

MARIA APARECIDA VIGGIANI BICUDO, MAURICIO ROSA

## EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA REALIDADE DO CIBERESPAÇO – QUE ASPECTOS ONTOLÓGICOS E CIENTÍFICOS SE APRESENTAM?

MATHEMATICS EDUCATION A REALITY OF CYBERSPACE – WHAT ARE THE ONTOLOGICAL AND SCIENTIFIC ASPECTS?

RESUMEN. La pregunta que guía este artículo es “¿Qué es este espacio virtual en el proceso de la Educación Matemática en línea?” Nos centramos en la cuestión de lo real y lo virtual donde los asuntos son tomados como constitutivos del ciberespacio. Investigamos estas nociones en la historia de la filosofía, buscando su significado en Granger, para poder entenderlos y adecuarlos en el ámbito de la Educación Matemática. Así, afirmamos, en este artículo que la teórica y la filosófica de la virtualidad del ciberespacio se sustentan en la pantalla de la información, construido por la unificación de las ciencias (Matemática), la tecnología y sus aplicaciones. Los programas de computación y las medidas adoptadas por los sujetos (Internet) actualizan la capacidad de estos programas en una variedad de características y posibilidades, así como las interconexiones del espacio-tiempo fluido, también durante el proceso matemático educativo.

PALABRAS CLAVE: Educación Matemática, ciberespacio, realidad virtual.

ABSTRACT. The question that leads this article is “What is this virtual space in the on-line mathematics education process?” We focus on the question of the real and virtual as issues taken as components of cyberspace. We investigate these notions in the history of philosophy, looking to Granger to find their meaning, to enable us to understand them and fit them into the sphere of Mathematics Education. This theoretical-philosophical article, then, claims that the virtuality of cyberspace is supported by the computer screen, built by the unification of the sciences (mathematics), technology and its applications. Software and the actions taken by Internet users update the capability of these programs in a variety of characteristics and possibilities such as space-time flow interconnections as well as during the mathematics education process.

KEY WORDS: Mathematics Education, cyberspace, virtual reality.

RESUMO. A pergunta que orienta este artigo é “O que é este espaço virtual no processo de Educação Matemática online?” Focalizamos a questão do real e do virtual enquanto aspectos tidos como constitutivos do ciberespço. Investigamos estas noções na história da filosofia, buscando seus significados em Granger, para entendê-los e adequá-los na esfera da Educação Matemática. Assim, este artigo teórico-filosófico afirma que a virtualidade do ciberespço está sustentada na tela informacional, construída pela unificação da ciência (Matemática), da tecnologia e suas aplicações. Os programas computacionais e as ações efetuadas pelos sujeitos (internautas) atualizam a

potencialidade desses programas numa multiplicidade de características e possibilidades, assim como as interconexões do fluxo espaço-temporal, também durante o processo de educação matemática.

PALAVRAS CHAVE: Educação Matemática, ciberespaço, realidade virtual.

RÉSUMÉ. La question centrale de cet article est la suivante : « comment définir l'espace virtuel présent dans le processus de l'Didactique des Mathématiques en ligne? ». Nous avons basé notre réflexion sur les différences entre réel et virtuel où la problématique est considérée comme constitutive du cyberspace. Nous avons procédé à des recherches sur ces notions dans l'histoire de la philosophie et nous avons cherché leur signification chez Granger. Ceci nous a permis de les comprendre et de les adapter au domaine de l'apprentissage des mathématiques. En conséquence, nous affirmons, dans cet article, que la partie théorique et philosophique de la virtualité du cyberspace repose sur les informations affichées sur un écran, lui-même produit des sciences (Mathématiques), de la technologie et de leurs applications. Les programmes informatiques et les décisions prises par les sujets (internauts) actualisent les capacités de ces outils informatiques, les caractéristiques et les possibilités d'actualisation étant multiples ainsi que les interconnexions au sein du continuum espace-temps pendant le processus éducatif des mathématiques.

MOTS CLÉS: Didactique des Mathématiques, cyberspace, réalité virtuelle.

## 1. QUESTÕES LEVANTADAS A RESPEITO DA REALIDADE DO ESPAÇO VIRTUAL

A pergunta que levantamos e que nos manteve no caminho da investigação deste tema é 'o que é isto, a realidade virtual no processo de Educação Matemática Online?'

Ora o que estamos querendo dizer com essa pergunta? Nossa intenção é compreender o significado de realidade quando se trabalha em educação, notadamente a Educação Matemática, com a realidade do ciberespaço. Compreendendo que a concepção ontológica sustenta modos de proceder em geral, como na ciência, na religião, no cotidiano etc., portanto, inclusive na educação. Dessa forma, no texto trazemos considerações e argumentos sobre aspectos ontológicos da realidade em que se vive no ciberespaço e sobre questões de âmbito pedagógico.

O sentido da primeira parte dessa indagação é compreendido no conjunto dos trabalhos de autores que tratam do mundo cibernético e abordam questões sobre realidade, conhecimento, e outros temas significativos, como Castells (2005), Lévy (1995), Turkle (1989, 1997), Likauskas (2005), Lopes (2005), entre outros. Com os autores que tratam desse assunto, é apresentada a concepção de que a realidade virtual não se refere à realidade do espaço e tempo comum, mas que se trata de algo diferente. A dificuldade de nomeá-la é tão grande que o nome atribuído é Realidade Virtual (RV) seguido de descrições a respeito de suas características.

Perguntamos, então, como compreender o ‘onde’ ocorrem as relações intersujeitos estabelecidas no ciberespaço? Quais são suas características e como o espaço virtual é constituído? É possível trabalhar pedagogicamente em relação à matemática, situando-nos no ciberespaço? Buscamos, com essas perguntas, caracterizar a RV e, então, abordar a possibilidade de trabalhar pedagogicamente com a matemática, situando-nos no ciberespaço. Essa busca tem como norte as indagações que aparecem ao fixarmos nosso olhar sobre a segunda parte de nossa questão principal, ou seja, ao contextualizamos a Educação Matemática Online.

Para darmos conta dos questionamentos levantados, realizamos uma pesquisa em autores que escrevem sobre cibernética, em textos de filósofos que falam de aspectos do real e do atual concernentes à realidade assumida de um ponto de vista ontológico, notadamente na ciência. Lévy (1995), por exemplo, discute o que é virtual e Lévy (2000a) debate aspectos da cibercultura, a qual, segundo ele, “[...] expressa o surgimento de um novo universal, diferente das formas culturais no sentido de que ele se constrói sobre a indeterminação de um sentido global qualquer” (Lévy, 2000a, p.15). Esse autor levanta questões acerca de aspectos do ciberespaço como virtualidade e cibercultura, abordados em diferentes dimensões. Nós focamos ainda a Educação Matemática Online, uma vez que esse tema tem se revelado como significativo e relevante. Significativo no campo da pesquisa e da prática educacionais, na medida em que são levantadas questões sobre: aprendizagem, relação aluno-professor-computador, construção do conhecimento em rede, dentre muitos. Relevante, pois o leque de aspectos tratados por diferentes autores, ao redor do mundo, é amplo, o que pode ser constatado em Dye (2000), Hutchinson (2002), Engelbrecht & Harding (2004, 2005a, 2005b), Santos & Borba (2007), Borba & Malheiros & Santos (2007), Rosa & Maltempi (2008), Borba & Llinares (2008) e Lezama (2008), por exemplo.

Entretanto, ao falar de Educação Matemática online, entendemos que esse campo ainda se mostra como novo em termos de investigações que foquem o “como fazer” e que o transcendam, explicitando características dos modos de se estar conectado à rede de computadores (World Wide Web - WWW) em atividades que privilegiam a educação, em específico a Educação Matemática. Conforme Engelbrecht & Harding (2005a, p.253), “*Internet education in mathematics is developing as a new mode of teaching with its own characteristics and possibilities, different from any traditional way of teaching*”. Vemos que a Internet cria possibilidades e características próprias para o ensino de matemática. Borba & Llinares (2008, p.191) levantam questões sobre o processo de Educação Matemática Online ao, por exemplo, perguntarem: “*What are the different models of organizing online courses, and what are the consequences for learning*

*mathematics, learning knowledge for teaching and constituted communities of learning?*”. Essas questões têm servido de base para a realização de muitas pesquisas sobre a formação de professores de matemática que atuam em ambientes online em programas de educação a distância (EaD). Além disso, as pesquisas geradas em torno dessas perguntas podem dar sustentação e alimentar discussões em cursos que já estão em operação há mais de sete anos e que, em um dado momento, passam a ser online, como a Pós-Graduação em Educação Matemática Online do Instituto Politécnico Nacional no México (Lezama, 2008).

Compreendemos que a comunicação via rede de computadores é um dos aspectos diferenciados e com características próprias trazidas pelo mundo cibernético à Educação a Distância online e, conseqüentemente, à Educação Matemática online. Especificamente, a comunicação via rede ocorre em dimensões espaços-temporais que não se deixam aprisionar em explicações da ciência positivista, pontuando o espaço e marcando o tempo. Dadas as dificuldades de se explicar essas dimensões, o tempo é abordado como intemporal, cuja idéia pode ser compreendida com Castells (2005):

[...] a temporalidade dominante de nossa sociedade, ocorre quando as características de um dado contexto, ou seja, o paradigma informacional e a sociedade em rede causam confusão sistêmica na ordem seqüencial dos fenômenos sucedidos naquele contexto. Essa confusão pode tomar a forma de compressão da ocorrência dos fenômenos, visando à instantaneidade, ou então de introdução de descontinuidade aleatória na seqüência. A eliminação da seqüência cria tempo não-diferenciado, o que equivale à eternidade (Castells, 2005, p. 556).

A temporalidade da comunicação via rede de computadores sugere, também, uma espacialidade diferenciada, a qual se destaca como outro aspecto particular, pois segundo Machado (2005):

A educação online torna livre o espaço no qual o conhecimento é construído. Nos ambientes virtuais e das telecomunicações praticamente não há limites impostos por políticas e legislação dos Estados. Se todos os alunos estão em um mesmo espaço virtual, mesmo que geograficamente separados, é difícil estabelecer a dimensão da distância no âmbito da educação online, mesmo porque não existe distância a ser percorrida (Machado, 2005, p. 2).

Logo, temporalidade e espacialidade, e outros aspectos relacionados a essas concepções e modos de dispormo-nos ao mundo, interferem na concepção de realidade virtual, como tratada pela literatura vigente sobre esse assunto, a qual será objeto de nossa discussão no âmbito da Educação Matemática.

Além da temporalidade e espacialidade, mencionamos também os “modos de sermos” nessa espacialidade e temporalidade, os quais se mostram em processos de relacionamentos entre pessoas via rede, que se estendem em dimensões de sociabilidade online e que são passíveis de ser compreendidos em estudos da geração net (Rosa, 2008). Há inúmeros grupos que possuem, mesmo estando à distância, vínculos sociais, os quais se mantêm de acordo com seus interesses, muitas vezes, profissionais e educacionais. Salas de bate-papo tornam-se locais para a troca de informações, para a construção de conhecimento e para o desenvolvimento de novas amizades. São locais onde são promovidos diversos encontros, os quais mantêm uma sociabilidade mediada pelo computador, via rede de computadores. Dornelles (2004) garante essa sociabilidade quando diz:

Pesquisando a sociabilidade mediada por computador e realizada via internet, a partir de chat de comunicação, percebi uma série de questões. A principal delas talvez seja o estreitamento das dimensões on e off-line, que marca a vivência dos internautas. O chat adquire o status de lugar, como se fosse um entre tantos outros pontos de encontro da cidade. A vivência do indivíduo no ciberespaço é tão dramática, emotiva e complexa quanto à interação face a face.

Modos de viver tempo e espaço, estabelecendo interações no ciberespaço também possibilitam novas formas de diversão e entretenimento, abertas pela simulação potencializada pelo computador como fonte de aprendizagem, uma de suas muitas faces.

Segundo Turkle (2005):

Os virtuosos dos computadores sempre tinham explorado os sistemas informáticos desta forma experimental, “lúdica”. [...] tipo de aprendizagem através da exploração [...] [na qual] as pessoas aprendiam a aprender através da acção directa e das respectivas consequências (Turkle, 1997, p. 51).

Essas colocações e argumentações nos fazem debater a respeito da RV e sua presença na Educação Matemática, de forma a perguntamos “que realidade é essa?” e “em que ela influencia, mobiliza, interfere, ou seja, marca o processo de Educação Matemática?” Seguindo essa linha de raciocínio, também perguntamos “quais são os horizontes que essa ‘nova’ realidade vislumbra para os processos de ensino e aprendizagem de matemática?”

A começar, sabemos que o que é projetado na tela de um computador e a força de ações possíveis de serem desencadeadas e efetuadas é a mesma realidade mundanamente vivida com as pessoas. Apenas nos deparamos com dimensões e características diferenciadas de o real ser.

Realidade mundana concerne à realidade vivida no mundo<sup>1</sup> onde sempre nos encontramos, conforme o explicitado por Heidegger (1988) em “Ser e Tempo”. Para esse autor somos “seres-aí-no-mundo-com”, expressão que conecta as palavras por hífens e cujo conceito diz de uma totalidade “ser-aí-no” – entendido como um ser de possibilidades que se efetua no aí, abertura para modos de viver espaço e tempo na circunvizinhança onde está sempre com os outros. Mundo entendido como abertura que também se realiza espacial e temporalmente, materializando-se como um solo histórico e cultural que nos permite compartilhar experiências em diálogos diretos, dos quais a fala do corpo, pelos gestos, é importante para a compreensão do dito, do intencionado, do compreendido, do interpretado e do comunicado.

Desviando o olhar das experiências em suas diferentes modulações que ocorrem em contatos presenciais diretos e focando-as na RV vemos que entre as pessoas são estabelecidos relacionamentos de diferentes modalidades. A um primeiro olhar, nós tendemos a conceber os relacionamentos assim estabelecidos como sendo diferentes daqueles que se dão em diálogos diretos, quando o outro é percebido em seu copo-encarnado<sup>2</sup>, ou seja, como uma totalidade, que sente, fala, se locomove intencionalmente. Totalidade essa exposta pelos gestos e palavras acompanhadas de nuances afetivas, de amor, ódio, medo, etc. Tendemos a caracterizar a comunicação que ocorre na RV como expressa pela linguagem estruturada pela lógica que sustenta os programas computacionais, imprimindo distanciamento e objetividade à comunicação intersubjetiva.

Entretanto a um olhar mais demorado, compreendemos que essas relações são mantidas por objetivos diversificados. Tratam-se de relações diversas, como: de afeto, comerciais, de troca de informações, de busca de pares para certos objetivos, como construção de conhecimento sobre um tema específico, jogos, relações de ensino e de aprendizagem, de psicoterapia. Englobam atividades que conduzem a uma profunda percepção de si pela percepção do outro, visto como igual, ou seja, como corpo-próprio, encarnado, estando lá, junto ao seu computador e comigo, ligado pela comunicação via computador; e a minha própria percepção sobre mim

---

<sup>1</sup> Mundo não é um recipiente, ou uma coisa, mas um espaço que se estende na medida em que as ações são efetuadas e o horizonte de compreensão se expande, enquanto o sentido vai se fazendo Merleau-Ponty (1994) concebe o corpo-próprio como totalidade que realiza sempre um movimento intencionado, visando a dar conta de exigências percebidas ao estar junto ao mundo ou à necessidade de efetuar escolhas viáveis consideradas no âmbito do leque de “possíveis” antevistos para cada um.

<sup>2</sup> Merleau-Ponty (1994) concebe o corpo-próprio como totalidade que realiza sempre um movimento intencionado, visando a dar conta de exigências percebidas ao estar junto ao mundo ou à necessidade de efetuar escolhas viáveis consideradas no âmbito do leque de “possíveis” antevistos.

mesmo, que estou aqui, junto ao meu computador e com ele, o outro, que está lá e com quem me comunico também via computador. São relacionamentos estabelecidos com tal intensidade que pessoas se envolvem, apaixonam-se pelo que estão fazendo ou pelos personagens presentes aos diálogos ou às situações vividas por meio da mídia e com a mídia (Rosa, 2008).

Compreendemos, também, que essas interações são marcadas por dimensões temporais que não seguem a lógica do tempo linear. Elas podem ocorrer em um mesmo tempo cronológico, desde que se tome algum referencial como parâmetro, como, por exemplo, 10 AM de Nova York, e em tempos cronológicos diferentes, quando as pessoas respondem aos e-mails em outros momentos horas, dias, etc., mas tendo como articulação o enredo colocado na correspondência emitida.

Nesse movimento de ser-aí-no-mundo-com-o-outro, quando o mundo é assumido como a efetivação das possibilidades que se abrem mediante ações cujas práticas, relacionamentos, compreensões, comunicações se materializam histórica e culturalmente, também são englobadas as experiências vividas em um mundo constituído por bytes. Demorando nosso olhar nesse mundo, vemos que as possibilidades de ações e compreensões ao se estar-com-o-outro e no aí, ou seja, na abertura do mundo, se desdobram e ampliam. É possível criar cenários de maneira livre, sem a presença de obstáculos que se levantam na dimensão do apenas presencial e que se configuram nas dimensões de tempo e de espaço pontuais.

Compreendemos a RV como um modo de viver a vida na dimensão do humano, cujas relações se presentificam nessa dimensão da realidade e se dão em um espaço mundano caracterizado em termos do espaço-tempo concebido nos moldes da Física Contemporânea, cuja materialização é possibilitada pelas tecnologias. Nós a compreendemos como um modo de viver a vida na dimensão do humano, como ela é, mesmo que as relações presentificadas nessa dimensão da realidade se dêem em um espaço mundano que deve ser caracterizado em termos do espaço-tempo possibilitado pelas tecnologias e concebido de modo diferente daquele que a física clássica compreende.

Focando processos educacionais online, temos que um espaço configurado pelo “ser-com-tecnologias” acolhe diferentes formas de produzir o conhecimento e, no caso específico de educadores matemáticos, conhecimento matemático. Entendemos, ainda, que há uma potencialização que age na dialética estabelecida entre sujeito (s) da aprendizagem e tecnologias. Com isso, o processo de ensino e de aprendizagem realizado no âmbito da Educação Matemática, trabalha as possibilidades ampliadas de percepção, compreensão dos objetos matemáticos e de modos de produzir conhecimento. Afirmarmos que os programas computacionais

e as ações efetuadas pelos sujeitos (internautas<sup>3</sup>) atualizam a potencialidade desses programas em uma multiplicidade de possibilidades, de interconexões espaço-temporais fluidas, as quais na realidade do ciberespaço amplificam o processo educacional matemático.

A seguir passamos a especificar pontos importantes das afirmações acima expostas, buscando dar maior visibilidade e sustentação às idéias articuladas sobre RV em termos de aspectos ontológicos e científicos e possibilidades que se abrem à Educação. Primeiramente, desdobraremos as concepções ontológicas e científicas que se mostram ao se estudar a realidade do espaço virtual. Depois, trataremos dos aspectos concernentes à Educação.

## 2. COMO SE CONSTITUI A REALIDADE DO CIBERESPAÇO?

O 'onde', isto é, a realidade em que ocorrem as experiências subjetivas e intersubjetivas pela e com a mídia é tido pelos autores que tratam da RV como não sendo real, uma vez que não está configurado nas dimensões do espaço do mundo físico, tal como é concebido segundo as concepções da física clássica. Nessa concepção, espaço é tido como uma realidade em si, objetiva, onde estão colocadas as pessoas e as coisas e onde ocorrem os acontecimentos históricos e sociais. É concebido em três dimensões: altura, largura e profundidade. O gráfico cartesiano, com duas entradas, uma referente ao espaço e outra do tempo, viabiliza a localização exata do acontecimento ou o lugar em que um objeto se encontra.

Ponderamos que o *onde* do mundo cibernético não cabe nesse espaço assim concebido, por diferentes razões. Não se trata de um espaço físico, que acolhe pontualmente pessoas e inter-relações, pois se expande por conexões que não se encaixam no gráfico cartesiano. São conexões velozes e que se bifurcam, criando outras conexões, atingindo outros espaços físicos, gerando múltiplas possibilidades de relações, configurando realidades possíveis, projetadas, inventadas. A concepção que vai aos poucos se formando é que se trata sim de uma realidade na qual o espaço é visto como sendo diferente daquele a que se está acostumado no cotidiano e que se pauta nas concepções já mencionadas.

Por perceberem a diferença e também por entenderem que há um espaço onde *os encontros ocorrem*, os autores que falam sobre RV acabam por denominar esse

---

<sup>3</sup> Refere-se ao usuário da Internet, aquele que a usa para comunicação, pesquisa, trabalho, lazer (Kenski, 2007).

espaço como *espaço virtual*, diferenciando-o do *espaço real*, no sentido de que esse virtual é de natureza diferente daquela do real. É, assim, trazido um sentido de haver dois espaços e tempos, dois mundos – o virtual e o real. Esse sentido é corroborado por expressões, também comuns aos que estudam questões relativas ao mundo da Internet, como “novo virtual”. Mas, perguntamo-nos: haveria um “novo virtual” ou temos apenas e tão somente atualizações de uma realidade que vai se definindo à medida que se atualiza em sua materialidade e possibilidade de tornar-se? E ainda nos perguntamos: na esfera da educação, que necessariamente abrange aquela da ética, quais as compreensões que se abrem, em termos de práticas pedagógicas, ao assumir-se uma ou outra concepção?

Na história da filosofia a questão do virtual e do real é tematizada há longa data. O tema do virtual transcende os aspectos pragmáticos de focar-se o real apenas como lugar com características geofísicas e de concretude palpável e manipulável. Trata-se de uma questão ontológica, quando a interrogação que se põe é sobre ‘*o que é isto, o real?*’ E é sob esse foco que as questões do virtual, do real, do atual, do possível, do provável, da potência, do ato se colocam. Dizem, todas elas, a respeito da interrogação sobre o real ou sobre o modo de ser do real, isto é, da realidade. Filosoficamente, essa interrogação sempre foi de caráter ontológico. Entendemos que a realidade materializada pelo ciberespaço, também deva ser tratada nessa dimensão, pois o ciberespaço é um dos modos de nos colocarmos junto ao mundo e aos afazeres mundanos.

Um dos autores importantes na história do pensamento ocidental e que tem sido muito citado é Aristóteles. Os dois pares “potência e ato” e “forma e matéria” que, para ele, dão conta de explicar o real têm sido repetidamente referidos tanto na esfera da filosofia, como na da ciência, e ultimamente naquela da realidade que se mostra no ciberespaço.

Para Aristóteles o real é explicado como um movimento constante de potência e ato, forma e matéria enunciado como dois pares: “potência e ato” e “forma e matéria”. Porém esses pares não são tidos como sinônimos ou similares em termos de suas características concernentes ao “ser”. O real oscila entre uma potência pura, que não é, pois não está atualizada, e uma forma pura, que nada tem de matéria. A potência vem a ser pela força do ato e pelas especificidades da matéria que se mostram apropriadas a receber a forma. Assim, por exemplo, a forma da esfera de bronze, que é a forma esférica, não nasce quando se cria a esfera de bronze; o que nasce é a união de uma forma esférica com o bronze. “Esse ser em potência, convertido em ser em ato depois de haver recebido a forma, é propriamente o que Aristóteles chama matéria. Este é o conjunto das condições que devem ser realizadas para que a forma possa aparecer” (Brehier, 1962, p. 375).

Um modo de se trabalhar essas relações presentes ao processo de acontecimento da realidade, abrangendo modalidades como virtual, possível e provável que tornam a relação daqueles dois pares aristotélicos mais complexos, é conceber-se a relação “atual” – o que já se atualizou mediante a força do ato que se une com especificidades da matéria – e o “não-atual”, o que ainda não se tornou. Granger é um autor contemporâneo que explicita essa relação, buscando também esclarecer o pensamento objetivo e singular da ciência, abrindo, com essa sua exposição, possibilidades de compreender-se ontologicamente um sentido possível de real. Conforme nosso entendimento, o correlato “atual – não atual” e as três modalidades do não-atual – virtual, possível e provável – permitem avançar na compreensão da ciência, caminhando em direção àquela da tecnologia e da realidade do ciberespaço.

*Virtual* designa o não-atual, considerado essencial e progressivamente em si mesmo, do ponto de vista do seu estado negativo, sem visar à relação com o atual. O virtual é radicalmente distinguido do imaginário, em termos de sua função. Há uma articulação possível entre imaginário e virtual cognitivo, cujo exemplo pode ser dado pela literatura. Mas Granger diz que, em suas funções cognitivas, o virtual permanece em perspectiva da aureola afetiva, sobre a qual repousa os valores estéticos, como produto do espírito, desse mesmo que cria a ciência, a qual reavalia os atos da imaginação.

*Possível*, também caracterizado como não-atual, mas Granger nos diz que a relação do possível com o não-atual, ora é colocada como nuança da potencialidade, ora é disfarçada sob a forma do abstrato, cuja distinção é experienciada com a linguagem quando esta expressa enunciados assertóricos – hoje chove – em oposição aos modais de possibilidade – hoje poderá chover. O possível pode ser distinguido como simbólico, por exemplo  $\sqrt{-1}$ , e como positivo categórico, por exemplo, age com base em uma máxima que também possa ter validade como uma lei universal.

O *provável* é um não-atual passível de ser compreendido de modo mais abrangente em sua relação com a atualidade. É como se fosse uma pré-atualidade, podendo ser designado como um grau da esfera do atual. Admite efeitos em graus de atualidade. O desenvolvimento de uma concepção extensiva desses graus permite uma interpretação objetiva de onde será necessário precisar a legitimidade do alcance. Isso pode ser efetuado por meio de cálculos probabilísticos, porém estes exigem uma determinação sistêmica já presente no quadro teórico, enquanto probabilidade.

Virtual e provável aparecem como categorias fundamentais do pensamento científico sobre o mundo. A matemática, solo em que a ciência moderna ocidental

assenta suas raízes, tem como base o virtual, uma vez que os conteúdos formais da lógica e da matemática tratam do virtual, pois são conteúdos não-atuais, enquanto abstratos e não realizáveis, como tal, no campo da experiência sensível. Para serem realizados, ou seja, para que se tornem atuais, precisam contar com um conjunto de condições que devem ser realizadas para que a forma (conteúdos formais da lógica e da matemática) possa aparecer. Que condições seriam essas? Isto é, qual matéria seria a apropriada para essa atualização? A resposta a essas condições exige que se compreenda a dialeticidade do movimento que efetua a passagem do não-atual ao atual. Essas condições são dadas pelo aparato instrumental e tecnológico à disposição, dada sua construção na historicidade mundana, pela força dos atos que imprimem o movimento e que se dão na esfera da procura por soluções de problemas e compreensões de ocorrências que se presentificam na esfera do atendimento à lógica da produção e de outras situações conflitantes mundanamente humanas.

Granger afirma que, nas abstrações da Matemática, as formas não são extraídas da experiência, esta tomada apenas em sua empiricidade objetiva, mas das formas em geral, constituindo um domínio mais amplo que abrange invariantes não atualizados dessas formas e, eventualmente, abrange também as formas dos objetos empiricamente atualizáveis, passíveis de atualização. Afirma ser isso “que é denominado de virtual”. Por que?

Esse “porquê” é passível de ser entendido no âmbito da compreensão da constituição da idealidade dos objetos matemáticos, como exposta no pensamento fenomenológico, notadamente com Edmund Husserl (Husserl, 1970). Trata-se de uma idealidade constituída na conexão subjetividade-intersubjetividade-objetividade em que os atos da consciência se atualizam compreendendo, interpretando e organizando o percebido na relação homem-mundo e que vão se expressando pela linguagem por meio da qual se estabelecem ao mesmo tempo o diálogo entre co-sujeitos e a sedimentação em movimento, isto é, não estática disso que foi assim percebido, compreendido, interpretado e comunicado na historicidade da cultura. Nesse processo, a empiricidade objetiva dá lugar à experiência percebida que leva adiante o movimento de constituição das idealidades. Essas são geradas geneticamente no processo da constituição referida em que um dos núcleos constituintes se encontra nos atos de abstração. Estes, os atos de abstração, separam o diferente do igual e contribuem para o ato de idealizar, ou seja, de projetar formas sustentadas pelos aspectos abstraídos, abrindo espaço para a ocorrência da idealização. Porém, a idealização exige mais do que essa síntese efetuada por atos da abstração. Exige que o percebido em perfis, reunido pela abstração, desdobrado em síntese intencional, seja mantido em uma materialidade não fixa que assegure sua existência objetiva. Essa materialidade em movimento é propiciada pela linguagem e pela tradição,

uma vez que carrega consigo possibilidades de compreensões e de interpretações, de abertura para o passado e para o futuro e, no presente, de ações que desencadeiam constituições de novos objetos.

As idealidades fenomenológicas diferem da concepção de idealidade concebida pela filosofia platônica, vista como realidade existente, ontologicamente, de modo perfeito no mundo supramundano ou, como denominado, mundo das idéias (Bicudo, 2003). As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade dos atos intencionais do sujeito; mantêm-se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade, de mobilidade na cadeia de suas articulações.

Portanto, afirmar que as formas matemáticas não são extraídas da experiência quer dizer que elas não decorrem diretamente da experiência sensório-empírica dada de modo particular e individual, uma vez que aquelas formas se constituem como objetos matemáticos cujo modo de ser é o da idealidade. Na medida em que assim se comporta, a Matemática advém como a ciência das formas em geral (Husserl, 1978), o que abre possibilidades de acolher as formas particulares. Nesse aspecto, dá-se a característica de seu modo de ser virtual. Ou seja, por ela ser a ciência das formas em geral, lhe é conferido o caráter de ser virtual.

Como tal ela, a Matemática, por trabalhar com formas e suas operações, dá sustentação às práticas técnicas e produções tecnológicas e delas se nutre, constituindo, mediante abstrações e processos de idealizações, formas. Sua virtualidade diz do seu modo de ser real. Assim, ao compreender esse raciocínio também podemos compreender como se dá o modo de ser real do ciberespaço. Esse mundo é constituído por relações de subjetividade-intersubjetividade-objetividade que se sustentam e se atualizam na estrutura tecnológica a qual, por sua vez, atualiza possibilidades presentes nas formas matemáticas. Ai se encontra a complexidade que a expressão “realidade virtual”, como utilizada comumente na literatura do ciberespaço, não dá conta. Essa denominação não significa um “novo virtual”, mas apenas uma simplificação muito grande e perigosa do virtual que se opõe ao real. Seguindo o raciocínio desenvolvido, temos que a realidade vivida e produzida na dimensão do ciberespaço e o real, que abrange também as modalidades do virtual, provável e possível, não são duas idéias ou conceitos distintos. São modalidades da realidade mundana.

A mesma relação é constatada entre as formas (virtuais) matemáticas e a construção de equipamentos e de máquinas tecnologicamente complexas, como por exemplo, aviões e foguetes (materialidade), sem que sejam identificadas todas

sob um nome genérico de “realidades virtuais” ou “realidades materiais”. Essa relação também se dá entre a matemática – ciências das formas em geral - e as ciências empíricas – ciências que estudam o empiricamente observado, explicado e previsto em termos de cálculos probabilísticos. Encaminhamo-nos para a constatação de que o “não-atual” solicita ações e materialidades específicas para tornar-se “atual”.

No caso das ciências empíricas, a ligação entre o virtual das formas e o atual nas ciências empíricas dá-se mediante o referencial. Este é abrangido pela reunião entre as formas em geral, matemáticas, e a situação em que um objeto é tido como unívoco e completamente referente ao quadro das formas, dadas as coordenadas. Assim, o objeto a ser determinado está enredado em um número finito de elementos. Entretanto, ainda se dando como não-atual. É completamente determinado como tal objeto no referente, carecendo, porém, de ações operacionais, de aparato material, entendido como a materialidade, de instrumentos e técnicas disponíveis para que sua atualização se dê. Donde o objeto atual não ser determinado completamente no referencial.

Desse modo, o referencial aparece como uma tela de formas meio soltas, isto é, não bem amarradas, definindo o quadro ou o formato dos elementos retidos e descritos como atuais. O fato empírico, entretanto, está amarrado aos referenciais das ciências empíricas e se deixa descrever completamente por uma rede determinada.

O referencial, o qual aparece como uma tela meio solta, se comporta como uma estrutura pressuposta de fatos virtuais, possibilitados pela reunião da realidade virtual da Matemática com o aparato material e de recursos tecnológicos. Isso quer dizer a “realidade virtual da matemática” se dá como uma forma vazia (não-atual) que se atualiza (se torna atual) mediante a sua reunião com uma materialidade apropriada à atualização em movimento pelo ato desencadeador de ocorrências.

Assim, a noção de referencial, de um lado, funciona como um quadro de descrição para a experiência e, de outro, ela se apresenta para os fatos atuais como um sistema de conceitos operatórios que permite determinar as ocorrências e possíveis relações com o virtual, levando consigo as conseqüências quanto à natureza desses fatos. A impotência radical do virtual para alcançar o atual nas ciências empíricas é compensada pelo seu pluralismo, oposto à rigidez e a unicidade do fato virtual. O próprio, ou característico do virtual em relação a essas ciências, é a multiplicidade.

A partir dessa explicação, podem ser desenvolvidas linhas de modos de relações entre o não-atual e o atual, no contexto determinístico e probabilístico da ciência, quando o provável é passível de cálculos e a atualização de eventos está

submetida à estatística (estamos aqui nos referindo à física em suas diferentes teorias, incluindo a quântica).

No caso do ciberespaço, cuja característica é não ser biunivocamente determinado, sua realidade aparece como um atual realizado pela união da forma e do aparato tecnológico à disposição, atualizando-se e constituindo, ao mesmo tempo de sua atualização, uma dinâmica veloz “não-atual – atual”. Essa dinâmica se movimenta na tela informacional meio solta que permite possibilidades múltiplas de ocorrências.

### 3. A PRESENÇA DA MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DA TELA INFORMACIONAL

Com o advento da Internet, a expressão ciberespaço (ou espaço virtual), utilizada somente na ficção científica, foi incorporada para designar esse novo espaço de comunicação, que vincula um espaço virtual a um tempo que também é virtual, o qual permite a sensação de se estar em outra realidade, uma realidade virtual (Lévy, 1995). Essa realidade é materializada de alguma maneira e por algum meio. O software, o gráfico, o applet, a foto, a música, o vídeo, o chat etc., são maneiras e meios que materializam as ações não-atuais que ocorrem no ciberespaço. Essas ações estão nos softwares destinados à matemática, ou mesmo em ambientes virtuais de aprendizagem que possibilitam atividades educacionais as quais podem produzir conhecimento matemático. A percepção, a observação, a visualização, o processo de efetuar conjecturas, a reflexão, assim como outras ações de aprendizagem matemática, ancoram-se no aparato tecnológico, também porque no ciberespaço os objetos são traduzidos em bits.

A materialidade desse espaço que se expõe em bits, atualiza as práticas sociais em textos, imagens, sons e em outras linguagens, permitindo que a informação aconteça por meio de uma pluralidade de meios e pela sua combinação. Isso amplia as possibilidades de informação e comunicação. A hipertextualidade, que é como essa rede de links é definida (Lévy, 1995), permite que a informação não tenha fronteiras, no sentido de que, via ciberespaço, não precisa de passaporte para se entrar em qualquer país. Há uma multiplicidade de relações, de conexões, ou seja, há uma gigantesca rede de nós (amarrações) que possibilita à informação vir de, e ser compartilhada por, diferentes pontos de vista.

As conexões do ciberespaço possuem como base a matemática, que se torna operacionalmente presente por meio de uma linguagem binária. Isso faz com que a programação de computadores seja uma arte revestida de técnica, uma vez

que, não só em termos funcionais, ela necessita de uma estética toda própria que só se configura por meio de uma tradução criptográfica entre signos e números. A linguagem binária traduz aquilo que é processado em um computador (sons, imagens, vídeo, texto, etc.). Os computadores só conseguem entender se por determinado circuito está passando eletricidade ou não. Eles executam o seu trabalho, em grande velocidade, ligando e desligando micro chaves. Entretanto, a execução desse trabalho é previamente calculada e esteticamente configurada com base nos conteúdos matemáticos formais, portanto virtuais. A programação executada na máquina de um software específico faz, segundo Donatto & Portella (2008, p.5), com que essa máquina se torne uma “máquina-estética”. Os autores, nessa perspectiva, revelam que:

Nos cenários cibernético-computadorizados, as linguagens de programação são simplificações das linguagens humanas; um método organizado como um conjunto de regras sintáticas e semânticas usadas para expressar instruções para um computador; uma linguagem que permite a um programador especificar precisamente sobre quais dados um computador vai atuar, como estes dados serão armazenados ou transmitidos e quais ações devem ser tomadas sob várias circunstâncias; em sistemas de comunicações comandados por computador, as rotas para a troca de mensagens, bem como formatos e, até mesmo, o próprio conteúdo da mensagem, podem ser decididas no momento do envio; este poder de decisão computacional, que abre novas possibilidades de comunicação — um problema aparentemente técnico —, mas que, no entanto, pode determinar os limites da obra” (Donatto & Portella, 2008, p.6).

Assim, a tradução binária realizada pelo computador, referente a uma linguagem de programação, sustenta o ambiente informacional gerado pela tela do computador. Além disso, a proposição de uma estética computacional, não presencial, desenvolve-se nas regras sintáticas e semânticas da linguagem numérica, nas operações programadas pelos cálculos matemáticos, no mapa informacional das bases de dados e algoritmos que configuram e potencializam o conteúdo da ‘informação’ durante seu acionamento (Nunes, 2008). Logo, o sinal digital gerado na tela informacional é formado por códigos de linguagem matemática, o qual usa um código binário como transporte de informação. A leitura desse código é indireta; depende dos sistemas de interpretação e de leitura, pois a escrita é digitalizada, matematizada e formada por componentes que digitalizam a informação, isto é, que convertem o sistema decimal para sistema binário, ou para o sistema hexadecimal e vice-versa. Digitalizar é, então, manipular, converter a informação, processá-la e reconvertê-la de forma que seja entendida.

Concomitantemente a essas ações e processos, é tecida uma realidade pelo suporte técnico dado, pela produção do conhecimento matemático e pela

Matemática trazendo formas que viabilizam a estruturação e funcionamento desse suporte técnico. Essa relação concomitante mostra-se importante na medida em que entendemos a RV como hiperreal (Baudrillard, 1983), ou seja, como realidade que revela outros aspectos além daqueles comumente tratados pela ciência. Isso não significa desconsiderar o aparato da ciência, pois pela Matemática, também sustenta a própria realidade do mundo cibernético e com ela se atualiza e avança.

#### 4. A TELA INFORMACIONAL COMO SUPORTE DAS AÇÕES EFETUADAS NO CIBERESPAÇO

Para compreender as ações que são efetuadas no ciberespaço é importante focar o ciberespaço e suas características das atualizações (do virtual) e das realizações (do provável) que aí ocorrem e se efetuam. Duas afirmações de Lévy (1995) se destacaram de maneira a se constituírem foco da argumentação que a seguir apresentamos: *o virtual só eclode com a entrada da subjetividade humana no circuito*, quando em um mesmo movimento surgem a indeterminação do sentido e a propensão do texto a significar; o computador é antes de tudo um operador de potencialização de informação. Isso quer dizer que o computador torna mais ativo, mais eficaz, intensifica, aumenta os efeitos da rede informacional. Com o computador e com todo o aparato tecnológico que o sustenta, essa rede é mantida na e pela tela informacional e define o quadro ou o formato do que é expresso pela linguagem e assumido como atual. As atualizações efetuadas pelos internautas são o encontro de dois pólos “virtuais”: a subjetividade humana e a rede informacional potencializadas pelo computador.

Colocamos “virtuais” entre aspas ao designarmos a subjetividade do indivíduo, porque entendemos que não se trata somente de ações atualizadoras que ocorrem na rede informacional sustentada pela ciência e tecnologia, porém são ações efetuadas na subjetividade do sujeito, podendo ser criativas e sempre dimensionadas no seu horizonte mundano, não determinadas estritamente por referenciais científicos ou sócio-culturais. Trata-se de uma subjetividade constituída mundanamente onde nunca se é isolado, fechado em si, mas sempre já somos *com-os-outros*; na qual a individualidade subjetiva se constitui ao ser no mundo com os demais seres – pessoas, objetos científicos, ferramentas, entidades divinas, idéias expressas em linguagens diversas, inclusive os textos – sempre em processo de vir-a-ser junto com os outros. A constituição da subjetividade dá-se junto à constituição da intersubjetividade sustentada pela materialidade histórica e cultural, que abrange a linguagem e todos os produtos das produções humanas, como ciência, técnica, tecnologia e suas ferramentas.

Esse processo de vir-a-ser abrange a subjetividade, a intersubjetividade e o mundo. A disponibilidade de a subjetividade, constituída ao ser-com-os-outros-no-aí e de manter-se sendo nesse movimento, é sustentada pela intencionalidade, concebida fenomenologicamente como consciência (Husserl, 1970). Intencionalidade (consciência), nessa abordagem, é vista como movimento de estender-se em direção ao mundo, de modo atento, focalizando algo. É um movimento de ir e de vir, quando intencionalidade traz o percebido, ou seja, o visto como dados disponibilizados aos atos da consciência<sup>4</sup>. São movimentos dinâmicos que vão se constituindo como modos de pensar ao mesmo tempo em que se organizam em uma lógica e se expressam em linguagens possíveis. Nessa ação atualizante, o computador visto em sua ação potencializadora intensifica esse movimento, em termos de rapidez, de alcance, de mobilidade, de horizontes visualizados, de temporalização<sup>5</sup> e de espacialização<sup>6</sup>, de modos de expressão, de operações efetuadas. O circuito neurológico do corpo-encarnado agora se potencializa junto ao circuito da rede informacional, com a intermediação do computador. Desse modo, as ações cognitivas, também se potencializam uma vez que têm à sua disposição, à moda dos utensílios descritos por Heidegger em *Ser e Tempo* (1988), a rede informacional que traz em sua estrutura modos de expressão e operacionalizações.

Corroborando essa idéia, o trabalho de Borba & Villareal (2005) elabora a noção de “seres-humanos-com-mídias”, explicitando o entendimento das relações pessoais estabelecidas serem também sustentadas pela ação potencializadora do computador. A concepção “seres-humanos-com-mídias” pode ser entendida como uma interpretação da concepção heideggeriana “ser-ai-no-mundo-com-os-outros” e nessa interpretação a mídia está significando “os outros”. Ao assumirem essa perspectiva, os autores mencionados passam a expor, conforme compreendemos, as características presentes na atualização do ser-humano ao estar com a mídia. Ou seja, expõem aquelas características em relação à produção de conhecimento efetuada pelo ser humano com o computador. Borba & Villarreal (2005) partem da visão teórica que explicita como computadores potencializam a cognição humana (Tikhomirov, 1981), visão essa que se expande com a concepção de coletivo pensante (Lévy, 2000b) e que inclui a superação da dicotomia entre humanos e técnica. A concepção assumida por eles identifica a produção de conhecimento em

---

<sup>4</sup> São atos de, por exemplo, retenção, diferenciação, fantasia, imaginação, comparação etc.

<sup>5</sup> Modos de ser no tempo.

<sup>6</sup> Modos de ser no espaço.

um espaço compartilhado por atores humanos e não-humanos<sup>7</sup>. Nessa abordagem, as mídias também estão no processo de produção do conhecimento, assim como estão os seres humanos, sem que haja uma separação, nem hierarquia entre eles, uma vez que ambos, seres humanos e não-humanos são correlatos. Entretanto, a interrogação que fica é concernente à própria ação. A ação dos humanos é sempre intencional, conforme a visão fenomenológica que é aquela que se encontra na concepção heideggeriana “ser-aí-com-os-outros”. Por outro lado, quais seriam as características do modo de ser da mídia que dão sustentação ou que permitem essa correspondência?

Entendemos que a tela informacional, a produção do conhecimento matemático e a realidade do ciberespaço formam uma totalidade complexa. Os processos cognitivos desenvolvidos na efetivação da Educação Matemática que se movimenta, compreende e trabalha assumidamente com essa totalidade mostram-se em suas especificidades, atualizando-se em modos já caracterizados pela potencialização possibilitada pelo computador.

É nesse foco que consideramos importante iluminar o cenário da educação constituído na dimensão do ciberespaço.

## 5. A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CIBERESPAÇO: UM PRELÚDIO

Assumir a concepção de que a realidade vivida no ciberespaço é apenas um dos modos possíveis de vivermos a realidade mundana modifica o modo pelo qual se trabalha pedagogicamente com recursos computacionais sustentado na concepção de que RV e realidade mundamente vividas são realidades distintas, ou como se costuma dizer, uma realidade essencialmente nova.

Ao assumir a primeira concepção afirmada no parágrafo acima, deixa-se de utilizar esses recursos como um meio para desenvolver atividades de ensino e de aprendizagem, bem como de trabalhar-se com cenários cibernéticos na sua dimensão fictícia e passa-se a desenvolver práticas educacionais conscientes da responsabilidade ética que o estar-com-o-computador (sempre abrange o outro e o solo histórico) acarreta.

---

<sup>7</sup> Nessa interpretação de Borba e Villarreal as mídias são vistas como co-produtoras de conhecimento com os seres-humanos. Em Heidegger as mídias, ao serem entendidas como os outros que aí estão ao mundo, com quem somos, significam o que aí está disponível às possibilidades do nosso tornar-se, constituindo também a circunvizinhança em *que* e *com* a qual as possibilidades de nosso vir-a-ser se atualizam.

Entretanto, cabe chamar a atenção para o fato de que o que estamos afirmando não se trata de algo revolucionário que refuta complementamente o que a literatura existente trata sobre esse tema, porém coloca em evidência posturas coerentes com responsabilidade que vem junto com a compreensão de que: a realidade do ciberespaço não é nova realidade diferente da concepção de realidade que trabalha com o conceito de não-atual que se atualiza por ações e por materialidades diversas; o computador age como potencializador de atos cognitivos; os recursos disponibilizados pela informática permitem expansão de redes de conexão complexas e velozes que carregam a comunicação e que colocam pessoas e sistemas em situação de diálogo; a possibilidade de estar conectado aos outros e à tela informacional traz consigo a possibilidade de produção de conhecimento veloz, efetivando um coletivo pensante; a percepção de si e do outro também se dá junto ao computador; a velocidade e quantidade de informação disponibilizada do ponto de vista educacional necessita ser processado de maneira refletida.

Vamos destacar os aspectos mencionados neste prelúdio a que nos aventuramos. Dizer que o computador age como potencializador de atos cognitivos abre para o significado de que essa ação potencializadora se dá em processo de atualização, desencadeado pela intencionalidade do sujeito que está-com o computador e pelo solo da ciência que, em seus aspectos de realidade virtual, disponibiliza formas para serem atualizadas pela junção do ato intencional do sujeito e do aparato tecnológico à disposição. As operações efetuadas pelos sujeitos individualmente são atualizadas por comandos. Essas operações respondem a solicitações de outros sujeitos que se intercomunicam por meio de linguagem específica determinada pelo sistema de referência e pela intencionalidade dos sujeitos que estão abertos e dispostos à comunicação. Assim, é característico do ciberespaço promover um leque aberto de possibilidades de atualizações pelas e com as ações virtuais que disponibiliza. Em relação à produção do conhecimento matemático e às ações que possam conduzir a essa produção, entendemos que é imprescindível a presença humana em termos de intencionalidade daquele que se lança ao espaço cibernético junto com todo seu aparato científico e tecnológico e com outros sujeitos que também estão nesse aí, sendo. O espectro de ações educacionais que podem ser criadas no ciberespaço é amplo e certamente ainda não vislumbrado em sua abrangência. Sabemos que essas ações podem atualizar o não-atual. Na medida em que são desencadeadas, os sujeitos vão se interligando entre si na e pela rede de ligações possíveis e sustentadas pela tela informacional, sendo com os programas computacionais e operando com sua lógica, ampliam modos de dizer já conhecidos, adentrando cognitivamente o processo de ensino e aprendizagem e carreando a produção de conhecimento ao modo de um pensante coletivo.

Os modos pelos quais as atualizações se dão no ciberespaço revestem-se de características próprias, inusitadas e não passíveis de determinações. Isso ocorre uma vez que o pluralismo e a multiplicidade, possibilitados pela tela informacional, são ramificados com rapidez e fluidez em redes as quais, por sua vez, também são pluralidade e que se ramificam em outras, sucessivamente, sendo atualizadas pelas ações dos sujeitos que operam nessas redes. Esses sujeitos não estão sós com seu computador, mas sempre estão com os outros, cujas presenças se fazem sentir pelas ações que desencadeiam junto à tela informacional. A rede em conexão e em constante constituição e expansão abrange a todos humanos e não humanos. Modos de sentir, maneiras de ver o mundo, de se comportar em relação a si mesmo, aos outros e à vida vão sendo estruturados também nessa dinâmica. Vivemos experiências temporais e espaciais na amplitude dessa tela informacional que se torna complexa pela amplitude dos atos intencionais que colorem as possibilidades antevistas com tonalidades variadas.

Pelos recursos disponibilizados pela tela informacional podemos apertar a mão de alguém que está em espaços e tempos diferentes (segundo a perspectiva da física moderna), mas juntas (segundo a perspectiva da física contemporânea). É um aperto de mãos que se atualiza por meio de texto, imagem, de recursos de linguagem disponíveis pela ciência e pela tecnologia. A experiência de apertarmos nossas mãos mediante um comando acionado no computador que desencadeia conexões no aparato informacional, atualizando possibilidades de ações em tempo-espaço fluído e dinâmico acontece entre duas pessoas que estão, às vezes, a milhares de quilômetros de distância, localizadas em regiões geográficas com fusos horários diferentes. São reais e mundamente vividas. Como essa experiência é percebida por aquele que a vive? Como ocorre a percepção de si nesse diálogo assim estabelecido?

Na dimensão da realidade vivida no mundo cibernético ações são efetivadas na dimensão do virtual possível. Realizam-se ações em ambientes online, não permitidas em ambientes offline como, por exemplo, voar sem qualquer equipamento, morrer e ressuscitar, transformar-se em outro ou outros. Eticamente, como podemos encaminhar a compreensão do conhecimento advindo dessas experiências vividas?

Essas são interrogações formuladas quando se assume estar-se junto ao computador e a todo aparato científico e informacional que o constitui.

No âmbito da Educação Matemática muitos são os exemplos de situação de ensino e de aprendizagem que mostram a amplitude das possibilidades abertas pelas concepções trabalhadas neste artigo.

A título de explicitação trazemos um trabalho de Rosa (2008) que cria situações de vida, visando à aprendizagem do conceito de integral definida por meio de ações explicitadas, imaginadas, mas que simulam a realidade mundana. Trata-se de um experimento de aprendizagem no qual são criados contextos que permitem que leis da natureza sejam estudadas e compreendidas sem referência a um ambiente físico, com suas características mundanas que possam impor limites. Na situação assim construída, modelos matemáticos podem ser estudados de forma a desconsiderar certas variáveis, em um modelo relacionado à física mecânica, por exemplo. Isso pode gerar estudos importantes sobre diferentes aspectos matemáticos relacionados ao assunto estudado. Podemos citar a simulação de um móvel movendo-se sem uma força contrária possível de ser configurada no ciberespaço, o que não ocorre no contexto de experimentos científicos tradicionais, ou seja, que são programados para ocorrerem em espaço e tempo específicos, ao modo da realidade concebida pela física clássica. Assim, o ensino de velocidade, aceleração, posição e outros aspectos do movimento de um móvel em termos matemáticos (taxa de variação, por exemplo) e que trabalhe com atividades possíveis de serem desenvolvidas na dimensão virtual da realidade pode lançar mão da visualização de conceitos matemáticos.

Simulação e experimentação matemática podem ser estudadas com softwares que geram imagens e movimentos, no sentido de reprodução dos fenômenos físicos, qualitativamente diferentes em relação à visualização, percepção e compreensão desses fenômenos em situações circunscritas à realidade como concebida pela física clássica. Essa diferenciação faz com que a realidade vivida na Educação Matemática efetuada na modalidade da EaD seja plástica, fluída, uma vez que acelerar um carro, em um jogo de videogame, pode ter significados característicos, diferentes daqueles que se evidenciam em experiências do cotidiano vivido, quando se acelera um carro em uma rua movimentada. Além disso, as ações em uma plataforma de interação online, por exemplo, o Second Life<sup>8</sup> (SL), são qualitativamente diferentes, pois “While many physical quantities have their physical counterpart in SL, certain quantities have quite different definitions in SL when compared to the Newtonian physics ones” (Santos, 2009, p.6).

Em termos de percepção do objeto matemático, podemos tocar, agir e interagir com gráficos e objetos geométricos em três ou mais dimensões. Por exemplo,

---

<sup>8</sup> “O ambiente virtual Second Life é um sistema computacional voltado principalmente para o entretenimento e pode ser encarado como um jogo, um mero simulador, um comércio virtual ou uma rede social, dependendo da forma como é utilizado” (Wikipédia, 2007) <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Second\\_Life](http://pt.wikipedia.org/wiki/Second_Life)>.

objetos voadores plásticos e fluídos que podem ser moldados, modificados, estudados de diversos ângulos, sem qualquer limitação do ambiente físico externo. Pode-se materializar um cubo que rapidamente se transforma em uma esfera. No entanto, esse cubo pode ainda interagir com várias pessoas, de diferentes culturas e que estejam distribuídas geograficamente pelo mundo via rede de computadores, no ciberespaço.

Assim, na Educação Matemática online, o movimento do pensamento se atualiza com o mundo cibernético, ao mesmo tempo em que mundos inseridos nesse mundo se constituem. Nessa perspectiva, pensar um conceito geométrico significa pensar com as ferramentas disponíveis no ciberespaço, com as quais esse conceito se constrói. Significa pensar com a imagem do sólido a que esse conceito se refere, por exemplo, visualizar as conexões possíveis referidas pelo plano conceitual que se configura. Imagens, sons, movimentos finitos e velocidades infinitas constituem o ciberespaço e modificam o conhecimento construído por e nesse meio.

Pode-se, com tais recursos, abrir campos de constituição de significados. Entretanto, enquanto alguns educadores vêem esse processo com olhares positivos, outros enfatizam seus obstáculos.

O processo de EaD online pode ser interpretado como uma via de comunicação em que tudo está ocorrendo como previamente planejado e desejado. Trata-se de interpretação decorrente da concepção de que há um referencial teórico que permite traçar biunivocamente os fatos que serão desencadeados. Nessa visão, há potência que conduz deterministicamente ao ato específico amarrando modos de proceder e de produzir conhecimento.

Porém, a realidade mundana vivida hoje já se constitui com todas as ações desencadeadas na rede informacional. Não há como negar e nem como ignorá-la. A concepção de que o não-atual se atualiza mediante ações desencadeadas na tela informacional solta que permite possibilidades múltiplas de ocorrências abre horizontes para esperar-se ocorrências não previstas, mas sempre totalizantes enraizadas na rede de informática que está sempre em constituição atualizante. Com isso, a interrogação sobre a ética que se coloca e que firma condutas no ciberespaço persiste e clama por estudos principalmente na esfera educacional. Mesmo que o alvo seja a aprendizagem de temas e assuntos matemáticos explícitos, o fato de se agir como um outro, por exemplo, o que significa para a percepção e constituição de si?

## REFERÊNCIAS

- Baudrillard, J. (1983). *Simulations. Translated by Paul Foss, Paul Patton and Philip Beitchman*. New York: Semiotext[e].
- Bicudo, M.A.V. (2003). *Tempo, tempo vivido, história*. Bauru: EDUSC.
- Borba, M. C. & Llinares, S. (2008). Online Mathematics Education. *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME - NA XXX*, 1. Morelia, Mich., Mexico., p.191-191.
- Borba, M. C. & Malheiros, A. P. & Santos, S. C. (2007). Virtual Center for Modeling: a place for exchange among researchers and teachers. *Proceedings of the Joint Meeting of PME 31<sup>st</sup>*. Seul, Korea., p. 276.
- Borba, M. C. & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization, and Experimentation*. New York: Springer Science.
- Brehier, E. (1962). *Historia de la Filosofia*. Buenos Aires: Editorial Sudamericana.
- Castells, M. (2005). A Sociedade em Rede. v. 2. Tradução: Roneide Venâncio Majer, atualização 6. ed.: Jussara Simões. *The Rise of the Network Society*, Blackwell Publishers: Oxford, 1996. São Paulo: Paz e Terra.
- Dye, B. (2000). Interactive Mathematics Online for School and Home, *Presentation at ICME-9*, Tokyo, July 2000. Disponível em: <<http://www.mathsnet.net/courses/icme9>>. Acesso em 20 ago.2009.
- Donato, C. & Portella, R. (2008). *A máquina estética: reflexões sobre a arte contemporânea*. Disponível em: <<http://arte.unb.br/7art/textos/ricardoportella.pdf>>. Acesso em: 20 ago.2009.
- Dornelles, J. (2004). Antropologia e Internet: Quando o “Campo” é a Cidade e o Computador é a “Rede”. *Horizontes Antropológicos*, 10(21), 241–271. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-71832004000100011&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-71832004000100011&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 15 ago.2006.
- Engelbrecht, J. & Harding, A. (2004). Technologies Involved in the Teaching of Undergraduate Mathematics on the Web. *Journal of Online Mathematics and its Applications*. Disponível em: <<http://science.up.ac.za/muti/technologies.pdf>>. Acesso em: 20 ago.2009.
- Engelbrecht, J. & Harding, A. (2005a). Teaching Undergraduate mathematics on the Internet. Part 1: Technologies and Taxonomy. *Educational Studies in Mathematics* 58(2), 235-252.
- Engelbrecht, J. & Harding, A. (2005b). Teaching Undergraduate Mathematics on the Internet. Part 2: Attributes and Possibilities. *Educational Studies in Mathematics* 58(2), 253-276.
- Granger, G. G. (1995). *Le probable, le possible et le virtuel*. Paris: Odile Jacob.
- Heidegger, M. (1988). *Ser e Tempo*. Petrópolis: Vozes
- Husserl, E. (1978). *Formal and Transcendental Logic*. The Hague: Martinus Nijhoff.
- Husserl, E. (1970). *The Crises of European Science and Transcendental Phenomenology*. Evanston: Northwestern University Press.
- Hutchinson, I. (2002). *Approaches to WWW Mathematics Documents*. Disponível em: <<http://hutchinson.belmont.ma.us/tth/webmath.html>>. Acesso em: 20 ago. 2009.
- Kenski, V. M. (2007). *Educação e Tecnologia – o novo ritmo da informação*. Campinas: Papirus.
- Lévy, P. (1995). *O que é virtual?* Tradução Paulo Neves. 7. re. São Paulo: Editora 34, 2005. Tradução de: Qu'est-ce que lê virtuel? Paris: Éditions La Découverte.

- Lévy, P. (2000a). *Cibercultura*. Tradução: Carlos Irineu da Costa. 2. ed. São Paulo: Editora 34. Tradução de: Cyberculture.
- Lévy, P. (2000b). *A Inteligência Coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. Tradução Luiz Paulo Rouanet. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola. Tradução de: L'intelligence collective. Pour une anthropologie du cyberspace.
- Lezama, J. A. (2008). Posgrado a Distancia en Línea en Matemática Educativa, una alternativa de formación de profesores. La propuesta del Instituto Politécnico Nacional para América Latina. *Resúmenes de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa 22*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa-Clame.
- Likauskas, S. (2005). MUD, MOO, RPG e Outros Bichos. O Globo. 05 jun. In.: MOOsaico: Comunidade Virtual Multilíngüe. Disponível em: <<http://no.mooaico.merg.ulh.as/community/press/OGlobo.html>>. Acesso em: 20 ago. 2006
- Lopes, E. S. (2005). A realidade do virtual. *Psicologia em Revista 11* (17), 96-112.
- Machado, L. D. (2005). Concepções de Espaço e Tempo nas Teorias de Educação a Distância. In *Congresso Internacional de Educação a Distância, 12*. Florianópolis. Anais eletrônicos. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2005/por/pdf/147tcc3.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2006.
- Merleau-Ponty, M. (1994). *Fenomenologia da Percepção*. (Tradução de Carlos Alberto Ribeiro de Moura). São Paulo: Martins Fontes.
- Nunes, J. F. I. (2008). *Estética da Interface Computacional*. Disponível em: <<http://arte.unb.br/7art/textos/joaoFernandoIgnasiNunes.pdf>>. Acesso em: 20 ago.2009.
- Rosa, M. (2008) *A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro.
- Rosa, M. & Maltempi, M.V. (2008). Territorialization and Deterritorialization of Online and Offline Identities: the transformation of mathematical knowledge. Borba, M. C.& Llinares, S. (2008). Online Mathematics Education. *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME - NA XXX*, 1. Morelia, Mich., Mexico., p.276. CD-ROM.
- Santos, R, P. (2009). Second Life Physics: Virtual, Real or Surreal? *Journal of Virtual Worlds Research* 2(1), 1-21. Disponível em: <<http://jvwresearch.org/v2n1.html>>. Acesso em: abr. 2009.
- Santos, S. C. & Borba, M. C. (2007). Algumas Facetas da Produção Matemática em um Curso a Distância Online. *IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Diálogos entre Pesquisa e a Prática Educativa, 1*. Brasil: Belo Horizonte., p. 1-15.
- Tikhomirov, O. K. (1981). *The Psychological Consequences of Computerization*. In.: Wertsch, J. V. *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. Tradução de: James V. Wertsch. New York: M. E. Sharpe. Tradução da Língua Russa. Soviet Copyright Agency.
- Turkle, S. (1997). *A Vida no Ecrã: a Identidade na Era da Internet*. Tradução: Paulo Faria. Lisboa: Relógio D'Água Editores. Tradução de: Life on the Screen: identity in the age of the Internet. New York: Touchstone Edition.
- Turkle, S. (1989). *O Segundo Eu: os computadores e o espírito humano*. Tradução: Manuela Madureira. Lisboa: Editorial Presença. Tradução de: The Second Self: computers and the Human Spirit. New York: Simon & Schuster.
- Wikipédia (2007). *Second Life*. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Second\\_>](http://pt.wikipedia.org/wiki/Second_>)

## **Autores**

---

**Maria Aparecida Viggiani Bicudo.** IGCE, UNESP - Universidade Estadual Paulista - Campus de Rio Claro, São Paulo, Brasil; mariabicudo@uol.com.br

**Maurício Rosa.** ULBRA - Universidade Luterana do Brasil - Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil; mauriciomatematica@gmail.com

Versión Clame

Versión Clame