

# Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico

Modeling-graphing, a category for scholastic mathematics.  
Results of a socioepistemological study

*Liliana Suárez Téllez, Francisco Cordero Osorio*

## RESUMEN

Se estableció el concepto de *uso de las gráficas en la modelación* como parte del marco teórico de la investigación a partir del cual se plantean hipótesis sobre la naturaleza de la construcción social de conocimiento del Cálculo asociado a la variación y el cambio. El resultado de esta investigación es el planteamiento de una epistemología para la modelación escolar caracterizada a través de un uso de las gráficas. El estudio, desde la perspectiva del Tratado de Oresme sobre la Figuración de las Cualidades, proporciona una explicación de la transformación de uso de las matemáticas de la época para abordar la problemática de las situaciones de cambio y variación. Esta transformación, caracterizada en este trabajo a partir del debate entre el funcionamiento y la forma del uso de las figuras geométricas, aporta los principales elementos de la hipótesis epistemológica sobre el uso de las gráficas en situaciones de modelación del movimiento para resignificar el cambio y la variación.

## PALABRAS CLAVE:

- *Modelación*
- *Uso de las gráficas*
- *Cambio y variación*
- *Ambiente tecnológico*

## ABSTRACT

We established the concept “*Modeling-Use of graphs*” as part of the theoretical frame of the research. Through this concept we are able to propose hypotheses about the nature of the social construction of knowledge about Calculus associated to variation and change. The result of this research is the assumption of an epistemology to characterize mathematical modeling through the use of graphs. Oresme’s work, about the figuration of qualities, provides an explanation of the transformation of the use of mathematical knowledge in our times to deal with undergoing problems when working with change and variation situations. The transformation characterized in this work, from the debate between functioning and form of the use of geometric figures, highlights key elements to the epistemological assumption about the use of graphs in situations of modeling movement to redefine change and variation.

## KEY WORDS:

- *Modelation*
- *Use of graphs*
- *Change and variation*
- *Technological environment*



## RESUMO

O conceito do uso dos gráficos na modelação foi estabelecido como parte do marco teórico da pesquisa, e partindo dele são apresentadas as hipóteses sobre a natureza da construção social do conhecimento do Cálculo associado com a variação e a mudança. O resultado desta pesquisa é a apresentação duma epistemologia pra modelação escolar caracterizada a través dum uso dos gráficos. O estudo, desde a perspectiva do Tractatus de Oresme sobre a Figuração das Qualidades, fornece uma explicação da transformação do uso da matemática da época pra abordar a problemática das situações de mudança e variação. Esta transformação, caracterizada neste trabalho partindo do debate entre o funcionamento e a forma do uso das figuras geométricas, aporta os principais elementos da hipótese epistemológica sobre o uso dos gráficos em situações de modelação do movimento pra re significar a mudança e a variação.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Modelação*
- *Uso dos gráficos*
- *Mudança e variação*
- *Ambiente tecnológico*

## RÉSUMÉ

Cet article stipulé le concept de l'utilisation des graphiques dans la modélisation qui est une pièce du cadre référentiel de la recherche à partir de laquelle se formule hypothèses sur la nature de la construction sociale de la connaissance du Calcul associée à la variation et le changement. Le résultat de cette recherche, du l'approche du Tractatus de Oresme sur la Représentation des Qualités, fournit une explication de la transformation de l'utilisation des mathématiques de l'époque pour aborder la problématique des situations de changement et de variation. Cette transformation, caractérisée en ce travail à partir du débat entre le fonctionnement et la forme de l'utilisation des figures géométriques, fournit les principaux éléments des hypothèses épistémologiques sur l'utilisation des graphiques en situations de modélisation du mouvement par le redéfinition du changement et de la variation.

## MOTS CLÉS:

- *Modélisation*
- *Utilisation des graphiques*
- *Changement et variation*
- *Environnement technologique*

## 1 Introducción

Dentro de nuestra investigación se adopta a la modelación como una construcción teórica (Cordero, 2006) que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. Y como características propias de esta construcción, la modelación posee su propia estructura, está constituida por un sistema dinámico, la simulación puede llevar a cabo realizaciones múltiples y hacer ajustes en su estructura para producir un

resultado deseable, es un medio que propicia el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, busca explicaciones a un rango y enfatiza invariantes, trae una idea en una realización para satisfacer un conjunto de condiciones. Con todas estas características, la modelación selecciona el lenguaje de las herramientas (Arrieta, 2003 y Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez, & Suárez, 2004) sobre el lenguaje de los objetos.

La socioepistemología de la Modelación-Graficación, M-G, representa un eje para desarrollar acciones en el sistema didáctico a través el diseño de Situaciones de Modelación del Movimiento. Los elementos constitutivos de la categoría de modelación-graficación se traducen en los elementos de un Diseño de Situación con una hipótesis específica: *La variación se resignifica a través de la modelación-graficación*. Es decir, una situación de aprendizaje que genera en los estudiantes un interés por estudiar un fenómeno de cambio a través de gráficas de las funciones que ahí intervienen contribuye a establecer relaciones entre gráficas y situaciones de cambio donde la variación tiene un sentido específico que no depende necesariamente de las propiedades analíticas de la función. De esta manera se establece un ‘uso de las gráficas’ asociado a la función orgánica de la Figuración de las Cualidades donde se establecen formas de uso de las gráficas, se construyen argumentos y se ponen en funcionamiento avanzando hacia justificaciones funcionales.

## 2 Antecedentes

El estudio del uso de las gráficas se está consolidando como una línea de investigación en la que se estudian las prácticas de referencia asociadas a la graficación en el discurso matemático escolar. Flores (2005), Cen (2006) y Torres (2004) han aportado información sobre el tipo de gráficas que se encuentra actualmente en la educación básica y en el bachillerato, proporcionando evidencias de que el uso de las gráficas tiene un desarrollo que sustenta una construcción de conocimiento matemático. Estos trabajos tienen una orientación hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un ambiente tecnológico. En estos estudios de uso de las gráficas (Cordero & Flores, 2007) existe una intención de caracterizar a la graficación como un conocimiento con estructura propia y susceptible de desarrollo.

## 3 La investigación

En el estado del conocimiento sobre la modelación y la graficación se percibe una orientación hacia considerar que estos conceptos tienen un estatus de ‘medio’ en el aprendizaje de las matemáticas (Leinhardt, Stein & Zaslavsky, 1990;

Ruiz, L. 1998), es decir se consideran actividades que pueden servir para un fin determinado como el aprendizaje de las funciones o la aplicación de los conocimientos, en ambos casos teniendo una centración hacia la construcción de objetos matemáticos. Sin embargo, en esta investigación se consideran como formas de conocimiento en sí mismos a la modelación (Bosch, García, Gascón, & Ruiz, 2007) y a la graficación (Confrey, 1999). En el programa de investigación que introduce la aproximación sociocultural al estudio del conocimiento matemático en el nivel superior en México (Cordero, 1999; Buendía y Cordero, 2005; Cordero, 2008; Farfán, Ferrari, 2008; Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez-Sierra, 2006; Farfán, Crespo, Lezama, 2009) se vislumbra la aportación de nuevos elementos para el diseño y la experimentación de las acciones didácticas orientados hacia la modelación y el uso de las matemáticas en lugar de la construcción de objetos matemáticos

Desde una perspectiva socioepistemológica formulamos un marco de referencia que de cuenta de la articulación de las características de la modelación y de la graficación para la construcción de las ideas del cambio y la variación. Este marco de referencia estará centrado en las características que se identifican en el estudio epistemológico como aquellas que permitan la constitución social de tales conceptos, “en ‘aquello’ que hace que el conocimiento sea así y no de otra manera. El ‘aquello’ es de naturaleza social que reconoce al grupo humano con su organización, su historia, su cultura y su institución que lo lleva a proceder de una manera y no de otra, es su *práctica social* generatriz de su conocimiento” (Farfán, Cantoral, 2003 y 2004; Flores, 2005).

#### 4 Socioepistemología de la modelación-graficación

Para la sociopistemología no sólo es importante el planteamiento de preguntas sobre el conocimiento sino también sobre su construcción. Para hablar de la construcción del uso de las gráficas en la modelación, en esta investigación se ha decidido estudiar el uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades de Oresme (Clagett, 1968) porque se ha identificado en este uso evidencias de modelación, en el sentido de aplicar la matemática de la época para explicar los cambios en las cantidades físicas, lo que, en términos de Crombie, se constituye en la física matemática al final de la edad media (Crombie, 1983, p.82). La idea central del Tratado de Oresme es que las figuras geométricas y las proporciones matemáticas ayudan a ‘comprender fenómenos’ en los que se producen cambios de la realidad física que pueden estudiarse como cambios en las cantidades (Boyer, 1959).

#### 4.1. *Pertinencia didáctica del uso de las gráficas en la modelación. Tres datos epistemológicos*

En los siguientes incisos presentamos tres datos epistemológicos de la Figuración de las Cualidades en Oresme que proporcionan argumentos sobre la conveniencia didáctica de desarrollar un uso de las gráficas en una situación de modelación del movimiento.

##### 4.1.1. *La gráfica antecede a la función*

En la Figuración de las Cualidades se establecen relaciones entre figuras geométricas y situaciones específicas de variación. Se ha mencionado que un rectángulo se usa para representar una situación en la que la intensidad de la cualidad no varía, en cambio un triángulo rectángulo (véase la Ilustración 1) representa una situación de cambio en el que la intensidad aumenta proporcionalmente a lo largo de una extensión de tiempo. El contorno de estas figuras geométricas guarda parecido con las curvas que actualmente en sistemas de ejes coordenados representan funciones analíticas. Hay una estrecha relación entre la Figuración de las Cualidades y una etapa histórica del desarrollo del concepto matemático de función.

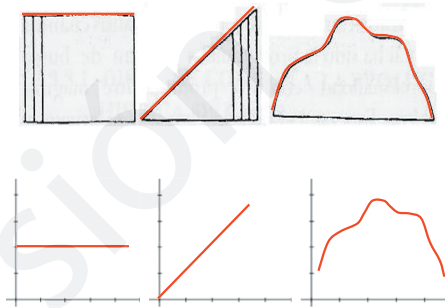


Ilustración 1. Dato epistemológico: La gráfica antecede a la función.

Youschkevitch (1976/1996), en el panorama histórico donde presenta algunas observaciones sobre las etapas principales del desarrollo de la idea matemática de función, ubica la Figuración de las Cualidades en la etapa del surgimiento de la “geometría de las relaciones funcionales” (Youschkevitch, 1976/1996, p.112). En su análisis, afirma que los desarrollos de Oresme incluyen el manejo de la idea de función como una relación entre variables y que aunque no haya una definición explícita sí se observa un uso de la idea matemática de función. Esta concepción de hacer un uso de facto de la idea matemática de función por medio de una representación gráfica es un elemento importante a tomar en

cuenta en la matemática escolar. Son importantes, sin lugar a dudas, la definición formal dentro de la estructura actual de matemáticas y su manejo analítico, sin embargo la Figuración de las Cualidades es una obra donde se puede lograr una concepción amplia de la idea matemática de función a partir de un cierto uso de sus gráficas. Con esto, la graficación conforma elementos importantes de construcción para las ideas de la variación y que se desarrollan de manera independiente o de forma paralela al desarrollo analítico del concepto de función.

#### 4.1.2. La gráfica es argumentativa

Una vez establecida una nueva forma de mirar las figuras geométricas se configura un nuevo funcionamiento al seno de la nueva concepción de la forma. Es decir hay un uso argumentativo ya que la gráfica pasa a ser un elemento central en explicaciones.

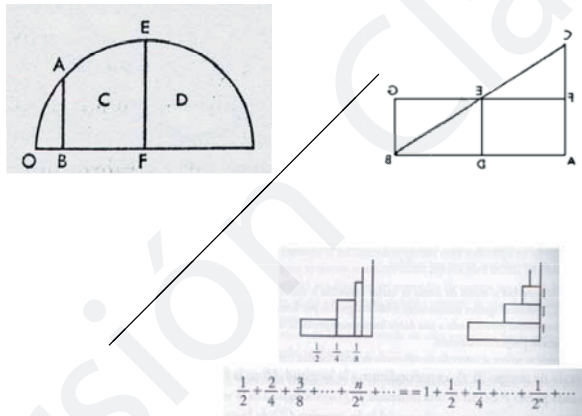
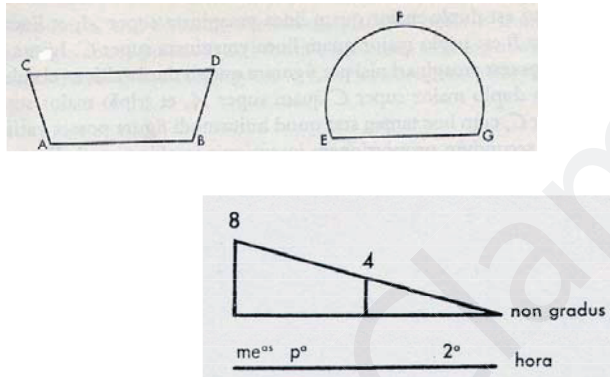


Ilustración 2. Dato epistemológico: La gráfica es argumentativa

Las gráficas de la derecha sirven como un argumento gráfico para ‘demostrar’ relaciones numéricas que eran conocidas como, por ejemplo, la regla de Merton. El elemento central de la ‘demostración’ era una relación que no fue explícita en el trabajo de Oresme: que el área de una figura que representase la velocidad coincidía con la distancia recorrida con dicha velocidad. La gráfica de la izquierda en la Ilustración 2 sirve de apoyo para hablar de las características de un punto extremo en la figura en relación con la disminución del cambio en las intensidades al acercarse al punto E.

#### 4.1.2. *El uso de las gráficas tiene un desarrollo*

Las figuras geométricas adquieren significado a la luz de su uso al modelar situaciones de variación. El tiempo se privilegia como la variable sobre la cual se extienden (en línea horizontal) las diferentes intensidades de una cualidad. La Figuración de las Cualidades se representa por figuras planas o por cuerpos en el espacio. Estos elementos configuran un desarrollo del uso de la Figuración de las Cualidades.



*Ilustración 3.* Dato epistemológico: El uso de las gráficas tiene un desarrollo

Estos datos epistemológicos caracterizan un uso de las gráficas que depende de las propiedades geométricas para su descripción (medidas y razones) que proporciona un funcionamiento y una forma de la gráfica diferentes a las asociadas a la representación gráfica de la idea matemática de función.

#### 4.2. *Epistemología del desarrollo del uso de las gráficas en la modelación*

En nuestra perspectiva teórica el ‘uso de las gráficas’ se estudia a partir de la identificación del debate entre los elementos de funcionamiento y de forma del uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades (Suárez y Cordero, 2008). Más precisamente, los elementos de funcionamiento son las circunstancias que hicieron posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas en tanto que los elementos de forma son las clases de tareas. Estas tareas quedan determinadas por el funcionamiento y éste, a su vez, determina nuevas formas y nuevos funcionamientos. De tal manera que caractericemos el uso de las gráficas a partir del debate entre el funcionamiento y la forma de la Figuración de las Cualidades, los nuevos funcionamientos y formas se desarrollan en espiral, una representación de esta idea se encuentra en la Ilustración 4.

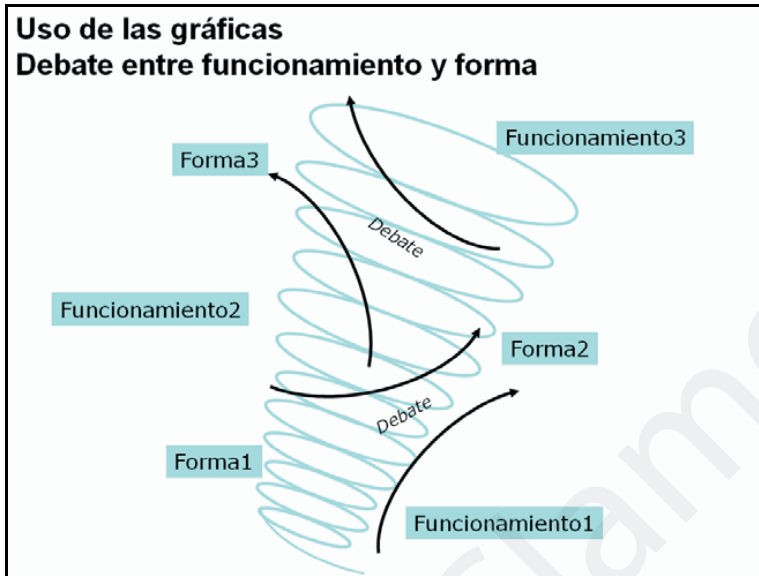


Ilustración 4. Uso de las gráficas. Debate entre funcionamiento y forma.

El desarrollo mostrado en el diagrama es posible a través del debate entre el funcionamiento y la forma. De acuerdo a la explicación anterior esbozamos el desarrollo del uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades en tres momentos.

Momento 1. *Establecimiento de la forma del nuevo funcionamiento del uso de las gráficas*

El uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades insta un nuevo funcionamiento de las figuras geométricas, de la matemática de las proporciones y de la forma de abordar problemas del movimiento determinando nuevas formas. A partir de la forma inicial (Forma-1) de los cuerpos de conocimiento de la geometría, las proporciones y la teoría del movimiento por separados, nuestro desarrollo del uso de las gráficas en la Figuración de las Cualidades determina una nueva funcionalidad (Funcionalidad-1) de 'comprender' fenómenos. Los nuevos tipos de tareas quedan determinados por una nueva forma (Forma 2) que se caracteriza por la asignación de medida a las variables físicas por medio de segmentos. Hay que destacar que es el interés por 'comprender' fenómenos de variación a través de figuras lo que obliga a generar una funcionalidad de los conocimientos matemáticos, relacionados con las proporciones y la geometría, logrando una resignificación en un nuevo conocimiento, funcional.



## Momento II. *Construcción de argumentos en el uso de las gráficas*

Una vez establecido este nuevo uso (Funcionalidad 1) a través de esta nueva relación (Forma 2), se usan las figuras y se da lugar, a su vez, a un nuevo uso (Funcionalidad 2) al establecer relaciones entre las figuras geométricas y las situaciones de variación que representan. De esta manera se conforma una notación gráfica que permite discriminar las figuras que representan y las figuras que no representan situaciones de cambio y variación (Forma 3).

## Momento III. *Puesta en funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación*

Se observa un avance en distinguir entre cantidad y calidad de movimiento (Funcionamiento 3) lo que permite varias generalizaciones del uso de las gráficas (Forma 4), estas generalizaciones permiten la caracterización de los puntos extremos de variación o la asignación de áreas a relaciones numéricas o analíticas (Funcionamiento 4) o la suma continua de áreas para cuantificar el movimiento a partir de la figura de la velocidad (Funcionamiento 5)<sup>1</sup>.

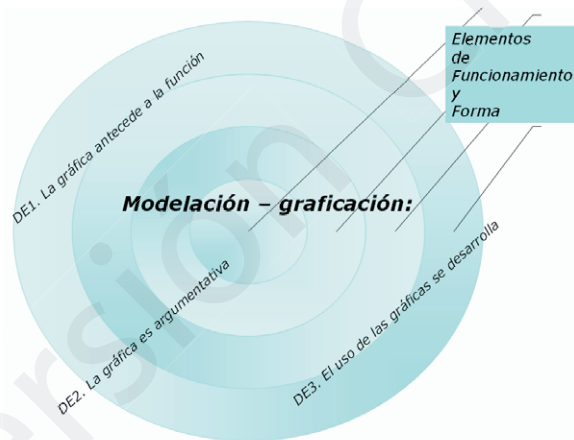


Ilustración 5. Aspectos epistemológicos del uso de las gráficas para modelar el movimiento

La Ilustración 5 muestra la espiral que representa el desarrollo del uso de las gráficas vista desde arriba. El soporte, ilustrado en el diagrama por líneas transversales a la espiral, está constituido por los elementos de pertinencia de los datos epistemológicos.

<sup>1</sup> El funcionamiento correspondiente a la suma continua de áreas para cuantificar el movimiento a partir de la figura de la velocidad (Funcionamiento 5) no fue objeto de estudio en esta investigación.

## 5 Situación de Modelación del Movimiento. Aspectos Metodológicos

La información que permite dar cuenta del problema de investigación se obtiene mediante un diseño de investigación con orientación cualitativa en una experiencia de laboratorio (véase algunos experimentos previos en Suárez, Carrillo & López, (2005) con una fuerte base epistemológica. De la confrontación entre las hipótesis de construcción específicas a partir de la Categoría Modelación-Graficación, C(M-G), y el desempeño de los estudiantes en una Situación de Modelación del Movimiento, SMM, se obtiene la caracterización del uso de las gráficas en la modelación que proporciona elementos para una reorganización en la matemática escolar de las ideas del cambio y la variación.

### 5.1. *Diseño de una Situación de Modelación del Movimiento*

Como una consecuencia de los supuestos teóricos y con la finalidad de observar el ‘uso de las gráficas en la modelación’ el diseño de las secuencias de enseñanza se encuentra soportado por la epistemología proporciona y se centra en una situación que incluye un conjunto de tareas que determinan los siguientes tipos de actividades, acciones y alternancias de dominios en los estudiantes.

Momento I. *Establecimiento de la forma del nuevo funcionamiento de las gráficas en la modelación.* (SMM-MI)

Momento II. *Construcción de argumentos en el uso de las gráficas en la modelación.* (SMM-MII)

Momento III. *Puesta en funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación* (SMM-MIII)

### 5.2. *Análisis de resultados*

Tenemos evidencias del desarrollo del uso de las gráficas. La siguiente ilustración presenta una de las gráficas posibles del problema en estudio. Se destacan los intervalos donde se observan cambios en el crecimiento o concavidad o se transita desde un tipo de trazo curvo a uno recto o viceversa, sobre los cuales deberían focalizarse los argumentos de los estudiantes para el paso de una gráfica de posición a una gráfica de velocidad.

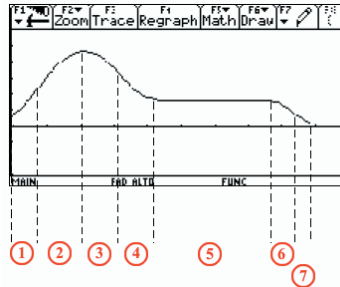


Ilustración 6. Evidencias de las formas básicas de graficación.

En la gráfica se observa que un trazo de forma global incluye decisiones sobre la elección de las variables a representar por cada uno de los ejes coordenados, la elección de un punto de referencia, la elección de los cuadrantes y la percepción de aspectos característicos de la gráfica como puntos iniciales y finales, así como puntos extremos. A este momento se le caracteriza por *las tareas del establecimiento de la forma, M1-SMM*. Sin embargo, es la problematización sobre la variación a partir de la modelación-graficación lo que permiten observar la formulación de procedimientos y procedimientos que al intentar validar o justificarlos propicia que emerjan relaciones que se establecen como argumentos. Se notó una ausencia, la de funciones algebraicas para determinar la relación analítica que podría definir la situación de variación. A este momento se le caracteriza por *la construcción de argumentos, M2-SMM*. En el contraste realizado en el análisis se observan tres procedimientos para establecer intervalos donde la velocidad es mayor o menor: a) por medio del uso de la fórmula de la velocidad constante, el uso de esta fórmula también sirvió para hacer afirmaciones sobre los intervalos de velocidad constante o intervalos con velocidad nula, b) por medio de trazos curvos que denotaban cambios de velocidades y c) comparación de la pendiente en diversos puntos de la gráfica, nuevamente no se registraron intentos de determinar analíticamente las funciones de posición o de velocidad. Las evidencias del momento de *funcionalidad, M3-SMM* se muestran en las Ilustraciones 7 y 8 donde se hacen explícitas las relaciones que los estudiantes logran establecer para las formas básicas de graficación.

La Situación de Modelación del Movimiento diseñada a través de los momentos de 1) establecimiento de las formas gráficas, 2) construcción de argumentos y 3) funcionalidad, tiene como resultado la resignificación de la variación estableciendo relaciones entre gráficas y situaciones de cambio donde la variación tiene un sentido específico que no depende necesariamente de las propiedades analíticas de la función.

Se observa un elemento de debate en la construcción de argumentos del cambio y la variación. Se observa en las relaciones que construyen entre las características de la gráfica (crecimientos, puntos extremos, concavidades) y las características de la situación. Hay un desarrollo en el uso que logra la incorporación de los trazos curvos para describir el cambio y la variación.

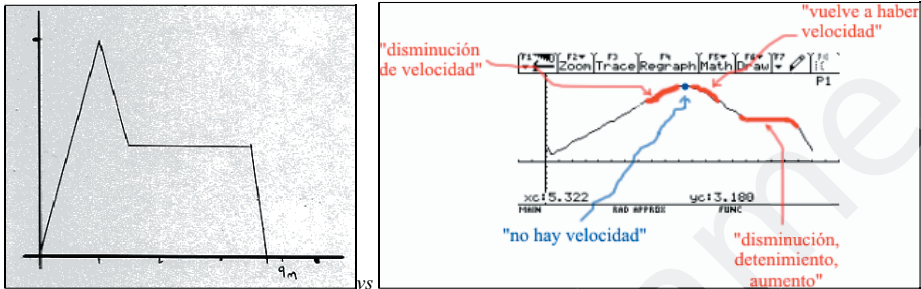


Ilustración 7. Trazos rectos vs trazos curvos.

Se observa otro elemento de debate al analizar de manera simultánea dos órdenes de variación a partir de las gráficas de posición y de velocidad de una misma situación de movimiento.



Ilustración 8. Análisis simultáneo de dos órdenes de variación.

Con este análisis se aportan evidencias de las relaciones que se establecen entre las características situación de cambio y variación y la forma de la gráfica que se quiera obtener. Se refiere a un nivel de discernimiento entre la información que proporciona una gráfica sobre una variable con respecto al tiempo, por ejemplo en el caso del movimiento la posición, y la información

que proporciona la misma gráfica sobre las variaciones de primer y de segundo órdenes, la velocidad y la aceleración, respectivamente, en el caso del movimiento.

## 5 A manera de conclusión

Una Situación de Modelación del Movimiento que se sustenta en la socioepistemología de Modelación-graficación, propicia una resignificación de la variación. Tenemos evidencia de la existencia de un ‘uso de las gráficas’ que está determinado por una problematización que promueve el interés por el estudio del cambio. Las gráficas de las funciones son herramientas para modelar el cambio intrínseco a las funciones de posición, velocidad y aceleración donde podrían intervenir conceptos como la razón de cambio, la relación de una función con su derivada, manejo simultáneo de dos o más órdenes de variación, máximos o mínimos o la acumulación de una función. Pero también, y más importante para las hipótesis de trabajo de nuestra investigación, las gráficas de las funciones son el conocimiento mismo que se desarrolla y que hoy aportan datos epistemológicos que propician nuevas hipótesis para trabajar la variación en la matemática escolar. Por un lado, tenemos explicaciones sobre cómo la graficación conforma elementos importantes de construcción para las ideas de la variación y que se desarrollan de manera independiente, en este caso anterior al desarrollo analítico del concepto de función. También tenemos explicaciones sobre un uso argumentativo ya que la gráfica pasa a ser un elemento central en explicaciones como el de la caracterización de los puntos extremos o en el establecimiento de la veracidad de relaciones físicas o numéricas conocidas. Con esta investigación se avanzó en dos direcciones. Por un lado, desde el punto de vista del contenido matemático, contribuye en la explicación de una epistemología del Cálculo basada en prácticas sociales, al identificar a la categoría de modelación-graficación como un elemento necesario para la resignificación de la variación. Por otro lado, desde un punto de vista de los aportes a nuestra disciplina formula una categoría de Modelación-Graficación que conforma una epistemología a través del diseño de una Situación de Modelación del Movimiento. Estas aportaciones dan explicaciones sobre un nuevo estatus de la modelación dentro de la matemática escolar. De esta manera, los resultados de la investigación están estructurados en dos aspectos: lo epistemológico, lo científico. El primero refleja la matemática que se ha logrado reorganizar según los resultados de esta investigación y el segundo aspecto consiste en el conocimiento que se construye en la disciplina.

## Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. (Tesis inédita de doctorado). Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G., Suárez, L. (2004). Las Prácticas Sociales como Generadoras del Conocimiento Matemático. En L. Díaz. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17* (pp. 418-422). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz, L. (2007). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. *Educación Matemática, 18*(2), 37-74.
- Boyer, C. (1959). *The history of the calculus and its conceptual development*. Dover publications ISBN: 0486605094
- Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the Periodical Aspect as Generators of Knowledge in a Social Practice Framework: A Socioepistemological Study. *Educational Studies in Mathematics, 58*(3), 299-333.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. En L. Radford & D'Amore, B. (Eds.), *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Edición especial: Semiotica, Cultura y Pensamiento Matemático, 27-46.
- Cen, C. (2006). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. (Tesis inédita de Maestría). Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Clagett, M. (1968). *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions*. Madison: University of Wisconsin Press.
- Confrey, J. (1999). Generative Domain Knowledge: Redefining Teachers' Content Knowledge for a Changing Technological World. *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger UNAM-UPN*, (pp. 7-13). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cordero, F. (1999). La matemática educativa en una aproximación sociocultural a la mente. *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger*, (pp. 106-112), UNAM-UPN. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nella matematica scolastica. *La Matematica e la sua Didattica, 20*(1), 59-79.
- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R.M Farfán, J. Lezama, y V. Romo (Eds.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 265-286). Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10* (1), 7-38.
- Crombie, A. (1983) *Historia de la Ciencia: De San Agustín a Galileo*. Alianza Editorial.
- Farfán, R., Cantoral, R. (2003). Mathematics Education: A Vision of its Evolution. *Educational Studies in Mathematics 53*(3), 255-270.

- Farfán, R., Cantoral, R. (2004). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. *Recherches en didactique des mathématiques* 24 (2.3), 137-168.
- Farfán R., Ferrari M. (2008). Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11(3), 309 – 354.
- Flores, R. (2005). *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto.* (Tesis inédita de Maestría). Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN.
- Leinhardt, G., Stein, M. & Zaslavsky, O. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64.
- Ruiz, L. (1998). La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico. Universidad de Jaén.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3(1), 51-58. ISSN 1850-6666.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Modelación del movimiento en un ambiente tecnológico: Una categoría de modelación-graficación para el cálculo. En P. Lestón. (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa: 21* (pp. 1046-1056). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Suárez, L., Carrillo C., y López, J. (2005). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina. (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18 (pp. 405-410). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología.* (Tesis inédita de maestría). CICATA-IPN.
- Youshkevitch, A.P. (1996). El concepto de función hasta la primera mitad del siglo XIX. (Farfán, R.M, trasd.). Serie: *Antologías*, 1, 81-98. Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV – IPN, México. (Trabajo original publicado en 1976)

## **Autores:**

---

**Liliana Suárez Téllez.**

Centro de Formación e Innovación Educativa del IPN, [lsuarez@ipn.mx](mailto:lsuarez@ipn.mx)

**Francisco Cordero Osorio.**

Cinvestav-IPN, [fcordero@cinvestav.mx](mailto:fcordero@cinvestav.mx)