

## El discurso en la clase de matemáticas y los acuerdos sociales. La noción de variación

The mathematic discourse in class and the social agreements. The notion of variation

*Evelia Reséndiz Balderas*

### RESUMEN

Los acuerdos sociales son uno de los rasgos del *discurso* que nos lleva hacia la aceptación entre los participantes de las versiones construidas en la interacción, manteniendo el acuerdo como perspectiva, independientemente de que éste se logre o no en todos los casos. La investigación centró la atención en el papel de las *explicaciones* en la clase de matemáticas del primer semestre de ingeniería, cuando la noción de *variación* esté siendo usada por el profesor y al momento en que los estudiantes intervienen a propósito de ellas. En particular, en la investigación se consideraron las nociones de *función* y *derivadas* que son vistos como modelos para el estudio de la variación. A partir de un estudio de caso, con metodología etnográfica y de análisis del discurso, los datos fueron analizados.

### PALABRAS CLAVE:

- *Explicación*
- *Variación*
- *Función*
- *Discurso en el aula*
- *Acuerdos sociales*

### ABSTRACT

Social agreement is a particular characteristic of *discourse*. Social agreement helps us to understand the acceptance of the interaction constructed by the participants, making the agreement a particular characteristic of the discourse, even though when the agreement is not accomplished in most cases. This research describes the roles of the different explanations given about the concept of *variation* during the interaction of the professor and his students in a math course of the first semester of engineering. In this research the concepts of function and derivatives functions were paramount for this study since these are considered appropriate models for the study of variation. This cased study used an ethnographic methodology and discourse analysis in order to analyze the data collected.

### KEY WORDS:

- *Explanation*
- *Variation*
- *Function*
- *Classroom discourse*
- *Social agreements*



## RESUMO

Os acordos sociais são uma das características do *discurso* que conduz à aceitação, entre os participantes, das versões construídas na interação que visa o acordo, independentemente de este ser ou não alcançado por todos. Esta investigação centra-se no papel das *explicações* na aula de matemática do primeiro semestre de engenharia, quando a noção de variação está a ser usada pelo professor e no momento em que os alunos intervêm a propósito dessas explicações. Em particular, consideraram-se as noções de *função* e *derivadas* que são vistas como modelos para o estudo da variação. A partir de um estudo de caso, os dados foram analisados por meio de métodos etnográficos e de análise do discurso.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Explicação*
- *Variação*
- *Função*
- *Discurso na aula*
- *Acordos sociais*

## RÉSUMÉ

L'accord social est une caractéristique du discours. L'accord social nous aide à comprendre l'acceptation de l'interaction construite par les participants, ainsi l'accord est une caractéristique du discours, même si l'accord n'est pas accompli dans la majorité des cas. Cette recherche décrit les rôles des différentes explications du concept de variation durant l'interaction du professeur avec ses étudiants dans un cours de mathématique du premier semestre en ingénierie. Cette recherche nous indique, les concepts de fonctions et des dérivées de fonctions étaient prépondérants pour cette étude car elles sont considérées des modèles appropriés pour l'étude de variation. Cette étude de cas a utilisé une méthodologie ethnographique et l'analyse du discours pour analyser les données amassés.

## MOTS CLÉS:

- *Explication*
- *Variation*
- *Fonction*
- *Discours en el aula*
- *Accord social*

## 1 Introducción

El estudio del discurso se ha convertido en las últimas décadas en un tema de interés científico en educación. El discurso educativo como comunicación se origina y desarrolla en estrecha relación con el estudio de la interacción didáctica (Rebollo, 2001). La comunicación continúa siendo un tema central en la reforma de la educación de las matemáticas (NCTM, 2000). Sin embargo existen todavía muchas preguntas que deben ser contestadas con relación con el discurso en el aula y acerca de los factores que contribuyen al desarrollo del discurso matemático.

Es necesario asignarle un lugar privilegiado al papel del lenguaje verbal y no verbal en la construcción del conocimiento y en las maneras como los maestros crean contextos comunicativos en el aula, para apoyar a los estudiantes en la construcción conjunta de la comprensión de la matemática escolar (Forero, 2008). No obstante, las matemáticas generalmente se consideran como un cuerpo de conocimiento individual y socialmente construido y como lenguaje especializado para comunicar diversos aspectos de nuestro mundo (Pimm, 1991). Sin embargo, el nuevo conocimiento matemático (individual o compartido) se construye a través de interacciones y conversaciones entre profesores y sus alumnos. De ahí que el movimiento entre el sentido personal de un concepto y el significado matemático compartido es crucial para que el aprendizaje se lleve a cabo. El papel del profesor y los estudiantes en este movimiento ayuda a determinar que el aprendizaje ocurra (Bussi, 1998; Farfán et al. 2008). Esta consideración del proceso de enseñanza-aprendizaje enfatiza la importancia de las interacciones en el aula y el contenido matemático que se está discutiendo. De ahí, el estudio de esas interacciones y como el contenido matemático o el significado compartido de conceptos influye en el desarrollo de las discusiones que nos conducen a los acuerdos sociales.

Investigaciones diversas en el campo de la matemática educativa (García, 1998; Ávila, 1996; Hoyos, 1996; Cantoral y Farfán, 1998; Cordero, 2003; Zubieta, 1996; Pulido, 1998; Artigue, 1991) señalan la existencia de dificultades entre los estudiantes para tratar con cuestiones que exigen algún tipo de estrategia variacional. Es conveniente aclarar que con este estudio no pretendemos remediar ese estado de cosas. Tampoco pretendemos decir cómo se debe enseñar la noción de variación. Lo que intentamos es la comprensión del complejo y rico entramado de pautas de interacción, que se dan para producir conocimiento entre docentes y alumnos. Aunque se tiene como principal propósito la forma en la que participa el docente, es necesario aclarar que no es posible analizar la perspectiva del docente sin considerar a los alumnos, ya que ambos actúan como referentes de sus contribuciones y el significado de éstas dependen del contexto interactivo (Reséndiz, 2006). Particularmente hemos centrado la atención en la noción de *variación*, que no siendo un objeto explícito de enseñanza está presente en muchas de las prácticas discursivas.

Desde esta perspectiva se documentó sistemáticamente las formas en las que se comunica y negocia el significado de conceptos y procesos matemáticos en la clase de matemáticas. La investigación reportada (Reséndiz, 2004) pretende contribuir en esa dirección y por ello fijamos la atención en el papel que juega la explicación en la clase de matemáticas cuando se intenta enseñar conceptos y procesos matemáticos ligados con la noción de variación, ya que el discurso explicativo es el espacio donde se construyen e interpretan los significados, tomando en cuenta la interacción de naturaleza social que se realiza en la escuela. La construcción del conocimiento durante la interacción requiere del lenguaje usado socialmente, que en esta investigación describiremos como *discurso*.

El discurso es abordado desde múltiples formas que van desde el dominio de la lingüística a la didáctica (Sfard, 2002, Seeger, 2001, Ball, 1991). Por otro lado, las investigaciones sobre el discurso sostenido en la clase de matemáticas universitarias son escasas (Yackel, 2002; Sierpinska, 1994). En la educación básica está el caso de Pimm (1991), Mopondi (1995), Josse & Robert (1993). Además, el creciente interés por estudiar el papel de los contextos sociales de la cognición ubica al lenguaje como un medio que une lo cognoscitivo con lo social (Cazden, 1991). Otros trabajos conciben al lenguaje como una mediación cultural para el pensamiento y la acción expresados en prácticas cotidianas (Edwards & Mercer, 1987).

## 2 Descripción de la experiencia

Los participantes en la investigación fueron tres profesores que impartían la asignatura de Matemáticas I en áreas de ingeniería. Se platicó con cada uno de ellos, explicándoles que deseábamos observar y registrar la manera como enseñaban los conceptos de función y derivada.

A fin de lograr el propósito de la investigación, se desarrolló una actividad sistemática de observación prolongada; seleccionamos sólo el audio y registro etnográfico, después de que los profesores aceptaron participar de manera voluntaria. La observación fue llevada a cabo durante todo un semestre cuando los tres profesores, en cinco grupos, trataban del tema de *función y derivadas* ya que fueron considerados como modelo para el estudio de la variación. Finalmente, al momento del análisis nos ocupamos solamente de tres grupos de Matemáticas I en las carreras de Ingeniería.

La información se recabó mediante cintas auditivas sobre las discusiones que hubo en el aula durante el semestre, así como notas de campo. Esto permitió contar con una fuente de datos que nos facilitó obtener información de lo que sucede en condiciones “normales” en el salón de clase, al igual que un acercamiento con los profesores y con el grupo, pero sin provocar modificaciones importantes en las formas cotidianas de trabajo y de relación.

## 3 El problema de investigación

En la investigación, interesó comprender las tramas de relaciones entre el profesor, los alumnos y el contenido curricular. Por ello, debido a que consideramos al profesor como el portador del saber que habrá de

escenificarse en el aula, llevamos a cabo un amplio estudio sobre las formas de enseñanza que ocupan los profesores al abordar una idea matemática fundamental para el cálculo, pero compleja: la variación.

De esta forma queremos identificar los elementos discursivos a los que recurre el profesor para realizar su actividad docente, pues el discurso matemático escolar en el salón de clase proporciona un escenario al maestro y a los alumnos con el fin de representar, pensar, hablar, estar de acuerdo o en desacuerdo.

El objetivo principal de la investigación fue el de *localizar y analizar las maneras en que se introduce y desarrolla la noción de variación en situación de enseñanza en el nivel superior*. Así, una forma de abordar el estudio sobre la enseñanza de la variación es por medio del discurso en el aula. Es en el aula en donde la palabra se utiliza la mayor parte del tiempo. La comunicación y, específicamente, la interacción entre el docente y el alumno y alumno-alumno, se considera en la actualidad la base del proceso de aprendizaje (Tusón & Unamuno, 1999). Una de las maneras de tener acceso a la información sobre cómo se introduce y se desarrolla la noción de variación, es estudiando el discurso del profesor, pero también el discurso en la interacción social que se realiza en el aula. Por lo anterior, el problema de investigación se delimitó por medio de las siguientes preguntas: ¿Cuál es el papel que juega la variación en el discurso del profesor? ¿Qué sucede con la noción en la interacción?

Responder a dichas cuestiones, es necesario desarrollar perspectivas teóricas que sean útiles para interpretar y analizar la complejidad de las clases de matemáticas.

#### ④ Aspectos teóricos y metodológicos

Para realizar las observaciones, nos apoyamos en un punto de vista teórico: La situaciones didácticas y la transposición didáctica.

Brousseau (1987) desarrolló la teoría de situaciones didácticas, que engloba al conjunto de relaciones expresadas en el salón de clase entre el docente, los alumnos y el conocimiento; asimismo, pretende modelar y contrastar empíricamente los fenómenos didácticos que surgen en el ámbito escolar. Estas transformaciones son determinadas por relaciones casi siempre implícitas, reguladas por lo que Brousseau (1990) llamó *contrato didáctico*, al cual define como el conjunto de relaciones implícitas que regulan el funcionamiento de la clase de matemáticas y las interacciones entre el maestro y los alumnos.

Como en la comunicación de un saber a un público determinado se origina la modificación de tal conocimiento, al proceso en el que un saber pasa hacia un sitio didáctico se le denomina *transposición didáctica* Chevallard (1991). En sentido amplio, es un proceso con desarrollo más complejo en el que intervienen múltiples aspectos: en primer lugar, el profesor ha de adaptar sus propios conocimientos a los objetos a enseñar, luego debe instalarlos en el saber escolar y, por último, organizarlos temporalmente. Por consiguiente, necesita realizar una transición del *saber escolar* al *saber enseñado*, teniendo en cuenta que este último nunca es totalmente retenido por el estudiante sino que, a través de la relación didáctica entre el profesor y los alumnos, el saber enseñado se convierte en *saber del alumno*.

Un fenómeno importante a observar, ligado al control de la transposición didáctica, es el *envejecimiento de las situaciones de enseñanza*, cuyos patrones de interacción aluden a las relaciones entre el profesor, los alumnos y las propias situaciones. Se ha podido dar cuenta, en este estudio de tal fenómeno didáctico al interior del aula, pues en la interacción se modifican las situaciones de enseñanza.

Dada la posición teórica del trabajo, la perspectiva *etnográfica* resultó la más adecuada, ya que profundizamos en el papel del discurso en el aula. El enfoque etnográfico permite obtener información relevante del contexto de la clase, lo cual resulta notable para la interpretación. Tal perspectiva teórica admite que se realice un detallado estudio secuencial sobre las situaciones de enseñanza, a fin de describir el trabajo que se realiza en cada intervención que antecede o precede a otra situación de enseñanza. Este nivel de detalle, sin perder el contexto general de cada clase impartida en cada aula escolar particular, es en nuestra opinión el que permite reconstruir el sentido que tienen las intervenciones para los participantes.

## 5 Análisis y resultados

### 5.1. Las explicaciones y la noción de variación

Un concepto importante para la investigación es el de explicación. Sierpinska (1994) y Mopondi (1995) apuntan que las explicaciones didácticas son aquellas que ofrece el profesor o el alumno, y se dirige a un entendimiento con bases más familiares y frecuentes en la enseñanza. Ofrecen una o más razones para volver comprensible un dato, fenómeno, resultado o comportamiento (Duval, 1999).

Para estudiar los recursos o elementos discursivos empleados por los profesores al abordar la noción de variación, dirigimos el análisis hacia las situaciones donde explican con claridad los diferentes temas de estudio, *función y derivada*; también atendimos las explicaciones de los alumnos, sus demandas de una mayor exposición y cómo se modifica la explicación durante la interacción. Para ello, optamos por enfocar la atención en el papel de las explicaciones durante la clase de matemáticas, cuando se pretende enseñar conceptos y procesos matemáticos ligados con la variación.

De este modo pretendemos identificar las explicaciones didácticas, los elementos discursivos y la negociación de significados a los que recurre el profesor, tomando en cuenta que el discurso matemático escolar en el salón de clase proporciona un escenario para el maestro y los alumnos a fin de que representen, piensen, hablen, estén de acuerdo o no.

Un primer asunto que interesó explorar fue el concerniente a las ideas que tenían los docentes sobre la noción de variación, con base en las explicaciones que formularon en el salón de clase y cómo se modificaron en la interacción discursiva para llegar a acuerdos sociales. Algunas secuencias discursivas fueron cortas y otras un poco más largas; sin embargo, la interacción que se genera en el aula hace complicado recortar y elegir sólo la explicación del docente.

En las explicaciones que dan los profesores, la noción de variación desempeña los siguientes papeles:

- Cuando emplean la tabulación como variación numérica.
- Al momento de construir gráficas, como la variación de un punto de referencia.
- En sus expresiones verbales con referencia a situaciones cotidianas.
- Mediante el empleo de parámetros como variables principales.
- En los casos donde la derivada es vista como covariación o comparación a/b.

## 5.2. *Los acuerdos sociales y la construcción de explicaciones*

Debido a su carácter interactivo, las explicaciones didácticas, en especial sobre la variación, se pueden orientar hacia la construcción de acuerdos sociales entre los participantes en el aula. Estas explicaciones tienden a comprender una idea o noción para tratar de encontrar las causas que lo provocan o permiten entenderlo y llegar a un acuerdo. La naturaleza interactiva del escenario educativo, repleta de actores, de guiones y de escenas diversas, siempre dejan margen para lo imprevisto, la novedad y la improvisación.

La importancia de este tipo de investigaciones radica en que estas representaciones determinan el quehacer del profesor. Estas representaciones

influyen en el profesor, en la elección de su estrategia de enseñanza, en donde el saber que entra en el aula se transforma o modifica (fenómeno ligado al control de la transposición didáctica). Estas modificaciones son determinadas por las relaciones que se dan en el aula entre el profesor y los alumnos ya que cuando las situaciones de enseñanza no le funcionan el docente las modifica, en cierto sentido, para continuar con la dinámica de interacción discursiva en el aula y tratar de mantener el acuerdo social; relaciones casi siempre implícitas, reguladas por lo que Brousseau llamó “contrato didáctico”.

Ahora bien, consideramos como unidad de análisis natural a la *clase completa* en la que se delimita y trabaja el contenido de un tema curricular dentro de la jornada escolar. Seleccionamos secuencias discursivas donde se pudieran identificar las actividades y las explicaciones de los profesores frente al contenido en que aparece la noción de variación. Esta secuencia es larga, en la medida de lo posible, se ejemplificará las explicaciones entorno a la noción de variación y se analizará la orientación del docente hacia *acuerdos sociales* en el aula cuando el profesor explica el tema de funciones cuadráticas y surge un conflicto.

#### Extracto 5.51

P: La expresión más básica, perdón la expresión básica que vamos a considerar es la siguiente  $f(x) = x^2$  a eso le vamos a llamar una función básica de las funciones cuadráticas, para conocerla vamos a tabularla y de ahí partimos para hacer su gráfica, ... vamos localizando los puntos. Bueno ya tenemos su gráfica, lo que observamos es que la podemos evaluar en cualquier número, un racional, un entero, un irracional ¿verdad? ... podemos empezar a aplicar las propiedades que ya hemos visto ¿cuáles propiedades? Pues las propiedades del manejo de gráficas, por ejemplo, vamos a realizar esta gráfica  $f(x) = x^2 + 2$ , ¿qué le hace el 2?

As: La sube

P: ¿cuánto la vamos a subir?

As: 2

La explicación del profesor acerca de la función cuadrática, que él llama básica,  $f(x) = x^2$ , la grafican por medio de la *tabulación* donde la intención del profesor es que se vaya reconociendo que le hace el 2 al sumarlo a la función básica. El profesor busca llegar a un acuerdo al preguntar, en voz alta ¿qué le hace el 2? él busca que todos expresen su opinión. El docente acepta la respuesta de la mayoría (a coro: la sube), pero vuelve a pedir la opinión de los alumnos con lo que busca su orientación hacia un acuerdo social. Primero se tabula la función y una vez que las reconocen los alumnos, el profesor los lleva a que utilicen lo que él denomina: técnica de graficación. La intención del docente es que manipulen el vértice como un punto de referencia; esto es, la explicación

del profesor sobre la noción de variación está la idea de comportamiento de los puntos intermedios y luego la variación de un punto de referencia.

Enseguida, el docente propone un ejercicio que consiste en graficar las siguientes funciones:

$$f(x)=x^2, f(x)=x^2+1 \text{ y } f(x)=(x+1)^2$$

En el inicio de este extracto el docente solicita que pase un estudiante al pizarrón a graficar las funciones. Esta estrategia de pasar a un alumno al pizarrón es una forma de buscar acuerdos con el resto del grupo. La solicitud del docente fue atendida y pasó voluntariamente un alumno y el docente le sugiere que directamente grafique la función  $f(x)=x^2+1$ , (técnica de graficación), esto quiere decir, recorrer el vértice 1 unidad hacia arriba, esto es, la variación de un punto de referencia.

El conflicto surge al graficar  $f(x)=(x+1)^2$ , a continuación se presenta el extracto:

Am: Oiga este va a ser igual  $f(x)=(x+1)^2$ , lo va a elevar

P: Tienen que ir tabulando, póngase a tabular  $x$  y  $y$ , -3 donde está  $x$  va a poner -3

Am: ¿Qué está mal?

P: Cómo encontró el 10

Am: Bueno, o sea lo factorizo ó lo dejo así nada más

As: Está mal, está mal

El alumno inicia el tercer ejercicio pero su estrategia, para tabular la función, consistió en desarrollar el binomio al cuadrado, esto crea un conflicto que se verá en los extractos siguientes. El profesor le dice que hay que tabular y el alumno no entiende dónde está el error y pregunta: “¿qué está mal?”. El alumno está demandando una explicación de parte del docente para aclarar dónde estuvo el error. A coro algunos miembros del grupo le dicen que está mal, hay un desacuerdo con el procedimiento del alumno. El profesor tampoco acepta el desarrollo del binomio y pregunta al alumno que cuál es el objetivo de hacer el desarrollo y el alumno le dice que para poder tabular la función.

P: Primero hay que aclararle a usted varias cosas, mire,

Am: Para desarrollar el binomio al cuadrado

P: Sí pero para qué ¿cuál es el objetivo de hacer eso? Por qué lo hizo así, lo que usted crea, o sea no importa

Am: Para poder tabular ¿no?

P: Para poder tabular, eso piensa, es muy importante el saber por qué se hacen las cosas, siempre debe de haber un por qué, el comenta que para poder tabular. Eso nos sirve mucho como profesor para tomarlo en cuenta

As: Eso está mal

El profesor hace una reflexión, dice que es muy importante saber por qué se hacen las cosas y que eso nos sirve mucho como profesor para tomarlo en cuenta. De nueva cuenta a coro, algunos miembros del grupo están rechazando lo realizado por el alumno y se mantiene el desacuerdo.

El docente intenta regresar a la idea original que era la tabulación, argumenta que la tabulación implica evaluación por lo que ejemplifica con la evaluación para el valor de  $-3$ , sustituye y encuentra el valor con la ayuda de la mayoría. La manifestación del profesor contra el desarrollo del binomio no impide que el alumno cuestione su explicación y continúa el desacuerdo.

Am: ¿Entonces todo esto está mal?

P: Pudieran ustedes hacer en un momento dado, hacer este desarrollo matemático, pero comúnmente los desarrollos matemáticos en este tipo de situaciones se hacen para reducir la expresión, más no para agrandarla... fíjense que no es el único que está trabajando así, eso es lo que más me extraña, que hay compañeros que están desarrollando el binomio, si ustedes me ayudaran ¿porqué lo hacen, porqué lo desarrollan?

Así nuevamente aparece una doble función en una frase: “¿Entonces todo está mal?”, en este caso la de dialogar simultáneamente con las versiones distintas. Por un lado la versión del docente y por otro lado la del alumno. El profesor cede un poco al decir que en un momento dado se puede hacer este desarrollo matemático, estos se hacen para reducir la expresión, más no para agrandarla.

El profesor se da cuenta de que no sólo el alumno que está en el pizarrón hizo este desarrollo, también algunos más. Los recursos discursivos del profesor para orientar hacia un acuerdo grupal parecería conducir a un debate con los alumnos que desarrollaron el binomio, más que llegar a un acuerdo.

Al final del extracto anterior el profesor busca el acuerdo social al preguntar, en voz alta, por qué desarrollan el binomio. Esta pregunta nuevamente conduce a la participación de varios alumnos defendiendo su postura,

Am: Va a salir lo mismo ¿no? en otra forma si usamos el binomio  $(-3)(-3)=9$ ,  $2(-3)+1$  sale 4 positivo. Si usamos el binomio como quiera va a salir lo mismo.

P: Si yo entiendo eso, lo que yo estoy preguntando es ¿por qué desarrollaron el binomio? los que hicieron claro, no hay ningún comentario aparte de su compañero alguien que lo haya desarrollado que me diga porqué lo hizo

Am: Por lo mismo que dice la función  $f(x) = (x+1)^2$  o sea,

Af: Porque siempre que nos ponen el binomio tendemos a desarrollarlo

Af: Yo pienso que muchos lo desarrollamos porque ya lo hacemos de forma mecánica, siempre que nos ponen el binomio de productos lo que tendemos a hacer es a desarrollarlo únicamente.

P: Sí, ese si es un buen comentario, dice que eso nos ayuda a nosotros como profesores, nos ayudan ese tipo de comentarios, porque así sabemos más o menos como actuar en lo siguiente. Aquí lo que tratamos de hacerles es una tabulación, o sea una evaluación...

El alumno que está al frente explica que va a salir lo mismo si se desarrolla o no el binomio, intenta defender su postura ante el profesor y algunos de sus compañeros, para ello propone un ejemplo al evaluar con -3 en el binomio y -3 en la función original y muestra que el resultado es el mismo pero no logra convencer al profesor.

Por un lado hay un acuerdo entre el profesor y algunos alumnos en que sale lo mismo, por otro el docente defiende su postura, lo que él ha denominado la técnica de graficación que después de hacer la tabulación y reconocer el comportamiento de la función se usa la técnica y no se podría usar esta técnica con el binomio desarrollado. Se podría decir que han llegado a un acuerdo, aunque el alumno que está en el pizarrón se resiste a modificar su procedimiento,

Am: Lo corrijo o así lo dejo

El docente le dice que lo corrija y solicita al alumno que marque un punto (-1, 0) que sería el vértice; ese punto va a ser de gran utilidad porque es un punto de referencia el cual se moverá, esto es, variación de un punto de referencia.

Se puede decir que la participación de los estudiantes está orientada hacia los acuerdos sociales, pues aunque ellos no dejan de manifestar algunos desacuerdos, al mismo tiempo parecen estar conscientes de que se está organizando un acuerdo social en torno a hacer o no el binomio al cuadrado. Los extractos arriba mencionados, ejemplifican la complejidad de los acuerdos sociales, esto es, se puede concluir que las versiones verbalmente aceptadas no necesariamente representan versiones compartidas. En el aula se crea un discurso construido tanto por el maestro como por los alumnos. A partir de la teoría de situaciones didácticas, se destaca la necesidad de que la situación de aprendizaje genere una serie de interacciones que hagan funcional la comunicación y el intercambio de ideas. En tal sentido, la situación que se presenta en el aula está estrechamente ligada con la búsqueda de una explicación satisfactoria.

Para finalizar la clase, se presenta un titubeo al acuerdo social ya que surge una pregunta que hace que el profesor modifique una vez más su discurso.

Am: Maestro ¿siempre se va a poder hacer?

El alumno se refiere a la graficación de funciones. El docente explica que no basta con las técnicas de graficación, ni la tabulación, que se necesita el cálculo. El docente modificó la situación de enseñanza, fenómeno de envejecimiento de

las situaciones de enseñanza, que giraba en torno a la graficación. Recurrió al cálculo, a la derivación, a los máximos y mínimos para graficar una función y para poder proporcionar una explicación.

El desacuerdo de varios alumnos, como en este caso, influye definitivamente en los recursos discursivos que el docente tiene que usar y con esto orientar el contenido del discurso posterior en el contexto creado en la interacción. Otro aspecto importante que puede concluirse de este análisis es la fuerte presencia de las intervenciones de los alumnos en la dinámica en el aula, ya que las intervenciones de ellos logran *modificar*, en diversas ocasiones el discurso del profesor.

## 6 Discusión y resultados

Durante las clases se registraron cinco tipos de explicación en las que pudo apreciarse la noción de variación:

- El modelo numérico
- El modelo de la representación geométrica
- El modelo algebraico
- El modelo de la comparación  $a/b$
- El modelo del lenguaje natural

Estas fueron las representaciones o modelos que utilizaron los docentes para explicar los contenidos.

La noción de variación, que es el centro de estudio en la investigación, se apoya fuertemente en la variación numérica y el modelo más socorrido fue el de la tabla de valores. Insistimos en que estos recursos no forman parte de lo que típicamente se considera el contenido matemático de una clase, sino son los recursos con los que se amalgama la explicación en aula. La función no es la tabla, ni la fórmula, ni la gráfica, sino una relación de correspondencia específica. Su representación no es el concepto, pero es a través de estas que el profesor lo hace aparecer en clase.

Estas formas de explicar la noción de variación en aula, se crean bajo el discurso construido tanto por el maestro como por sus alumnos, atendiendo a la especificidad del saber en juego. Según se sostiene en la teoría de las situaciones didácticas, donde se destaca el hecho de que la situación de aprendizaje genere una serie de interacciones que hagan funcionales la comunicación y el intercambio de ideas. En tal sentido, los episodios que se analizaron en el aula están estrechamente ligados con la búsqueda de una explicación satisfactoria para los actores de una interacción didáctica.

Cuando el aprendizaje se produce en un marco grupal, de interacción, la razón que justifica este avance en los conocimientos está en los pequeños o los grandes conflictos. Las discusiones, las contradicciones, las decisiones contrapuestas, etc., son casi los aspectos que uno recuerda como lo más costoso del trabajo grupal.

Al surgir un problema, el grupo lo enfrenta no sólo con sus posibilidades intelectuales; también entran en juego mecanismos sociales y de poder. Precisamente por esto, resulta clave tomar en cuenta todos los factores que intervienen en la influencia social.

Si se presentan situaciones de conflicto en el aula, la interacción discursiva adquiere mayor importancia ya que las explicaciones se van construyendo entre los participantes, manteniendo el acuerdo social como perspectiva, en donde no necesariamente se llega a divergencias de ideas.

## Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1991). Analysis. In D. Tall (Eds.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 167-198). Mathematics Education Library. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ávila, R. (1996). Detección de algunos obstáculos que dificultan la asimilación y manejo de los conceptos presentes en el análisis y comprensión de los problemas sobre variación. *Publicaciones Centroamericanas*, 10 (1), 121-126.
- Ball, D. L. (1991). What's all this talk about discourse? *Arithmetic Teacher*, 39 (3), 44-48.
- Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian análisis. En H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A. Sierpiska (Eds.), *Lenguaje and communication in the mathematics classromm* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.
- Brousseau, G. (1987). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9 (3), 309-336.
- Cantoral, R., Farfán, R., (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon 42*, Vol. 14 (3), 353-369.
- Cazden, C. (1991). *El discurso en el aula: el lenguaje de la enseñanza y del aprendizaje*. España: Paidós.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposition Didactique*. Francia: La Pensée Sauvage éditions.
- Cordero, F. (2003). *Reconstrucción de significados del Cálculo Integral: La noción de acumulación como argumentación*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. 269 págs. ISBN 970 625 115 4.
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Edwards, D. & Mercer, N. (1987). *El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula*. Barcelona: Paidós.

- Farfán, R., Borello, M., Lezama, J. (2008). Relazione tra le concezioni e le idee del docente e l'apprendimento dell'allievo nel caso delle disequazioni. Lo stato dell'arte. *La Matematica e la sua Didattica* 3, 331-361.
- Forero, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7 (3), 787-805.
- García, M. (1998). *Un estudio sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos en el aprendizaje del cálculo*. (Tesis inédita de Maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Hoyos, V. (1996). *La transición del pensamiento algebraico procedimental básico al pensamiento algebraico analítico*. (Tesis inédita de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Josse, E. & Robert, A. (1993). Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 14 (2), 119-154.
- Mopondi, B. (1995). Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 15 (3), 7-52.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pimm, D. (1991). *El lenguaje matemático en el aula*. España: Morata.
- Pulido, R. (1998). *Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar*. (Tesis inédita de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Rebollo, (2001). *Discurso y educación*. España: Mergablum.
- Reséndiz, E. (2004). *La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar*. (Tesis inédita de doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 435-458.
- Sfard, A. (2002). Learning mathematics as developing a discourse. En R. Speiser, C. Maher, (Ed.) *Proceedings of 21<sup>st</sup> conference of PME-NA* (pp. 23-44). Columbus, Ohio: Clearing House for Science, mathematics, and environmental education.
- Seeger, F. (2001). Discourse and Beyond: on the Ethnography of Classroom Discourse. En H. Steinberg, M. Bartolini, A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (pp.85-101). USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. Studies in Mathematics Education. London: The Falmer Press Ltd.
- Tusón, A. & Unamuno, V. (1999). ¿De qué estamos hablando? El malentendido en el discurso escolar. *Revista Iberoamericana de Discurso y Sociedad*, 1 (1), 13-21.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analysing the teacher's role in collective argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 423-440.
- Zubieta, G. (1996). *Sobre número y variación: antecedentes del cálculo*. (Tesis inédita de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

## **Autora:**

---

**Evelia Reséndiz Balderas.**

Universidad Autónoma de Tamaulipas, Tamaulipas, México.

erbalderas@uat.edu.mx