿Lo puedes explicar en el pizarrón?
Na: Escribe en el pizarrón

50		50
100	1	40
150	2	30
1500	25	

D: ¿En la parte superior están los minutos y los segundos?, ¿cómo podemos saber quién hizo el mejor tiempo?, ¿qué deberíamos hacer para comparar?
Na: Amalia hizo 100 metros en 2 minutos, pero aquí hay 1 minuto 40 segundos.
D: Hay un error, borra.

En un momento ulterior, la docente dice:

[…] ¿Cómo comparamos este tiempo y estas distancias? … Ya me dijiste más o menos Marina una idea. ¡Hazla! …

Na: Es que ya había hecho la tabla, pero ustedes no me entendieron.

D: ¡Ah! Ya te entendí.

Na: Me basé a lo que hizo Beto.

D: Hiciste la tabla de lo que hizo Beto, o sea, era de Beto nada más.

Na: Era para saber, porque yo pienso que Beto era más rápido, entonces si Beto hizo 50 segundos (para) 50 metros, entonces hubieran nadado diferente…

D: Muy bien. ¿Qué podemos hacer para saber cuántos segundos hizo Amalia, Catalina y Darío?

Como puede apreciarse la maestra está centrada en cómo se deben responder las preguntas y la resolución que propone la alumna queda fuera de esa expectativa; por ello hace caso omiso del razonamiento de la estudiante, el cual hubiera podido ser útil para que los demás estudiantes reflexionaran sobre las relaciones entre la velocidad, la distancia y el tiempo.

No obstante que la lección es introductoria al tema de proporcionalidad, la profesora ya quiere que los estudiantes apliquen la fórmula $v = d/t$. La idea de la alumna no encuentra cabida en su ETMR, la encuentra ajena a la clase.

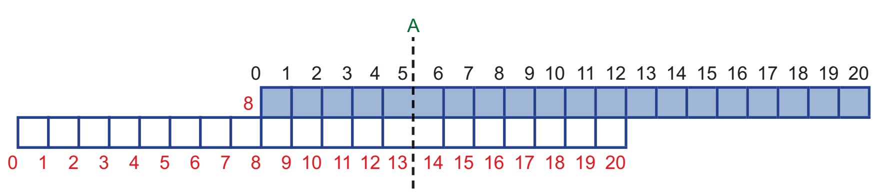
4.4. $M \nrightarrow A \nleftarrow A$: *Debido a cómo estructuró su ETMR, el docente tiene dificultades para que los alumnos usen un instrumento para resolver una tarea y para intercambiar ideas*

Esta categoría se refiere a situaciones donde el docente a partir de su ETMR promueve que los alumnos trabajen con un artefacto y que descubran la utilidad del mismo.

Es común que en la escuela los problemas aditivos se resuelvan utilizando el salto de la rana en la recta numérica e/o instrumentos como el ábaco en los que las relaciones entre los datos implicados no son evidentes. Para la clase se propuso a un docente de grado 5 que sus alumnos (edad de entre 10 y 11 años) resolvieran problemas aditivos utilizando una regla deslizante de cálculo en la que los datos del problema quedan a la vista y la actividad matemática consiste en establecer de manera pertinente las relaciones entre ellos. En esta experiencia se utilizaron dos tipos de reglas una material y otra virtual usando Cabri II (véase Figueras, Flores & Pluvinage, 2009).

Durante la clase los alumnos utilizaron la regla deslizante material para resolver los problemas y el docente se encargó de mover la regla virtual proyectada sobre el pizarrón de acuerdo con las indicaciones de los estudiantes.

D: Vamos a trabajar con una regla de cálculo, la van a observar, [...] y después hacemos comentarios para qué les podría servir este material. ¿Quién quiere hacer comentarios?
No: Sirve para medir.
D: ¿Cómo lo utilizarías para medir?, ¿cómo le harías?
No: Yo lo recorrería así (desliza la regla superior) pero como no puedo medirlo por aquí, (señala el tope de la regla superior), lo haría por abajo.
D: Lo medirías por abajo. Tú ¿cómo la utilizarías?
No: Igual como una regla normal.
D: Normal para medir, [...] ¿Creen que se pueden hacer cálculos con esta regla?
Ns: ¡Síìí!
D: ¿Sí?, [...]. Vamos a ir resolviendo cada uno de los problemas utilizando la regla de cálculo [...] y después hacemos comentarios de cómo lo resolvieron. [...]. Felipe trabaja 12 horas y Lucía trabaja 4 horas menos que él. ¿Cuántas horas trabaja Lucía? (los niños lo resuelven). ¿Cómo lo resolvieron?
N: Le resté 4 horas [toma la barra superior y la desliza hacia la izquierda hasta que el número 12 queda alineado con el 4], 12 menos 4 me cayó 8 [el niño señala las relaciones que se establecieron en la regla, el 8 quedó alineado con el cero].
Ns: ¡Sí está bien!
D: Vean aquí abajo está el 12 de las horas y arriba el que le restaron nos da 8 ¿sí? Bueno vamos a pasar al siguiente problema. [...]
En la feria Miguel rompe 8 globos en el juego de dardos, Ricardo rompe 5 más que Miguel y César 3 globos más que Ricardo. ¿Cuántos globos rompió César?
Na: [...] Yo puse el 0 en el 8.
D: En el 8. ¿Y luego?
No: ¡María ya no lo tienes que recorrer!, si es una suma, ¡ya está!
Na: ¡Por eso!
D: A ver, ¿dónde está?
No: ¡En el 5!, ¡abajo del 5! ¡Te sale 13!
D: A ver pasa a señalarlo, tienes 8 y luego 5 dice su compañero (el niño pasa a señalarlo). Aquí abajo (del 5) 13, ¿y luego?, ya tenemos 13.



Na: Y luego 3, (cuenta y señala con un dedo) 1,2,3.
No: También ya está, sale 16.
D: ¿La hago para allá? (la maestra mueve la regla con el 0 hasta 13).
Na: Sí, da 16.

La docente promueve el manejo de la regla por parte de los alumnos. Como parte de su ETMI éstos la relacionaron con la medición y cuando se les propone solucionar problemas con ella ponen en juego una estrategia geométrica y una aritmética al hacer movimientos hacia la derecha o izquierda con sentido de suma o resta de acuerdo con el problema enunciado.

Los alumnos que establecieron relaciones y una representación pertinente en la regla deslizante la incorporaron a su ETMI como un instrumento en el que visualizaron las relaciones entre los datos y justificaron sus resultados. Estos alumnos alentaban a otros para que “vieran” las relaciones entre los datos al utilizar la regla, pero estos últimos operaron con otras estrategias de solución. Se puede observar que algunos estudiantes reorganizaron su ETMI con relación al uso de la regla deslizante. Para el resto la regla no fue significativa en sus estrategias y usaron otros saberes al respecto.

La estructura del ETMR del docente se hace evidente cuando alienta a los alumnos a explorar la regla deslizante libremente y cuando se centra más en las respuestas que en el procedimiento que siguen para resolver los problemas. Con ello se explica por qué parece que no considera relevante el intercambio de ideas entre los niños. No se logra la intención de usar el instrumento como posibilidad de tomar consciencia de las relaciones entre los datos implicados en un problema.

4.5. $\mathrm{M} \rightarrow \overset{\leftrightarrow}{\text{medio}} \rightarrow \mathrm{A}$: *La comprensión del mensaje educativo se limita debido a que en los ETMR y ETMI hay una sobrevaloración del uso de la computadora como herramienta en la resolución de problemas*

En esta clase de grado 6 (alumnos de 11 a 12 años de edad), la utilización de la computadora y del programa Excel para realizar cálculos implicó para el maestro múltiples esfuerzos explicativos y se observa cómo el medio limita la claridad del mensaje educativo de la lección.

D: Vamos a medir la circunferencia y el diámetro de algunos objetos. Vamos a trabajar con la computadora, voy a repartir 5 objetos, si se fijan en su hoja de trabajo en la primera columna dice objetos, en la segunda columna, ¿qué dice Berenice?

Na: Medida de la circunferencia.

D: Y al final vamos a llenar la última columna, ¿qué dice Berenice?

Na: Cociente de la circunferencia entre el diámetro.

D: Vamos a medir la circunferencia y el diámetro. Les voy a dar una regla por pareja y esta cinta que no estira mucho para que ustedes midan [la longitud de la circunferencia]. Entonces van a anotar, ya saben que cada vez que metan un dato apretamos Enter, después medimos los diámetros, y también los anotamos. ¿Qué significa la tercera columna?, quiere decir cuántas veces cabe este pedacito [el diámetro] en todo alrededor. ¿Qué resultado les dio? Edson ¿qué resultado te dio?

No: Es 3 punto…

D: Todos empiezan con 3 ¿verdad? Dice aquí: Usa el método de los griegos para calcular la circunferencia de los objetos. Si ya sabemos que el diámetro cabe 3 veces ¿qué vamos a hacer? Vamos a tomar la medida de nuestro diámetro y lo vamos a multiplicar, a ver, [escribe en el pizarrón] diámetro por 'pi' ¿cuánto vale 'pi'? [Señala el valor de 'pi' escrito en el pizarrón].

No: 3.1416.

D: 3.1416, vamos a ver si con eso nos sale una medida más aproximada a la longitud que ya calculamos con el otro método. Vamos a pasar las medidas del diámetro de la otra tabla a la tabla nueva. [Explica cómo copiarlos de una hoja a otra].

Ns: Ya maestra.

D: Compara las medidas de las circunferencias de ambas tablas, la primera tabla en la que calculaste con el hilo y la que calculaste con la medida griega que pusimos ahí. ¿Qué observas?, ¿quién me dice lo que observa? A ver tú.

Na: Que los resultados son iguales.

D: ¿Qué dicen los demás?

No: Las cantidades son parecidas porque una la hicimos a mano y la otra con la computadora.

Na: Las cantidades casi todas son iguales.

D: Ella al comparar sus resultados casi todos coincidieron. Esas son dos maneras de sacar la longitud de una circunferencia, ¿cuál es la que debemos usar?, ¿cuál es más exacta?, ¿la que utiliza la fórmula o si lo hacemos a mano?

Ns: La fórmula.

D: ¿Por qué?

No: Porque casi, nos da la medida exacta y es más rápida y más eficaz.

D: ¿Están de acuerdo con él?

Ns: Sííí.

La intención de las experiencias propuestas por el docente es que con ellas los alumnos comprendan la relación entre la circunferencia, el diámetro y el número 'pi' como constante para obtener su longitud.

Predomina la participación del profesor, no alienta la discusión sobre los distintos resultados ni la reflexión para que los estudiantes descubrieran las relaciones entre la circunferencia, el diámetro y pi.

No es claro si todos los educandos comprendieron lo mismo cuando hablan sobre la exactitud, la rapidez y la eficacia para calcular la longitud de la circunferencia o la del diámetro; si se refieren a aplicar la fórmula utilizando pi o si se refieren a hacer los cálculos a mano o utilizando la computadora. El ETMR construido por el maestro se orientó a poner énfasis en el instrumento de cálculo que se utilizó para hacer la comparación entre dos aproximaciones de la longitud de la circunferencia.

El maestro tiene dificultades para articular los saberes matemáticos con la forma conveniente de aprenderlos. Además el uso que se hace de la computadora obstaculiza una relación con mayor sentido.

5 Discusión y reflexión final

Los ETM individuales se construyen en la interacción con los otros y bajo normas institucionales. Sin embargo en la clase confluyen los elementos cognitivos y epistemológicos que subyacen a los ETM de los protagonistas en una relación dado-dándose. En esta relación se activan los conocimientos previos por un lado y se construyen o reconstruyen al mismo tiempo.

Los docentes deciden de acuerdo con su ETMR las tareas sobre los contenidos con el propósito de hacerlos inteligibles. Pero no siempre coinciden los ETMI de los alumnos y con ellos se pueden detonar sentidos diversos y lejanos a los propósitos formativos del ETMA. También el ETMR del docente puede reducir la posibilidad de construcción de los ETMI de los alumnos, no sólo en la interacción maestro-alumno(s) sino entre los mismos alumnos así como sobre las expectativas con la tecnología. Así un reto en la formación docente es de procurar la reflexión sobre la necesidad de decantar la actividad matemática, la interpretación de la misma y su comunicación.

Los docentes son los responsables de mediar la confluencia entre los ETM en el salón de clases, porque ponen en marcha el Espacio de Trabajo Matemático Apropiado (ETMA) y deciden el uso del ETMA' (libros de texto y materiales y recursos educativos derivados del ETMA) e influyen al dirigir formas de participación y proponer tareas para que los estudiantes experimenten la actividad matemática.

La cultura escolar repercute en la estructuración de los Espacios de Trabajo Matemático de Referencia (ETMR) de los profesores observados. Por ejemplo, hay pocas oportunidades de discutir entre colegas el sentido del ETMA y su expresión en el ETMA', hay predominio de la participación del docente en la clase, hay poca crítica a los materiales educativos cuando se utilizan.

Reflexionar sobre la cultura escolar lleva necesariamente a considerar que una de las dificultades que tiene el profesor para enfrentar las posibles discrepancias en las intenciones educativas es que no asume su grado de libertad para adaptar, o en su caso modificar, la propuesta curricular y adaptar los materiales educativos a las circunstancias propias de su labor profesional.

Referencias bibliográficas

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9,* 33-52.

Ball, D. (1988). Unlearning to teach mathematics. *For the learning of mathematics, 8* (1), 40-48.

Brubacher, J. W., Case, C.W. y Reagan, T. G. (2000). *Cómo ser un docente reflexivo. La construcción de una cultura de la indagación en las escuelas.* Barcelona: Gedisa.

Figueras, O.; Flores, P. y Pluvinage, F. (2009). Teacher planning mathematical activities. En: Tzekaki, M., Kaldrimidou, M., y Sakonidis, H. (Eds). *Proceedings of PME 33*, 1, 373, Salónica, Grecia.

Houdement, C y Kuzniack, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175 – 193.

Kuzniack, A., (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9 – 24.

Pluvinage, F.; Rigo, M. y Rojano, T. (2008). The teacher in the mathematical - argumentation processes within elementary school classrooms. En: Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T y Sepúlveda. A. (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, 1, 256. México: Cinvestav-UMSNH.

Robert A. y Rogalski, M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x,* 60, 6-25.

Robert A. y Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a french 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics,* 59, 269–298.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 69* (2), 149-163.

Saraiva, M. y Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante, 12* (2), 25-52.

Secretaría de Educación Pública (1994). *Libro para el alumno. Matemáticas cuarto grado*. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México: Subsecretaría de Educación Básica y Normal.

Sensevy G. (2007). Categorías para describir y comprender la acción didáctica. En: Sensevy, G. y A. Mercier (2007) *Agir ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique*. Rennes: PUR.

Vigotsky, L. S. (2005). *Psicología pedagógica. Un curso breve*. Argentina: Aique. (Primera publicación en 1926).

Wood, D., Bruner, J. y Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.

Autores

Olimpia Figueras
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
figuerao@cinvestav.mx

Patricia Flores
Universidad Pedagógica Nacional, México.
pflores63@hotmail.com

François Pluvinage
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
pluvin@math.unistra.fr