

HELMER JESÚS RUIZ DIAZ, YILTON RIASCOS FORERO

## ¿ $4^3$ SE PUEDE LEER COMO “CUATRO SUBIDO A LA TRES”?: UN ESTUDIO SOBRE LAS ESTRATEGIAS DE CONSTRUCCIÓN DE LA REPRESENTACIÓN POLINOMIAL

$4^3$  CAN READ AS “FOUR RAISED TO THREE”?:  
A STUDY ABOUT POLYNOMIAL REPRESENTATIONS’ CONSTRUCTION STRATEGIES

### RESUMEN

Se presenta la metodología implementada para un problema referente a la construcción, que hacen los niños y niñas, de la representación polinomial de numerales escritos en el Sistema Decimal de Numeración (SDN). Siendo esta representación, en su forma ostensiva, una forma de condensación de numerales grandes, el propósito fundamental del estudio fue describir y caracterizar las estrategias que los niños y niñas implementan cuando se les solicita resolver una situación problema. Este acercamiento se hace con base en el seguimiento y descripción de las estrategias que desarrollan niñas y niños de entre 9 y 11 años enfrentados a la resolución de situaciones de este tipo.

Para conseguir este propósito, se diseñó y se aplicó una situación problema que consideró los elementos que hacen parte de un polinomio en base 10, exigiendo de los participantes la lectura y escritura de distintas representaciones numéricas. Con la información de las 22 niñas y niños de grados 4°, 5° y 6° de educación básica en Popayán, Colombia, se pudo identificar el conjunto de estrategias utilizadas y jerarquizadas, que constituyen un aporte nuevo en el objetivo de explicar la forma como se construye la representación polinomial de números escritos en el SDN.

### ABSTRACT

One presents the methodology implemented for a problem relating to the construction, which the children and girls do, of the polynomial representation of numerals written in the Decimal System of Numeration (SDN). Being this representation, in his form ostensive, it forms of condensation of big numerals, the fundamental intention of the study was to describe and to characterize the strategies that the children and girls implement when there is requested them a situation solves problem. This

### PALABRAS CLAVE:

- *Sistema decimal de numeración*
- *Representación*
- *Estrategias*
- *Potenciación*

### KEY WORDS:

- *Decimal number system*
- *Performance*
- *Strategies*
- *Exponents*



approximation is done by base in the follow-up and description of the strategies that children and girls develop between 9 and 11 years faced the resolution of situations of this type.

To obtain this intention a situation designed and applied to itself problem that he considered to be the elements that do part of a polynomial in base 10, demanding of the participants reading and writing of different numerical representations. With the information of 22 children and girls of degrees 4°, 5° and 6° of basic education in Popayán, Colombia, it was possible to identify the set of used and organized into a hierarchy strategies, which constitute a new contribution in the aim to explain the form like he constructs the polynomial representation of numbers written in the SDN.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia implementada para resolver o problema da construção, que fazem as crianças, sobre a representação polinomial de números escritos no sistema decimal. Uma vez que este representava uma forma de números grandes de condensação, o principal objetivo é descrever e caracterizar as estratégias de crianças se aplicam quando se aproxima a representação polinomial de números escritos neste sistema. Esta abordagem é baseada no acompanhamento de estratégias que seguem crianças entre 9 e 11 anos, quando a resolução de tarefas envolvidas em tal representação.

Para atingir este objetivo foi concebido e aplicado uma tarefa que ele considera os elementos que fazem parte de um polinômio em base 10, que exigia participantes a ler e escrever diferentes representações numéricas. A tarefa é resolvida 22 indivíduos dos graus 4, 5 e 6 da educação básica em Popayán, Colombia.

## RÉSUMÉ

On présente la méthodologie mise en application pour un problème référant à la construction que les enfants font de la représentation polynomiale d'adjectifs numériques écrits selon le Système Décimal de Numération (SDN). En étant cette représentation, dans sa forme ostensible, une forme de condensation de grands adjectifs numériques; le propos fondamental de l'étude a été de décrire et caractériser les stratégies que les enfants mettent en application quand on leur demande de résoudre une situation - problème. Ce rapprochement est fait par la base de suivre et décrire les stratégies que des enfants (de 9 à 11 ans) développent face à la résolution de situations de ce type.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Sistema de numeração decimal*
- *Desempenho*
- *Estratégias*
- *Potenciação*

## MOTS CLÉS:

- *Système de numérotation décimale*
- *De la performance*
- *Des stratégies*
- *De l'autonomisation opération de potentialisation*

Pour atteindre cet objectif, a fait le dessin et l'application d'une situation-problème qui a considéré les éléments qui font partie d'un polynôme de base 10, en demandant aux participants la lecture et l'écriture des représentations numériques différentes. Avec l'information de 22 enfants qui suivent les dernières années de l'école primaire à Popayán, en Colombie, on a pu identifier l'ensemble des stratégies utilisées et hiérarchisées, qui constituent un nouvel apport à l'objectif d'expliquer la forme dont la représentation polynomiale de nombres écrits selon le SDN est construite.

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio de los Sistemas Numéricos, propuesto en los Lineamientos Curriculares<sup>1</sup> para el área de matemáticas, hace énfasis en el desarrollo del Pensamiento Numérico, que según Rico (1996), las investigaciones sobre dicho pensamiento “*estudian los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas*” (p. 1).

También, McIntosh, Reys y Reys (1992) citados en MEN (1996), asegura que:

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (p. 43).

De esta forma, se puede decir que en el desarrollo del pensamiento numérico están involucrados aspectos como la comprensión del significado de los números, de sus diferentes interpretaciones y representaciones; el reconocimiento del valor absoluto y relativo de los números; la apreciación del efecto de las distintas operaciones y los sistemas de numeración; entre otros.

Por otra parte, si se tiene en cuenta que, a través de la historia, la humanidad ha construido sistemas matemáticos que le han permitido interactuar con el mundo interpretándolo, organizándolo e interviniéndolo; el SDN es uno de los constituyentes básicos de las matemáticas de la cultura occidental, el cual,

---

<sup>1</sup> Documento elaborado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el año de 1996 con el propósito de ser un posibilitador, promotor y orientador de los procesos curriculares que viven las instituciones.

siguiendo algunas reglas aparentemente sencillas, permite la representación de cualquier magnitud o cantidad, así como la realización de una gran variedad de cálculos. (Cortina, 1997)

Son estas algunas razones por las que el SDN se ha constituido en uno de los contenidos básicos de la escuela elemental, tal vez por el uso cotidiano que se hace de él. Desafortunadamente se ha convertido en una simple técnica de traducción de ciertas cantidades en símbolos y gráficos, pues existe la creencia generalizada que un niño o niña ha alcanzado un conocimiento adecuado del sistema cuando cuenta, escribe y lee los números, o bien cuando maneja las casillas de unidades, decenas y centenas, entre otras operaciones.

Que los niños y niñas comprendan los procesos involucrados en la representación de numerales escritos en el SDN no es tarea fácil, muchos de los errores que ellos cometen al ejecutar los algoritmos de las operaciones se debe a la dificultad para comprender dichos procesos. De ahí la importancia de explorar el pensamiento del niño, a través de la descripción de estrategias, para conocer los procesos que siguen en la construcción del sistema de notación y enunciación de los números en un nivel más avanzado como lo es el del significado de su representación polinomial.

Dicha representación se refiere al hecho de que todo numeral escrito en el SDN, se puede representar como un polinomio en base 10, por ejemplo el numeral 5.896, se puede expresar como:

$$5.896 = 5 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

Al encontrarnos con un numeral “pequeño” escrito en el SDN, no se hacen este tipo de cálculos; se acostumbra a concebir las magnitudes bajo este sistema de numeración y por ello no se hace necesario. Sin embargo, al utilizar el sistema se está operando bajo esta racionalidad, y es probable que para poder manipular los numerales sea necesario su dominio.

Diversas investigaciones, desde distintas perspectivas, se han dedicado a estudiar los fenómenos de aprendizaje que se presentan en los primeros niveles de la construcción del SDN, muy pocas se han interesado en indagar niveles posteriores.

Desde la perspectiva psicolingüística, McCloskey (1992), citado en Orozco y Hederich (2002), propone un modelo para el procesamiento numérico que consta de dos subsistemas: el de comprensión y el de producción numérica. En cada uno de estos subsistemas se distingue el componente que procesa números verbales del que procesa números arábigos.

Partiendo de este modelo, se encuentran trabajos que enfatizan en el desarrollo de los sistemas notacionales, incluido el SDN. Karmiloff-Smith y Tolchinsky (1993) analizan los errores que niños y niñas (entre 3 y 7 años) cometen,

diferenciando los aspectos sintácticos y léxicos en la notación escrita y en la producción verbal.

Pontecorvo (1996) propone el establecimiento de un desarrollo evolutivo en la representación de la cantidad, hallando ciertas categorías ordenadas para la tipificación de los errores de escritura. En esta dirección, Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) afirman que los niños inician con la hipótesis de una correspondencia estricta entre el orden de la enunciación en el numeral verbal y la notación arábica; cuando los niños incorporan al sistema las relaciones aditivas y multiplicativas, se produce un conflicto que surge del reconocimiento de la correspondencia entre la cantidad de cifras y la magnitud del número representado.

Desde una perspectiva operatoria, Kamii (1992) muestra que para construir el SDN para los números arábigos, se requiere la construcción de sistemas jerárquicos sucesivos, segmentando en cada nuevo sistema el todo en partes iguales, ordenando cada parte, e incluyéndolas jerárquicamente.

Hederich y Orozco (2002) manifiestan que las expresiones numéricas arábigas y las verbales tienen en común una estructura operatoria de adiciones y multiplicaciones, plantean que *“el elemento que permite al niño comprender y producir números en el sistema de notación decimal es el dominio del componente operatorio del sistema”* (p.7), así mismo afirman que el sistema tiene una estructura multiplicativa restringida sobre un subconjunto de números enteros: dígitos y potencias de 10.

Desde el enfoque de la enseñanza usual del SDN, Terigi y Wolman (2007), manifiestan que ésta se diseña sobre el supuesto de que los niños tienen que comprender el sistema de numeración antes de comenzar a utilizarlo, ya que el uso resulta de la correcta aplicación de los principios conceptuales que rigen al sistema.

Estos autores también nombran los trabajos de Bednarz y Janvier (1982), Bednarz (1991), DeBlois (1996) y Lerner (2005), quienes han estudiado, entre otras, la relación entre el aprendizaje de las operaciones aritméticas y la comprensión de los aspectos multiplicativos subyacentes a la notación numérica, la producción, interpretación o comparación de escrituras numéricas.

En esta dirección existen trabajos sobre el diseño y la aplicación de situaciones didácticas que apuntan a la comprensión de la agrupación decimal por parte de los niños, que permita estudiar el paso de una concepción estrictamente aditiva de la notación numérica a una concepción caracterizada por la progresiva consideración de los aspectos multiplicativos involucrados en la organización del sistema posicional. (Lerner, Terigi, Britman, Kuperman & Ponce, 2003)

En esta misma línea, las investigaciones hechas por Castaño (2008) proponen cuatro etapas en el proceso que siguen los niños al asignar significado a

los numerales escritos en el SDN: 1) significación global, 2) significación aditiva, 3) significación aditiva multiplicativa y 4) significación polinomial.

Los trabajos de este autor, dan cuenta de los procesos por los cuales los niños se acercan a la significación global, a la aditiva y a la aditiva multiplicativa, pero no describen las estrategias seguidas por los niños para acceder a la representación polinomial.

En conclusión, se puede decir que tanto los estudios realizados desde la perspectiva psicológica, como desde la perspectiva de la Educación Matemática, están dirigidos, en su mayoría, a indagar por los problemas suscitados en los niveles iniciales de la construcción del SDN y muy pocas se han preocupado por indagar lo que sucede en los niveles superiores, particularmente con la representación polinomial.

Para que los niños desarrollen comprensivamente esta representación, se necesita de un pensamiento que permita comprender el proceso condensado en un polinomio como el mostrado antes.

Por lo anterior, y partiendo del hecho que en la mayoría de veces en el aprendizaje y en la enseñanza del SDN no se tiene en cuenta la importancia de la representación polinomial como algo fundamental para la comprensión del SDN, y atendiendo a las experiencias de nuestra práctica pedagógica, se formuló el siguiente interrogante para nuestra investigación: *¿Cuáles son las estrategias que los niños y niñas de entre 9 y 11 años aplican cuando resuelven situaciones problema que involucran la representación polinomial de numerales escritos en el Sistema Decimal de Numeración?*

Los objetivos propuestos corresponden a describir y caracterizar las estrategias que los niños y niñas entre 9 y 11 años aplican cuando desarrollan comprensivamente la representación polinomial de los numerales escritos en el SDN.

Para dar respuesta a este interrogante se desarrolló una investigación cualitativa que permitiera establecer, a partir de la observación de las acciones de los niños, las estrategias que siguen al resolver situaciones relacionadas con la representación polinomial de numerales escritos en el SDN.

## 2. REPRESENTACIÓN Y DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas, Font (2009) hace una revisión del papel de la representación en las teorías que se utilizan para explicar los fenómenos estudiados. Aunque la problemática de la representación se puede plantear a diferentes niveles, desde las teorías científicas como medio para representar parcelas de la experiencia humana, la postura epistemológica para el

desarrollo de la investigación se asumió desde la teoría de Piaget (1970/1986), enmarcada en de la clasificación propuesta por Font (2009). Abordar el concepto de representación, que fue importante para la investigación, implicó comprenderlo desde la perspectiva del no-representacionalismo, como la evocación de los objetos ausentes así como la consideración de su carácter figurativo y operatorio (Piaget, 1976).

El trabajo de Duval (1999) sobre la representación semiótica, la cual es relativa a un sistema particular de signos y supone “*la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro*” (p. 27), sirvió para abordar este concepto.

Adicionalmente, Vergnaud (2006) complementó la comprensión de este concepto al considerar la representación como actividad funcional y un conjunto jerarquizado de procesos dinámicos, es decir, entendiendo que la funcionalidad de la representación está regida por la organización de la acción, la conducta y la actividad, de manera más general.

## 2.1. Estrategias

Otro aspecto importante que permitió el desarrollo de la investigación fue abordar el concepto de estrategias. Para aclarar este término conviene distinguir entre dos tipos de sujetos: el epistémico y el psicológico. Por *sujeto epistémico* se entiende, según Inhelder (1978), “*lo que hay de común a las estructuras intelectuales de los sujetos de un mismo nivel de desarrollo*”. Por *sujeto psicológico*, “*lo que es propio de los individuos*”, como por ejemplo la necesidad de una organización general que debe operarse entre el objetivo a alcanzar, y los medios disponibles (p.5).

Teniendo en cuenta que el seguimiento de las estrategias (sujeto psicológico), permite plantear situaciones de enseñanza (sujeto epistémico), esta misma autora denomina estrategia a “*todo sistema y toda secuencia de procedimientos, susceptible de ser repetidos y transferidos a otras situaciones, y que constituyen los medios para alcanzar el fin hacia el que tiende el sujeto*” (p.7).

## 2.2. El Sistema Decimal de Numeración

Como objeto matemático, “*el sistema de numeración se puede considerar como un sistema de representación de las cantidades*” (Terigi & Wolman, 2007, p. 65) que involucra procesos de diferenciación de los elementos y relaciones reconocidas en el objeto a ser representado y una selección de aquellos elementos y relaciones que serán retenidos en la representación, de ahí la necesidad de diferenciar nociones como las de número y numeral, también las de sistema numérico y sistema de numeración.

También los trabajos realizados por Otálora y Orozco (2006) permitieron diferenciar los formatos comunes utilizados en la representación de numerales en el SDN, el formato arábigo y el formato verbal, cada uno con características específicas.

Para el diseño de la situación problema se tuvo en cuenta estos y otros aportes de algunas investigaciones realizadas acerca de la construcción del SDN anteriormente citadas.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. *Sujetos participantes*

En el estudio participaron 22 niños y niñas que asistían a los grados 4°, 5° y 6° de educación básica, con edades entre 9, 10 y 11 años. La selección de los sujetos se realizó a partir de una solicitud informada, convocando niñas y niños que quisieran participar en el estudio, y que además cumplieran con el requisito básico de no haber estudiado, al momento de la entrevista, la potencia en sus cursos previos de matemáticas.

La relación entre grado escolar y edad permitió que los niños y niñas convocados se encontraran entre los 9 y los 11 años, lo que coincide con la literatura (Castaño, 1999), la cual establece que a lo largo de esos tres años la mayoría de las niñas y niños inician el proceso de construcción de la representación polinomial de un numeral escrito en el SDN.

En un principio, la investigación consideró la edad como una variable con la cual se podrían observar posibles evoluciones en las estrategias desarrolladas por los niños, sin embargo, al analizar los resultados, notamos que dicha variable no mostró aportes significativos en las estrategias, por lo cual el estudio se centró en el análisis de las estrategias determinadas por los grupos de expresiones numéricas presentadas a los niños y niñas.

Junto con la edad aparecen otras variables, por ejemplo, el género, el tipo de colegio (oficial y privado), el grado escolar, el contexto social y cultural, entre otras; que a pesar de no ser tomadas en cuenta de forma directa en el análisis de resultados, sí consideramos que podrían generar nuevas situaciones de estudio para otras investigaciones que amplíen los resultados obtenidos en este trabajo.

#### 3.2. *Diseño*

Con el fin de conocer los métodos de resolución y los conceptos y teoremas-en-acto usados por los niños entorno al SDN, específicamente a su representación polinomial, se diseñó y se propuso una situación problema, en la cual los sujetos participantes leyeron y escribieron, de forma secuencial, algunas expresiones relacionadas con dicha representación.



La situación problema se diseñó tomando dos tipos de situaciones comunes para los niños. En la primera situación los niños leyeron expresiones consignadas en una tarjeta que el investigador fue mostrando una a una. Dichas expresiones fueron seleccionadas teniendo en cuenta las operaciones que aparecen en un polinomio en base 10, como numerales, productos, sumas de productos y potencias.

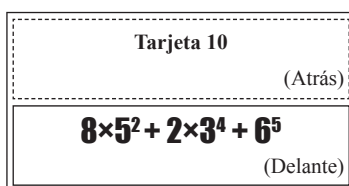
En la segunda situación el investigador leyó expresiones similares a las anteriores para que los niños las escribieran.

Los niños resolvieron las pruebas con los mismos ítems, en dos aplicaciones con una semana de diferencia entre ellas, teniendo en cuenta que las expresiones que aparecieron en las tarjetas de la primera aplicación, fueron las que se les leyó en la segunda y las que ellos leyeron en la segunda aplicación fueron las que se les leyó en la primera.

En este artículo sólo se reportan los resultados del análisis de la lectura y escritura en la primera aplicación.

### 3.3. *Instrumento*

Las 11 tarjetas fueron elaboradas en cartulina blanca, de forma rectangular de  $31 \times 3,5$  centímetros cada una, con las representaciones numéricas impresas en el tipo de letra Impact número 72. Además, cada tarjeta se numeró en la parte posterior de tal forma que antes que los niños realizaran la lectura, el investigador anunciaba el número de la tarjeta a leer, en la figura se ilustra un ejemplo.



*Figura 1.* Ejemplo de tarjetas observada por los niños

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores las expresiones escritas en las tarjetas se presentaron en el siguiente orden:

En las tarjetas 1, 2 y 3 aparecieron numerales de diferente orden: 643.785; 92.684.836 y 791.354.276.846

En las tarjetas 4 y 5 se presentaron productos:  $8 \times 10$  y  $49 \times 524$

En las tarjetas 6 y 7 se mostraron potencias:  $3^4$  y  $328^{42}$

En las tarjetas 8 y 9 aparecieron sumas de productos:  $12 \times 5 + 28 \times 34$  y  $8 \times 100 + 5 \times 10$

En la tarjeta 10 se presentó una expresión con sumas de productos y potencias:  $8 \times 5^2 + 2 \times 3^4 + 6^5$

En la tarjeta 11 se presentó la representación polinomial de un numeral de cinco cifras:  $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

Para garantizar la homogeneidad al momento de leerles los contenidos de las tarjetas, se escribieron expresiones similares en el formato verbal, para lo cual se utilizó la siguiente tabla:

TABLA I  
Dictado en la forma del SDN. Sesión1

TARJETA	Dictado1: en la forma del SDN
2	Ochenta y cuatro millones, trescientos veinticuatro mil, ciento cincuenta y siete.
3	Quinientos ochenta y cuatro mil, trescientos veinticinco millones, seiscientos cuarenta y ocho mil, quinientos treinta y nueve.
5	Treinta y dos por cuatrocientos cincuenta y ocho.
6	Cuatro elevado a la tres.
7	Doscientos ochenta y cuatro elevado a la treinta y cinco.
8	Dieciocho por seis, más treinta y cuatro por cuarenta y siete.
10	Cuatro por seis elevado a la cinco, más ocho por cuatro elevado a la siete, más ocho elevado a la tres.
11	Siete por diez elevado a la cuatro, más nueve por diez elevado a la tres, más cinco por diez elevado a la dos, más seis por diez elevado a la uno, más cuatro por diez elevado a la cero.

### 3.4. Procedimiento

Cada uno de los sujetos participantes se sometió a una entrevista, enfrentándose a dos situaciones, una de lectura y otra de escritura. Al iniciar la lectura el investigador dió al niño la siguiente consigna: *“Te voy a presentar unas tarjetas, quiero que las observes y leas en voz alta lo que ahí aparece”*, posteriormente, se les leyó a los niños expresiones con características similares a las que ellos leyeron. La escritura la realizaron en una tabla que el investigador suministró para tal fin.

En la lectura de la segunda aplicación, los niños enunciaron verbalmente las expresiones que en la primera sesión escribieron. Para la escritura se tuvo en cuenta la forma de lectura que los niños realizaron en la primera sesión. Aquí se consideraron dos casos:

1. Si la lectura que hizo el niño en la primera sesión no correspondía con la del SDN, se le leyeron los números siguiendo la forma como ellos lo hicieron y posteriormente se les leyó en la forma como corresponde en el SDN.
2. Cuando el niño leyó el número como corresponde en el SDN, se conservó esa forma de presentación para su dictado.

A partir de la revisión de los registros fílmicos, se transcribieron las formas cómo los niños leyeron, clasificándolas en forma usual del SDN o en otra forma. A partir de esta clasificación se fueron identificando las estrategias seguidas por los niños teniendo en cuenta la secuencia de las expresiones consignadas en las tarjetas.

### 3.5. Análisis de datos

Para el análisis de los datos, en primer lugar se transcribieron los resultados de las lecturas de cada uno de los participantes, para esto se utilizó la siguiente tabla:

TABLA II  
Transcripción de la lectura de los niños en la sesión 1

CÓDIGO: \_\_\_\_\_ EDAD: \_\_\_\_\_ SESIÓN: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

<i>Número a leer</i>	<i>LECTURAI</i>		
	<i>SDN</i>	<i>Otra</i>	<i>Cómo leyó</i>
643.785	<input checked="" type="checkbox"/>		
92.684.836		<input checked="" type="checkbox"/>	
691.354.276.846			
8×10			
328 <sup>42</sup>			
12×5+28×34			
8×100+5×10			
8×5 <sup>2</sup> +2×3 <sup>4</sup> +6 <sup>5</sup>			
8×10 <sup>4</sup> +6×10 <sup>3</sup> +7×10 <sup>2</sup> +5×10 <sup>1</sup> +9×10 <sup>0</sup>			

Luego se organizaron las respuestas de los niños de acuerdo a cada una de las tarjetas, teniendo en cuenta las edades de los niños, como por ejemplo la descripción de la tarjeta 7 consignada en la siguiente tabla.

TABLA III  
Descripción de la lectura que hicieron algunos niños para la tarjeta 7

<i>T</i>	<i>CÓDIGO</i>	<i>LECTURA</i>	<i>SDN</i>	<i>OTRA</i>
<i>TARJETA 7</i>	0901	Trescientos veintiocho cuarenta y dos cuartos ...		X
	0903	Trescientos veintiocho, cuarenta y dos		X
	0904	Treinta y dos mil ochocientos cuarenta y dos		X
	0907	Trescientos veintiocho cuarenta y dos avos		X
	1004	Treinta y dos mil ochocientos cuarenta y dos		X
	1005	Trescientos veintiocho a la cuarenta y dos	X	
	1102	Trescientos veintiocho sobre cuarenta y dos		X
	1105	Trescientos veintiocho y un cuarenta y dos pequeño		X

Posteriormente se determinó el éxito alcanzado en el desempeño de la lectura de todas las tarjetas. Esto permitió detenerse en el análisis de las tarjetas en las cuales los niños leyeron de una forma distinta a la usual del SDN. En seguida, se realizó un resumen que permitió identificar las estrategias seguidas por los niños y niñas al leer y escribir numerales del SDN en su forma polinomial. En la tabla IV se consignó el número de la tarjeta, la lectura que realizaron los niños, el número de veces que se repitió una misma forma de leer ( $f_i$ ) y la estrategia planteada.

TABLA IV  
Resumen de las formas en que los niños leyeron la tarjeta 6

	<i>Lectura realizada</i>	$f_i$	<i>Edad</i>	<i>Estrategia</i>
<i>Tarjeta 6: 3<sup>4</sup></i>	Tres... cuatro	2	9 años	Lectura de dígitos
	Treinta y cuatro	3	9 y 10 años	Concatenación
	Treinta y cuatro sobre cuatro	1	11 años	Leen la operación como fracción o intentan componer una operación
	Tres cuartos	12	9(4), 10(4) y 11(4)	
	Tres sobre cuatro, no estoy seguro	1	11 años	
	Treinta y cua..., tres..., como es que se dice la raíz cuadrada de tres	1	9 años	
	Tres al cuadrado / tres a la cuatro	2	9 años y 10 años	Leen la operación

Finalmente, para clasificar las estrategias seguidas por los niños, se conformaron con las tarjetas 5 grupos teniendo en cuenta una secuencia lógica para llegar a la representación polinomial, los cuales quedaron constituidos de la siguiente manera:

Grupo 1: tarjetas con numerales (tarjetas 1, 2 y 3)

Grupo 2: tarjetas con productos (tarjetas 4 y 5)

Grupo 3: tarjetas con potencias (tarjetas 6 y 7)

Grupo 4: tarjetas con sumas y productos (tarjetas 8 y 9)

Grupo 5: tarjetas con un polinomio (tarjeta 10 y 11)

El análisis de los datos se centró sobre todo en la observación y descripción de la lectura que realizaron los niños de las diferentes expresiones, pues fue allí donde se encontraron más indicadores para identificar las estrategias que los niños siguieron para representar en forma polinomial un numeral escrito en el SDN.

En la escritura, a pesar de detectar errores cometidos por los niños, algunos coincidentes con los enunciados por Orozco y Hederich (2002), no registramos aportes significativos en las estrategias que los niños siguen para construir la mencionada representación.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. *Resultados de la lectura*

Como se mencionó antes, las tarjetas se organizaron en cinco grupos diferentes, considerando en cada uno de ellos las expresiones que hacen parte de la representación ostensiva del polinomial de un numeral escrito en el SDN. Algunos de los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- En la lectura de numerales, se pudo observar que a medida que el numeral se hacía más grande, más se alejaron los estudiantes de su lectura en la forma del SDN. El 59,1% realizó la lectura de la tarjeta 1 en esta forma, el 50% la 2, y el 27,27% lo hizo con la tarjeta 3.
- A diferencia de los otros grupos, fue en las potencias donde los niños usaron diversas estrategias para cumplir con la tarea. El 9,1% de los sujetos participantes realizó la lectura de cada una de las tarjetas 6 y 7 en la forma del SDN. Los resultados obtenidos se pueden apreciar en la siguiente tabla:

TABLA V  
Resultados porcentuales de las tarjetas con potencias

Tarjeta	EDAD (en porcentaje)						TOTAL
	9		10		11		
	SDN	OTRA	SDN	OTRA	SDN	OTRA	
T6:	4,5	36,4	4,5	27,3	0	27,3	100
T7:	0	40,9	9,1	22,7	0	27,3	100
TOTAL	2,3	38,6	6,8	25	0	27,3	

- La lectura de la suma de productos, en su gran mayoría, lo hicieron de acuerdo a la forma como usualmente se hace en el SDN. La tarjeta 8 fue leída de forma diferente al del SDN por el 9,1% de los niños. La tarjeta 9 la leyeron de forma distinta al del SDN el 4,5%.
- Finalmente, en la lectura de las tarjetas que contenían polinomios, se encontró que la mayoría de los niños de nueve años realizaron la lectura de forma distinta a la usada en el SDN. Por su parte, un 71,4% de los niños de 10 años utilizó formas distintas a la del sistema y el cien por ciento de los niños de once años hicieron lo mismo.

En términos de Vergnaud (1991), las tarjetas donde aparecen las potencias, sobre todo en la lectura de la primera entrevista, corresponden al tipo de situaciones para las que los sujetos no disponen de todas las competencias necesarias para dar respuesta a la tarea propuesta. Por tal motivo, es allí donde se puede observar el esbozo sucesivo de varios esquemas que pueden entrar en competición y que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados o re combinados.

#### 4.2. Tipos de estrategias utilizadas por los niños

A continuación se describen las estrategias que los niños y niñas siguieron para resolver la tarea propuesta. Aunque estas estrategias fueron identificadas a partir de las acciones realizadas por los niños, en su descripción se consideró la secuencia establecida en el orden de presentación de las tarjetas.

##### 4.2.1. Estrategia de descomposición

Los niños descomponen el numeral o la expresión numérica, presentada en la tarjeta, en varios números; por ejemplo, el numeral “92.584.836” lo leyeron como

“*Noventa y dos, cinco ochenta y cuatro, ocho treinta y seis*”, o cuando leyeron la expresión 3<sup>4</sup>, lo hicieron como “*tres cuatro*”.

Dentro de esta estrategia se establecieron las siguientes sub-estrategias:

- *Descomposición dígito a dígito*: los niños y niñas leen el numeral enunciando cada uno de los dígitos que lo conforman, por ejemplo, el numeral “791.354.276.846” lo leyeron como “*Siete, nueve, uno, tres, cinco, cuatro, dos, siete, seis, ocho, cuatro y seis*”. El 4,55% de los estudiantes utilizó esta estrategia.
- *Descomposición dígitos y decenas*: los niños y niñas enuncian un dígito seguido de una decena, por ejemplo el numeral “643.785” lo leyeron como “*Seis cuarenta y tres, y siete ochenta y cinco*”. El 9,09% de los entrevistados leyeron la segunda tarjeta utilizando esta estrategia.
- *Descomposición dígitos, decenas y centenas*: los niños y niñas enuncian un dígito seguido de una decena y una centena, por ejemplo el numeral “643.785” lo leyeron como “*Seis cuarenta y tres, setecientos ochenta y cinco*”. Esta estrategia la utilizó un 4,55% en la lectura de las tarjetas de este grupo.

De acuerdo a con la longitud del numeral, se apreciaron cambios en esta estrategia, por ejemplo, en los numerales 643.785 (tarjeta 1) y 791.354.276.846 (tarjeta 3) fueron descompuestos en centenas por los entrevistado, mientras que en la lectura del numeral 92.684.836 (tarjeta 2) dicha descomposición desaparece.

#### 4.2.2. *Estrategia de introducción errada de marcas de potencia*

En un intento por componer todo el número, los niños y niñas introducen marcas de potencia adicionales que no están en el numeral pero que el niño las va poniendo para poderlo construir como un todo; por ejemplo, al leer el numeral 791.354.276.846 como “*setecientos noventa y un trillón, trescientos cincuenta y cuatro, doscientos setenta y seis, ochocientos cuarenta y seis*”. Esta estrategia la usó el 50% de los niños, sobre todo en la lectura del numeral más grade.

Además de introducir marcas reconocidas en el sistema, los niños y niñas introdujeron otras marcas, no establecidas en el sistema, como la palabra “punto”; por ejemplo, cuando leyeron “*Noventa y dos millones punto seiscientos ochenta y cuatro ochocientos treinta y seis*” (92.684.836). Aquí no hay un reconocimiento del punto como indicador de potencia sino como un elemento más del numeral que está obligado a leerse.

#### 4.2.3. *Estrategia de concatenar*

Los niños y niñas omiten el signo de la operación y leen como si se tratara de un numeral, por ejemplo, el producto  $49 \times 524$  lo leyeron como: “*cuarenta y nueve mil quinientos veinticuatro*”. Esta estrategia la siguió el 44,5% de los entrevistados.

En esta estrategia el 13,64% de los niños y niñas consideró la expresión  $3^4$  como un numeral y la leyeron como “*treinta y cuatro*”.

En la concatenación, algunos niños y niñas no distinguieron la posición de los elementos de la potencia y leyeron la expresión  $328^{42}$  como “*treinta y dos mil ochocientos cuarenta y dos*”, mientras que otros sí distinguieron la posición cuando leyeron “*trescientos veintiocho y un cuarenta y dos pequeño*”.

El 4,55% de los niños y niñas ignoraron los signos de las operaciones, y la expresión  $12 \times 5 + 28 \times 34$ , la leyeron como “*un millón doscientos cincuenta y dos mil ochocientos treinta y cuatro*”.

#### 4.2.4. *Estrategia de leer la operación*

Al observar la tarjeta, los niños y niñas leyeron la operación indicada, por ejemplo, en la tarjeta con la expresión  $49 \times 524$  dijeron: “*cuarenta y nueve por quinientos veinticuatro*”.

Al leer la operación aparecen dos sub-estrategias,

- *Leer la operación y operar*: algunos niños y niñas leyeron la operación y operaron: “*ocho por diez, ochenta*” otros leyeron la operación y trataron de operar, pero no encontraron el resultado: “*cuarenta y nueve por quinientos veinticuatro...*”; los niños leen la operación pero están inclinados a dar un resultado. El segundo ejemplo les resulta difícil, por sus gestos se pudo apreciar que trataban de realizar el cálculo de la operación mentalmente, pero al no lograrlo leían la operación. Los niños que siguieron esta estrategia representan el 18,18% del total de los sujetos participantes.
- *Operar con los números*: En este caso los niños y niñas operaron al observar la tarjeta, por ejemplo, ante la expresión  $9 \times 10$ , los niños leyeron “*noventa*”. El 13,64% de los entrevistados recurrió a esta forma de lectura, que en términos de Gray y Tall (1994), se observa el precepto que evoca tanto la operación de multiplicación como el concepto de multiplicación.



En el desarrollo de esta estrategia se encontró lo siguiente:

- En la lectura de la expresión  $3^4$ , algunos niños y niñas leyeron “tres al cuadrado”, otros asociaron la lectura de fraccionarios a la operación de potenciación, el 59,1% leyó la misma expresión como “tres cuartos”.
- Sigue apareciendo la lectura de dígitos, no hay reconocimiento de la operación potenciación, sin embargo, se puede apreciar que algunos tratan de introducir una operación y leen “treinta y cuatro sobre cuatro”.
- Otros reconocen que entre esos dos números hay una operación, pero no la lee correctamente; al tratar de descubrirla construye una que no es la correcta (“tres cuartos”, “tres sobre cuatro”).
- Otros niños leyeron la operación pero ignoraron el exponente. Al observar la tarjeta  $8 \times 5^2 + 2 \times 3^4 + 6^5$ , su expresión verbal fue: “ocho por cinco más dos por tres más seis”. El 44,55% de los niños usó esta estrategia.
- Otros reconocieron el exponente pero no en la forma del SDN, el 9,09% de los entrevistados leyeron la expresión anterior como “ocho por cinco dos, más dos por tres cuatro, más seis cinco”.
- El 63,64% de los niños, intentó componer una operación, por ejemplo cuando leyeron “ocho por cinco dos medios, más dos por tres cuartos más seis quintos” o también cuando se refirieron al polinomio  $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$  como “ocho por diez cuartos, más seis por diez tercios, más siete por diez medios, más cinco por diez... un avo, más nueve por diez ceroavos”.
- El 4,55% de los niños, al expresar verbalmente el contenido de las tarjetas, operaron simultáneamente y enunciaron el resultado de la operación de los números contiguos, por ejemplo la tarjeta 11 se leyó como:
 

*“Ocho por diez que me da ochenta, seis por diez me da sesenta, siete por diez me da setenta, cinco por diez que me da cincuenta y nueve por diez que me da noventa, como dije anteriormente (al leer la tarjeta 10) pienso que es sumar el cuatro a lo que me dio, más el tres más el dos más el uno y al último no le sumaría nada. O también se puede referir a un ciento cuatro, ciento tres, ciento dos, ciento uno y cien. También podría ser fraccionarios pero faltaría el otro número y la raya”.*

#### 4.2.5. *Estrategia de lectura en la forma del SDN*

Aquí algunos niños y niñas resolvieron la tarea leyendo en la forma usual del sistema siguiendo sus reglas básicas para leer numerales y las operaciones entre ellos. El 59,09% de los entrevistados leyeron la tarjeta 1 aplicando esta estrategia, la tarjeta 2 el 50% y la tarjeta 3 el 27,27%.

#### 4.3. *Resultados de la escritura*

La escritura realizada por los niños y niñas se consignó en una tabla diseñada para tal fin, en ella aparece el número de la tarjeta y el espacio para que el niño realice la escritura. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

##### 4.3.1. *Escritura de numerales*

En la escritura de los numerales la colocación de los puntos en los lugares respectivos de las unidades de mil, de diez mil o de cien mil no es clara, presentan mucha confusión, en muchos casos los omiten, sobre todo cuando la longitud del numeral es extensa.

También se observó que los niños y niñas yuxtaponen numerales al codificar fragmentos de la expresión numérica verbal. En algunos casos los numerales corresponden con los fragmentos de la expresión verbal, en otros, no. Por ejemplo, al dictar el numeral “trescientos sesenta y siete”, los niños escriben 30067 o 30057. El numeral arábigo 300 codifica la expresión de orden superior “trescientos” y corresponde con una unidad en un periodo dado o numeral nudo (Orozco & Hederich, 2002).

##### 4.3.2. *Escritura de productos*

En la escritura de productos no se encontró mayor variedad de resultados, casi la totalidad de los entrevistados al hacer el dictado “nueve por diez” escribieron  $9 \times 10$ ; sólo el 4,55% del total de los entrevistados escribió 90, se podría decir que operó o que recurrió a otra representación, de forma similar a como se señaló para el proceso de lectura.

##### 4.3.3. *Escritura de potencias*

En la escritura de las potencias, los niños usaron la representación estándar, no hubo otra estrategia diferente. Sólo el 4,55% de los entrevistados escribió 43 al escuchar el dictado en la primera entrevista “cuatro elevado a la tres”.

#### 4.3.4. Escritura de sumas y productos

En la suma de productos, sólo el 4,55% de los entrevistados utilizó una estrategia diferente a los demás. Al dictarle “dieciocho por seis más treinta y cuatro por cuarenta y siete” escribieron 1’863.447, omitiendo los signos de la suma y la multiplicación.

#### 4.3.5. Escritura de polinomios

Casi la totalidad de los niños escribieron el dictado de los polinomios siguiendo las reglas del SDN, ubicando en los lugares correspondientes los símbolos de las operaciones (suma, producto y potencias). Sólo el 4,55% de los niños, como en el caso anterior, omitió los símbolos de las operaciones.

En la siguiente figura aparece, en secuencia el desarrollo de la escritura, realizada por un niño.

TARJETA 1	8. 557. 647
TARJETA 2	64 324. 157
TARJETA 3	584. 325. 648. 539
TARJETA 4	90
TARJETA 5	32 x 458
TARJETA 6	$4^3$
TARJETA 7	284 <sup>35</sup>
TARJETA 8	$18 \times 6 + 34 \times 47$
TARJETA 9	$5 \times 100 + 9 \times 10$
TARJETA 10	$4 \times 6^5 + 8 \times 4^7 + 8^3$
TARJETA 11	$7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

Figura 2. Ejemplo de escritura hecha por los niños

## 5. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

Esta investigación constituye uno de los primeros estudios realizados sobre la representación polinomial de numerales escritos en el SDN. Presenta, junto a una metodología innovadora para abordar la explicación de la problemática propuesta, un análisis de las producciones de los niños al leer y escribir expresiones relacionadas con dicha representación.

Los resultados de la primera aplicación muestran que la representación polinomial demanda en el niño otros niveles de comprensión; se trata de pasar de la lectura de numerales a la lectura de expresiones que contiene operaciones como las potencias, que a su vez están relacionadas con productos y sumas que

al final no son fáciles de identificar. Sin embargo, a pesar de la exigencia de la situación, todos los niños fueron capaces de proponer una alternativa de solución, no hubo uno que no la resolviera.

Retomando los resultados que hasta aquí se han presentado, a continuación se tratará de dar respuestas a los siguientes interrogantes directamente vinculados con los objetivos del proyecto:

5.1. *¿Cuáles son las estrategias que aplican los niños cuando resuelven situaciones donde está involucrada la representación polinomial de los numerales escritos en el SDN?*

Teniendo en cuenta que se entienden las estrategias como todo sistema y secuencia de procedimientos usados por los sujetos para alcanzar un fin, se pudo establecer en el desarrollo de las acciones de los niños las siguientes situaciones:

5.1.1. *Descomposición (en dígitos, decenas, centenas y combinaciones entre ellas)*

La estrategia de descomposición se presentó sobre todo en la lectura de los numerales de las primeras tarjetas, los cuales fueron seleccionados intencionalmente puesto que es en este tipo de numerales que la notación polinomial tiene sentido.

A medida que el numeral se fue haciendo más grande, mayor fue el uso de la descomposición o la introducción de marcas de potencia en lugares que no correspondían. Lo mismo ocurrió en la escritura con la yuxtaposición de términos.

5.1.2. *Introducción errada de marcas de potencia*

En la lectura de los numerales también encontramos resultados similares a los presentados por Otálora y Orozco (2006) respecto a la introducción de marcas de potencias, sin embargo, pudimos detectar otra palabra que en el análisis fonológico no está ni como sufijo ni como prefijo, el uso de la palabra punto, por ejemplo al leer el numeral 353.234 dicen “*trescientos cincuenta y tres punto, doscientos treinta y cuatro*”.

El punto hace parte de la lectura del numeral, es decir, algunos niños le encuentran sentido al punto y lo leen dentro del numeral. Pero sabemos que en el SDN, realmente el punto no se lee, es una convención que existe. Al representar un numeral en el formato verbal, se omite la palabra punto.

¿Hasta dónde es un error, en términos del significado del número, leer el punto? En el sentido en que si el niño no lee el punto, sino que enuncia una palabra de potencia, por ejemplo mil, es decir, ¿qué pasaría si en lugar de “tres mil”, se leyera “tres punto de mil”? Es probable que el niño le esté dando una interpretación al punto como un elemento constitutivo del numeral.

También se pudo apreciar, en este grupo de tarjetas, que las estrategias de los niños pueden ir desde procedimientos simples como cuando leyeron “Siete, nueve, uno, tres, cinco, cuatro, dos, siete, seis, ocho, cuatro y seis” a otros más elaborados cuando leyeron “setecientos noventa y un mil, trecientos cincuenta y cuatro millones, doscientos setenta y seis mil, ochocientos cuarenta y seis”.

### 5.1.3. Concatenación

La estrategia de concatenación apareció en la lectura de productos, potencias, suma de productos y polinomios, la mayoría de los niños que siguieron esta estrategia desconocieron los símbolos presentes en cada expresión y leyeron como si se tratase de un numeral. Por ejemplo quien leyó “cuarenta y nueve mil quinientos veinticuatro” en lugar de “cuarenta y nueve por quinientos veinticuatro”.

### 5.1.4. Leer la operación (operar, leer y operar)

La lectura de operaciones se dio en varias tarjetas, sobre todo en los productos y la suma de productos, aquí los niños leyeron los numerales de acuerdo a las operaciones incluidas en cada una de las tarjetas. En esta estrategia se destaca la lectura de la operación potenciación como una fracción, pues fue a la que más recurrieron los niños entrevistados.

En términos de Vergnaud (1991), se puede decir que ante la situación de tener que leer una expresión desconocida, en la cual los niños no disponen de las competencias necesarias, ellos evocan los esquemas más cercanos, en este caso recurren a la notación de fraccionarios, por tal motivo terminan leyendo  $3^4$  como “tres cuartos”.

Para la misma expresión ( $3^4$ ), otros niños leyeron “tres cuatro” y algunos lo hicieron como “treinta y cuatro”. En este caso, se puede decir que los segundos están en un nivel cognitivo inferior al de los primeros. Quienes leen “treinta y cuatro” están viendo en esa expresión un número, es decir al observar la tarjeta, aparece en ellos un esquema representativo del 34, ellos lo ven allí e inmediatamente lo enuncian. No se puede decir entonces que en este caso no hay comprensión, porque no están relacionando la posición de los números.

En cuanto a los que leen “tres cuatro”, se puede decir que de alguna manera ya están generando una diferenciación, no hay plena comprensión, pero en la parte procedural lo leen como varios números.

#### 5.1.5. *Lectura en la forma del SDN*

Como se mencionó anteriormente, en esta estrategia el niño resuelve la tarea leyendo en la forma usual del sistema decimal y sigue sus reglas básicas para leer numerales y las operaciones entre ellos.

En la lectura de todas las tarjetas apareció esta estrategia, la consideramos como tal, puesto que es un procedimiento mediante el cual el sujeto resuelve la tarea propuesta. Es una forma de dar respuesta a la situación planteada, en la cual hubo una organización y una secuencia de procedimientos para llegar a la meta propuesta.

Se puede observar que algunas estrategias se repiten en los 5 grupos. Unas se resisten más que otras, son las que los niños siempre tratan de mantener, ya que si son consistentes, si para ellos una estrategia es exitosa, difícilmente las van a cambiar; por ejemplo, realizar la lectura descomponiendo en dígitos es una estrategia que bien puede utilizarse en todas las tarjetas y cumplir con la tarea propuesta.

Cuando se presenta la necesidad de comprender o de integrar nuevos elementos al desempeño, entonces necesariamente la estrategia tiene que ser modificada de alguna manera, bien sea en su forma o bien sea en su estructura.

Por otra parte, de acuerdo con Vergnaud (1991), se puede observar que hay una invariante hasta la lectura de sumas y productos, lo que no ocurre con la lectura de la potencia, es decir, el repertorio de esquemas de los niños frente a la situación que exigía sumas y productos funciona, allí ellos no tuvieron mayores dificultades, pero cuando aparece la situación en la que se requiere la potencia, entonces su repertorio de esquemas no es suficiente y empiezan a generar estrategias para resolverla.

En general se puede decir que a pesar que los niños leen y pronuncian de cierta manera una determinada expresión, no es garantía de comprensión cuando se indaga en profundidad sobre los objetos representados, en varias ocasiones nos encontramos con que no era lo que nos imaginábamos.

Muchas veces el niño repite de memoria, como dice Piaget (1976), actúa con un conocimiento figurativo: el sujeto se acuerda de que lo había escuchado así, pero no tiene la menor idea de lo que significa. Por ejemplo, en la lectura de la segunda sesión, muchos niños leyeron de forma exitosa las potencias, pero al indagar sobre el significado de dichas expresiones, no se encontró ningún rastro de comprensión sobre la representación polinomial.

## 5.2. *¿Cuáles son los aportes que ésta investigación hace a la construcción del SDN?*

Según Duval (1999), hay comprensión cuando los niños pueden pasar de un sistema de representación a otro, en nuestro caso los niños comprenderán la representación polinomial de numerales escritos en el SDN, cuando sean capaces de leer en el numeral 86.759 cada una de las siguientes representaciones:

$$8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

$$8 \times 10000 + 6 \times 1000 + 7 \times 100 + 5 \times 10 + 9 \times 1$$

$$80000 + 6000 + 700 + 50 + 9$$

Un número está relacionado con muchas representaciones, pero una representación sólo está relacionada con un número. El niño tiene que identificar una función en una representación, es decir, “ $8 \times 10$ ” solamente lo puede asociar a “ochenta”, “ $42 \times 524$ ” sólo me representa un número, de la misma manera “ $3 \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10 + 7 \times 10^0$ ” representa únicamente un número.

Este hecho implica que el fortalecimiento de la representación polinomial no solamente va a permitir una mayor conceptualización del concepto de número, sino también una potenciación en la manipulación operativa de los números en el SDN.

De la tarjeta 4 en adelante aparecen las dos cosas, “ $8 \times 10$ ” es una representación de “ochenta”, de la misma manera  $3^4$  es una representación de algún número. Por lo tanto, después de la tarjeta 3 estamos obligando a los niños a que identifiquen la representación de un número, es decir, que se den cuenta que lo que aparece allí representa un número.

La representación polinomial, contribuye al reconocimiento de la base en la cual está escrito un numeral, en este sentido, el estudio de dicha representación aportaría elementos fundamentales en el desarrollo del pensamiento numérico.

## 5.3. *¿Cuáles serían las posibles tareas que ayuden a construir conceptualmente la representación polinomial?*

Teniendo en cuenta los resultados encontrados se podría pensar en hacer variaciones a la situación problema propuesta con el ánimo de confrontar y buscar otras explicaciones al fenómeno en estudio, entres dichas variaciones podrían estar:

- Diseñar una tarea similar a la propuesta en este trabajo que considere la representación de un mismo numeral en cada una de las representaciones.
- Se podría pensar en otro tipo de situaciones que involucren más la escritura, de la cual se pueda extraer más información acerca de los procedimientos desarrollados por los niños. Por ejemplo, no hacer el dictado sino mostrar las expresiones para que las escriban.
- Invertir el orden de las situaciones, es decir hacer que los niños primero escriban y posteriormente lean.

#### 5.4. *¿Cuáles son las dificultades que se presentan en el aprendizaje de la representación polinomial de un numeral escrito en el SDN?*

Sin lugar a dudas uno de los inconvenientes, como ya se ha detectado en otros estudios, es la conceptualización que los niños tienen acerca del número. En este trabajo también se encontraron cosas similares, entre más esté estructurada esta noción es probable que los niños accedan más fácilmente a la representación polinomial.

Al hablar de la representación aditiva, multiplicativa, potencial o combinación de ellas, nos estamos refiriendo en cada caso a números, lo que estamos encontrando es que al parecer una de las grandes dificultades que los niños van a tener para representar los números en su forma polinomial, es que los niños no han entendido que desde las representaciones aditivas y multiplicativas hay representaciones de números. Ellos lo hacen más desde un punto operativo que representativo.

Otro de los aspectos fundamentales que se requieren para que los niños y niñas logren comprender la representación polinomial es que tengan desarrollado el concepto de la operación potenciación, sin este concepto es probable que los niños escriban o lean la representación polinomial pero no tengan comprensión de la misma.

#### 5.5. *Conclusiones*

Los trabajos que en Educación Matemática se han ocupado del estudio de las formas cómo los niños construyen el SDN están dirigidos, unos, hacia la observación de errores; otros, a detectar las dificultades para comprender el valor



de posición; otros, a indagar en la relación entre el sistema y la multiplicación, el desarrollo de las estructuras aditivas y multiplicativas, entre otras.

También dichos estudios han considerado las edades de los sujetos, en los primeros años escolares, se interroga entre otras cosas por las regularidades en la serie numérica y su influencia en la adquisición del concepto de número; con niños más grandes estos trabajos consideran la variable del rango numérico de los numerales seleccionados.

Este trabajo quiso indagar en un elemento de dicha construcción del cual se encuentra escasa referencia bibliográfica. Es así como consideramos que al plantear una tarea cuya resolución permitiera evidenciar las estrategias necesarias para que los niños construyan la representación polinomial de un numeral en el SDN, es original y que si bien en este trabajo no se abordaron todas las problemáticas ahí inmersas, sí da pie para que posteriores investigaciones profundicen en el tema.

Si bien es cierto que falta mucho por considerar y mejorar, se pueden tomar como puntos concluyentes de este trabajo, los que a continuación se presentan:

- El estudio se ubica en el campo de la didáctica de las matemáticas. La psicología nos permitió acercarnos al sujeto epistémico observando y analizando al sujeto psicológico.
- El aprendizaje del SDN exige en el niño niveles de comprensión muy superiores a los establecidos tradicionalmente, puesto que junto a la conceptualización de número, son muchos otros conceptos involucrados en dicha construcción. Las estructuras aditivas y multiplicativas juegan un papel muy importante para acceder a la representación polinomial.
- Cuando le presentamos al niño la expresión  $8 \times 10$  algunos leyeron “ochenta”, nos surgió el interrogante de si dicha expresión es una operación o es un número. Al respecto Douady (1999) propone el estudio de la dualidad de los objetos matemático como herramienta o como objeto, ¿cuándo  $8 \times 10$  representa un número?, ¿cuándo una operación? y ¿cuáles son las implicaciones que este tipo de situaciones trae para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas?
- El papel que juegan las representaciones en la didáctica de las matemáticas es muy significativo, por lo general los docentes nunca reflexionamos sobre lo que puede estar entendiendo o representando un niño cuando exponemos las situaciones relacionadas con los conceptos matemáticos.

En particular, en la representación polinomial ha pasado algo que no ha ocurrido con otras representaciones, aquí desapareció el signo para representar la operación, es decir se pasó de  $3^4$  a  $3^4$ . ¿Qué influencia tienen los símbolos de las operaciones en la construcción de su concepto? ¿Será posible que si se presenta la potencia  $3^4$  (con su símbolo original), los niños lean “tres cuartos”?

Generalmente en la instrucción que se da a los niños no se habla de la representación, se dice que “cinco por dos” es “igual a diez”, en lugar de que “representa a diez”. ¿Hasta dónde es errado decir que “cinco por dos” es lo mismo que “dos por cinco”? ¿cuándo representan lo mismo cuándo no?

- El marco conceptual propuesto (Vergnaud, 1991) considera que un concepto es la tripleta de tres conjuntos: situaciones, invariantes y formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten la representación del concepto. El presente trabajo, a través de la situación planteada, con la descripción de las estrategias, quiso aportar en la identificación de invariantes sobre la cual reposa el significado de la representación polinomial.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bednarz, N. (1991). Interactions sociales et construction d'un système d'écriture des nombres en classe primaire. In C. Garnier, N. Bednarz & I. Ulanovskaya (Comps), *Arpès Vygotski et Piaget: Perspectives sociale et constructiviste: écoles russe et accidentale* (pp. 57-72). Bruxelles, Belgique: De Boeck Université.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1982). The Understanding of Numeration in Primary School. *Educational Studies in Mathematics*, 13 (1), 33-57. doi: 10.1007/BF00305497
- Castaño, J. (1999). *Serie descubro la matemática: una experiencia innovadora basada en el desarrollo del pensamiento*. Santa fé de Bogotá, Colombia: Saberes y Escuelas.
- Castaño, J. (2008). Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y representaciones semióticas. *Universitas Psychologica*, 7 (3), 895-907.
- Cortina, J. L. (1997). *Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones. Un estudio con niñas y niños mexicanos de segundo, tercer y cuarto grados* (Tesis de Maestría no publicada). Universidad de las Américas, Distrito Federal, México.
- DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16 (1), 71-128.
- Douady, R. (1999). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique de Mathématique*, 7 (2), 5-31.

- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Font, V. (2009). Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las matemáticas. *Colección Digital Eudoxus, 11*, 1-34.
- Gray, E. M., & Tall, D. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: a “proceptual” view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 116-140. doi: 10.2307/749505
- Hederich Martínez, C., y Orozco, M. (2002). *Relación entre construcción de la multiplicación y el uso del sistema notacional en base 10*. Recuperado el 31 de 05 de 2005, de [http://objetos.univalle.edu.co/files/Relacion\\_entre\\_la\\_construccion\\_de\\_la\\_multiplicacion\\_y\\_el\\_uso\\_del\\_SNBD.pdf](http://objetos.univalle.edu.co/files/Relacion_entre_la_construccion_de_la_multiplicacion_y_el_uso_del_SNBD.pdf)
- Inhelder, B. (1978). Las estrategias cognitivas: Aproximación al estudio de los procedimientos de resolución de problemas. *Anuario de Psicología, (18)*, 3-20.
- Kamii, C. (1992). *Reinventando la aritmética II* (2ª Ed.). Madrid, España: Aprendizaje Visor.
- Karmiloff-Smith, A., & Tolchinsky Landsmann, L. (1993). Las restricciones del conocimiento notacional. *Infancia y Aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development, (62-63)*, 19-54.
- Lerner, D. (2005). ¿Tener éxito o comprender?: una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración. En D. Alvarado y B. Brizuela (Coords.), *Haciendo Números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia* (pp. 147-197). D.F., México: Paidós.
- Lerner, D., Sadovski, P., y Wolman, S. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra y I. Saiz (Compls.), *Didáctica de las matemáticas aportes y reflexiones* (pp. 95-184). Buenos Aires, Argentina: Paidós educador.
- Lerner, D., Terigi, F., Britman, C., Kuperman, C. y Ponce, H. (2003). *El sistema de numeración. Enseñanza, aprendizaje escolar y construcción de conocimientos Proyecto Bianual 2001-2002 F 083 (Programación Científica 2001-2002)*. Buenos Aires, Argentina: Universidad de Buenos Aires.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition, 44* (1-2), 107-157.
- Mcintosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sens. *For the Learning of Mathematics, 12* (3), 2-8.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1996). *Lineamientos Curriculares - Matemáticas*. Santa fé de Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Orozco Hormaza, M., y Hederich, C. (2002). *Errores de los niños al escribir numerales dictados*. Recuperado el 23 de junio de 2005, de <http://www.univalle.edu.co/~cognitiv>
- Otálora, Y. y Orozco, M. (2006). ¿Por qué 7345 se lee como “setenta y tres cuarenta y cinco”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9* (3), 407-433.
- Piaget, J. (1970/1986). *La epistemología genética*. (J. Delval, Trad.) Madrid, España: Editorial Debate.
- Piaget, J. (1976). El papel de la imitación en la formación de la representación. En R. Zazzo (Ed.), *Psicología y Marxismo: la vida y la obra de Henri Wallon* (pp. 135-143). Madrid, España: Pablo del Río.
- Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el período preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y Aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development, 19*(74), 3- 24.

- Rico, L. (1996). Pensamiento numérico. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática. XX Aniversario del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN* (pp. 27-54). D.F., México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Terigi, F., y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 59-83.
- Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10 (2-3), 133-169.
- Vergnaud, G. (28, 29 y 30 de Abril de 2006). *Representación y actividad: dos conceptos estrechamente asociados*. En el Primer Congreso Internacional Logico-Matemática - en Educación Infantil: [http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/ponencias/geradvernaurd\\_pon\\_es.htm](http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/ponencias/geradvernaurd_pon_es.htm)

## **Autores**

---

**Helmer Jesús Ruiz Díaz.** Universidad del Cauca, Colombia. [herny18@gmail.com](mailto:herny18@gmail.com)

**Yilton Riascos Forero.** Universidad del Cauca, Colombia. [yirifo@gmail.com](mailto:yirifo@gmail.com)