

ANGEL ALSINA I PASTELLS

## ¿POR QUÉ ALGUNOS NIÑOS TIENEN DIFICULTADES PARA CALCULAR? UNA APROXIMACIÓN DESDE EL ESTUDIO DE LA MEMORIA HUMANA

### WHY DO SOME CHILDREN HAVE DIFFICULTY CALCULATING? AN APPROACH FROM THE STUDY OF HUMAN MEMORY

**RESUMEN.** En este trabajo se ha estudiado la relación entre la memoria humana (ejecutivo central) y el rendimiento en cálculo, tomando como muestra a 94 niños españoles con edades entre 7 y 8 años. Nuestros resultados indican que la relación entre la habilidad del ejecutivo central y el rendimiento aritmético es importante y consistente, de modo que los niños que tienen menos disponibilidad de recursos de memoria tienen también un menor rendimiento en tareas de cálculo. Estos datos permiten concluir que la reeducación de los niños con dificultades de cálculo no debe fomentarse ni en la repetición ni en la práctica sin sentido, sino en la activación de los procesos psicológicos implicados en el aprendizaje y, más concretamente, en la memoria.

**PALABRAS CLAVE:** Educación matemática, cálculo aritmético, rendimiento matemático, memoria de trabajo, ejecutivo central.

**ABSTRACT.** This work has studied the relation between human memory (central executive) and calculus performance, taking 94 Spanish students aged 7 and 8. Our results show that the relation between the central executive and arithmetic performance is important and consistent, so that children with less memory capacity will also have lower performance in areas of calculus. This data leads to the conclusion that the reeducation of children with calculus difficulties should neither rest on repetition, nor on meaningless practice, but in the activation of those psychological processes implicated in learning and, more concretely, in memory.

**KEY WORDS:** Mathematics education, arithmetic calculus, mathematical performance, working memory, central executive.

**RESUMO.** Neste trabalho estudamos a relação entre a memória humana (executivo central) e o rendimento em cálculo, tomando como mostra a 94 crianças espanholas com idades entre 7 e 8 anos. Nossos resultados indicam que a relação entre a habilidade do executivo central e o rendimento aritmético é importante e consistente, de modo que as crianças que têm menos disponibilidade de recursos de memória têm também um menor rendimento nas tarefas de cálculo. Estes dados permitem concluir que a reeducação das crianças com dificuldades de cálculo no deve fundamentar nem a repetição nem na prática sem sentido, mas na ativação dos processos psicológicos implicados na aprendizagem e, mais concretamente, na memória.

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2007) 10(3): 315-333  
Recepción: Julio 6, 2006/Aceptación: Agosto 27, 2007

**PALAVRAS CHAVE:** Educação matemática, cálculo aritmético, rendimento matemático, memória de trabalho, executivo central.

**RÉSUMÉ.** Dans ce travail s'étude le rapport entre la mémoire humaine (exécutif central) et l'efficacité en calcul, en prenant un échantillon de 94 enfants espagnols d'âge entre 7 et 8 ans. Nos résultats montrent que le rapport entre la compétence de l'exécutif central et l'efficacité arithmétique est important et consistante, de manière que les enfants qui disposent de moins ressources de mémoire ont aussi une mineur efficacité dans les tâches du calcul. Ces données permettent conclure que la rééducation des enfants faibles en calcul ne doit reposer ni dans la répétition ni dans la pratique sans sens, mais dans l'activation des processus psychologiques impliqués dans l'apprentissage et, plus précisément dans la mémoire.

**MOTS CLÉS:** Didactique des mathématiques, calcul arithmétique, efficacité mathématique, mémoire du travail, exécutif central.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los resultados de diversas pruebas –tanto nacionales como internacionales– que evalúan el rendimiento matemático en general, y el aritmético en particular, ponen de relieve que muchos alumnos no alcanzan un nivel satisfactorio en tareas de cálculo (Informe PISA de la OCDE, 2003; Proves de Competències Bàsiques del Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, 2004).

Durante varias décadas, y como consecuencia sobre todo de aplicar los postulados asociacionistas en el aprendizaje del cálculo (Thorndike, 1922), todos los alumnos que presentaban dificultades en el aprendizaje y la ejecución de tareas de cálculo eran sometidos a enormes listados de operaciones aritméticas, al considerar que la repetición era la base para aprender y dominar el cálculo. Sin embargo, el aprendizaje del cálculo bajo los auspicios asociacionistas ha fallado estrepitosamente. Muchos estudios han demostrado que la repetición sin sentido, más que un beneficio, puede ser perjudicial para el rendimiento matemático, ya que influye negativamente en aspectos fundamentales para el aprendizaje, como la motivación (Gómez-Chacón, 1999; Skemp, 1980). Además, desde el punto de vista del aprendizaje cognitivo, la repetición genera un conocimiento poco estable, y difícilmente relacionado con el saber previo o de la vida real que permita hacerlo significativo. Por ello, la información aprendida por tales métodos se pierde fácilmente.

Pero si la clave no está en la repetición, ¿por qué sigue imperando este método en la escuela? ¿Hacia dónde debemos mirar? ¿Qué es lo que necesitan

los niños que les cuesta calcular? ¿Qué pueden hacer los maestros para potenciar al máximo las capacidades aritméticas de sus alumnos?

## 2. LA INCIDENCIA DE LA MEMORIA HUMANA

Hoy sabemos que muchos aspectos inciden en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier contenido matemático. El cálculo no es ninguna excepción (Alsina, 2001), ya que en él influyen factores externos como el contexto sociocultural (Bishop, 1999), aspectos socio-afectivos como la motivación (Gómez-Chacón, 1999; Skemp, 1980), las creencias (Vila y Callejo, 2004; Planas y Alsina, 2006), las representaciones sociales (Gorgorió y Planas, 2005; Planas y Gorgorió, 2004), o bien factores internos de tipo cognitivo.

Desde este ámbito, existe un importante volumen de investigación aplicada que ha intentado determinar la incidencia de diversos procesos psicológicos básicos en el aprendizaje del cálculo, aunque sin lugar a dudas el más estudiado ha sido la memoria humana (Alsina, 2001 y 2002; Alsina y Sáiz, 2003, 2004a y 2004b). La investigación en este campo ha permitido encontrar respuestas a los interrogantes planteados, al identificar diversas evidencias que explicarían porqué algunos niños con inteligencia normal tienen serias dificultades para aprender a calcular. Los avances más significativos apuntan que los problemas de estos niños para calcular se deben a un bajo rendimiento de la memoria de trabajo, ya que tienen problemas de recuerdo y manejo de recursos sobre este tipo de materiales, lo cual es perfectamente lógico porque, si no son capaces de recordar números que acaban de escuchar, difícilmente pueden operar adecuadamente con ellos (Alsina y Sáiz, 2003).

Este ha sido el punto de partida para proponer nuevas formas de actuación en la escuela que no se basen en la repetición. Nuestra propuesta se basa en entrenar la memoria de trabajo a través de un programa de activación de la memoria de trabajo, formado por tareas que impliquen procesar y recordar material numérico: recuerdo de cantidades, *memorys* de cantidades, recuerdo serial de dígitos directo e inverso, etc. (Alsina y Sáiz, 2004b). Sin embargo, en este artículo nos centramos en la incidencia de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo, y dejamos para otro trabajo el análisis profundo de la manera como se debería trabajar en la escuela, conociendo dicha relación.

Los estudios recientes acerca del papel de la memoria en el aprendizaje del cálculo se han efectuado sobre todo a partir del Modelo de Memoria de Trabajo

(Baddeley y Hitch, 1974), cuyos antecedentes se localizan en los trabajos sobre la memoria a corto plazo hechos por Atkinson y Shiffrin (1971a, 1971b). El cambio de concepción desde una visión puramente estructural y temporal de la memoria a corto plazo (Atkinsin y Shiffrin, 1971a y 1971b) hacia una visión procesual y funcional (Baddeley y Hitch, 1974) supuso una revolución en el estudio de la memoria humana.

Con los resultados de sus trabajos, Baddeley y Hitch plantearon que la memoria a corto plazo era un sistema operativo que procesaba y almacenaba temporalmente la información necesaria para ejecutar tareas cognitivas como la comprensión, el razonamiento y el aprendizaje. En su planteamiento inicial, consideraron a un sistema de atención controlador que supervisaba y coordinaba varios subsistemas subordinados. El controlador atencional se denominó *ejecutivo central*, mientras que los subsistemas subordinados más estudiados han sido el *bucle fonológico*, el cual se supone que manipula información de tipo verbal (palabras, números, etc), y la *agenda viso-espacial*, que se cree que se encarga de la creación y manipulación de imágenes. De forma sintética, algunos resultados más representativos de estos dos subsistemas son los siguientes:

Bucle fonológico	Agenda viso-espacial
<ul style="list-style-type: none"> <li>- La supresión articulatoria durante el conteo o la similitud fonológica entre los dígitos producen un descenso substancial del rendimiento</li> <li>- Las palabras que tardan más en ser pronunciadas tardan también más en ser subvocalizadas y, por lo tanto, imponen más carga al mecanismo de repetición subvocal</li> <li>- Los sujetos con lentitud de conteo podrían tener un acceso más lento a la representación de los números en la memoria a largo plazo, debido a representaciones fonológicas débiles o a la pérdida de información antes que el cálculo haya finalizado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los resultados son contradictorios y no existe un consenso sobre su incidencia en el aprendizaje del cálculo. Sin embargo, aunque no está demostrado empíricamente, sugerimos que su influencia puede ser importante en tareas matemáticas con una importante carga de información visual como, por ejemplo, la geometría</li> </ul>

En este trabajo nos centramos en el ejecutivo central, ya que estudios preliminares han constatado que ejerce un rol esencial en la realización de

actividades cognitivas complejas (Engle, Kane y Tuholski, 1999). Gathercole y Pickering (2000a) ampliaron algunas funciones adscritas al ejecutivo central, como el desarrollo de estrategias flexibles para el almacenaje y la recuperación de la información; el control del flujo de información a través de la memoria de trabajo; la recuperación del conocimiento desde la memoria a largo plazo, o el control de la acción, la planificación y la programación de múltiples actividades concurrentes.

Al lo largo de más de un cuarto de siglo, desde que se hizo hincapié por primera vez en el papel desempeñado por el ejecutivo central, además de los estudios sobre bases conceptuales y metodológicas han ido surgiendo diversas líneas de investigación aplicada. En este contexto, un sector de investigadores se abocó a revelar las implicaciones del ejecutivo central en las tareas matemáticas en general, y las aritméticas en particular. Logie, Gilhooly y Wynn (1994), a partir de una muestra de sujetos adultos, establecieron que las características del ejecutivo central sugerían que tenía un papel de primer orden en la cognición numérica, especialmente en los cálculos aritméticos más complejos, a pesar de la falta de evidencia empírica. En su trabajo identificaron que la actuación en el cálculo se interrumpe cuando el ejecutivo central se sobrecarga y, por extensión, cuando el bucle fonológico es también sobrecargado, lo cual les hizo suponer que el papel del ejecutivo central consiste en valorar los totales correctos y seleccionar implícitamente las estrategias apropiadas cuando la solución de un cálculo no está disponible directamente mediante la recuperación.

Dos años después, Lemaire, Abbi y Fayol (1996) estudiaron una posible repercusión de las conclusiones apuntadas por Logie y su equipo, al centrarse en el distinto nivel de implicación del ejecutivo central –así como del resto de subsistemas de la memoria de trabajo– en la verificación de cálculos de respuesta falsa con un resultado próximo al verdadero ( $8+4=13$ ), comparándolos con los de respuesta falsa que daban un resultado alejado al verdadero ( $8+4=17$ ). Tal efecto, denominado el *efecto división* (Ashcraft y Battaglia, 1978; Dehaene y Cohen, 1991; Zbrodoff y Logan, 1990) es interesante porque hace pensar que los sujetos utilizan dos tipos de estrategias: una de recuperación, para verificar los cálculos de resultados próximos, y una de probabilidad, para comprobar cálculos alejados. A partir de los resultados obtenidos, Lemaire y su equipo afirmaron:

Cuando se utiliza la estrategia de recuperación, los sujetos primero recobran la solución correcta, comparan esta respuesta y la emiten. Usando la estrategia de probabilidad, el proceso de verificación no es tan rápido de completar, pero se toma una

rápida decisión, que consiste en determinar que la respuesta propuesta está demasiado alejada para que sea probable (pp. 97).

Además, señalaron que cuando los sujetos verifican los cálculos aritméticos de respuesta verdadera, que es el caso de nuestro trabajo, el efecto *dificultad del cálculo* se incrementa si radica en el bucle fonológico o en el ejecutivo central. Esto les hizo concluir que para verificar cálculos de respuesta verdadera, los recursos atencionales tanto del ejecutivo central como del bucle fonológico están estrechamente implicados.

En un trabajo de revisión, Hitch y Towse (1995) implicaron también al ejecutivo central en la destreza para realizar cálculos aritméticos, y apuntaron que la habilidad aritmética depende de los recursos para hacer operaciones mentales y de la información almacenada en un espacio de trabajo central. Más adelante, Towse y Hitch (1997), en un estudio hecho con 46 niños con una media de edad de 7 años y 5 meses, sugirieron que el ejecutivo central está también implicado en tareas específicamente numéricas, al encontrar una relación entre la capacidad de contar objetos y un sistema central de capacidad limitada, además del procesamiento visual y verbal. Sus resultados están de acuerdo con el trabajo de McLean y Hitch (1999), en el que relacionaron a los niños con baja habilidad aritmética y déficits con el componente espacial de la memoria de trabajo y con algunos aspectos del ejecutivo central. Por otro lado, las correlaciones obtenidas por Gathercole y Pickering (2000a) indicaron también un vínculo estrecho entre el ejecutivo central y el cálculo aritmético. También Gathercole y Pickering (2000b), a partir de un estudio con 83 niños ingleses de 6 y 7 años con un nivel bajo en tests de las áreas de inglés y matemáticas, establecieron una relación con las puntuaciones débiles en medidas del ejecutivo central. Asimismo, Fürst y Hitch (2000), tomando una muestra de 24 estudiantes universitarios, concluyeron que la interrupción que los procesos dependientes del ejecutivo central en una tarea aritmética conlleva el descenso del rendimiento.

Como punto de partida para nuestro estudio tomamos al conjunto de resultados anteriores, ya que su objetivo fue corroborar que la habilidad del ejecutivo central de la memoria de trabajo tiene una notable influencia en la ejecución de tareas de cálculo. Y lo que es más importante: los resultados de nuestro trabajo y otros precedentes permiten apuntar en la línea que la reeducación de los niños con dificultades para aprender a calcular no se encuentra en la repetición, tal como señalaron a principios del siglo XX los psicólogos asociacionistas (Thorndike, 1922), sino en la activación de los procesos psicológicos implicados en este aprendizaje, tal como ya apuntamos en

otro artículo (Alsina y Sáiz, 2004b), y que será objeto de estudio más minucioso en futuros trabajos.

### 3. MÉTODO

#### 3.1. *Participantes*

La muestra para este estudio fue de 94 alumnos –53 niños y 41 niñas– de segundo año de educación primaria, con edades de 7-8 años (la media de edad al iniciar las pruebas era de 7,5 años). Ellos estaban escolarizados en cinco centros ubicados en poblaciones semiurbanas del entorno geográfico de la Cataluña (España). Los cinco centros partían de una metodología de enseñanza-aprendizaje del cálculo parecida, y su Proyecto Curricular de Centro en el área de matemáticas era también muy similar. Las familias eran de origen socioeconómico cultural medio y mayoritariamente catalanohablantes.

#### 3.2. *Instrumentos*

Las pruebas utilizadas, tanto para la medida del cálculo aritmético como del ejecutivo central, fueron las siguientes:

*Pruebas aritméticas.* Se diseñaron dos pruebas para esta investigación, una de numeración y otra de cálculo, debido a la dificultad para localizar pruebas estandarizadas que contemplasen los contenidos aritméticos del currículum actual, de acuerdo con Shriner y Salvia (1988). Para ambas pruebas, los aciertos sumaban un punto y los errores restaban también un punto.

La prueba de numeración estaba formada por un dictado oral de 10 números y diversas tareas escritas: relacionar mediante flechas el nombre de 12 números con su correspondiente símbolo matemático; comparar 20 pares de cantidades mediante los símbolos  $>$ ,  $<$  ó  $=$ ; escribir el número natural anterior y posterior al dado, y 4 series numéricas. El tiempo de administración total fue de 6 minutos, y podían obtenerse 104 puntos como máximo.

La prueba de cálculo incluía 40 operaciones simples, de un dígito (20 de suma y 20 de resta; por ejemplo,  $4+3$  ó  $9-5$ ), que se presentaron equitativamente en disposición vertical y horizontal, y 40 operaciones complejas

mostradas en forma horizontal, de dos dígitos (15 de suma, 15 de resta y 10 combinadas; por ejemplo,  $12+11$ ,  $14-13$  ó  $13+12-10$  ). De cada tipo de operación, había 10 en forma inversa y 5 directa. El tiempo de administración total fue de 8 minutos, y la puntuación máxima que podía obtenerse era 80.

Al no tratarse de exámenes estandarizados, correlacionamos las pruebas aritméticas con las Proves Psicopedagògiques d'Aprenentatges Instrumentals (PPAI), de Canals (1988), ampliamente aceptadas en el marco catalán para la medida de capacidades escolares, y obtuvimos un índice de correlación estadísticamente significativo ( $r = 0,46$ ).

*Tests del ejecutivo central.* Usamos tres pruebas de la *Bateria de test de memòria de Treball*, de Pickering, Baqués y Gathercole (1999), que es una adaptación y ampliación de *The working memory battery*, de Pickering y Gathercole (1997). Se trata de medidas directas de la memoria de trabajo que emplean como procedimiento el recuerdo serial, y siguen el planteamiento del modelo de Baddeley y Hitch (1974) de situaciones de tareas duales:

1. *Recuerdo serial de dígitos (inverso)*: Este test es muy parecido a la prueba de dígitos inversos de las Escalas de inteligencia de Wechsler (1974). Dispone de cuatro secuencias de dígitos para cada nivel, y se suspende la administración cuando el sujeto falla en dos series consecutivas de una misma amplitud. La puntuación directa oscila entre 0 y 36 puntos, y la amplitud entre 2 y 9, respectivamente. Está considerado como un test que mide la habilidad del ejecutivo central, debido a sus requerimientos de mantener una lista de dígitos mediante recuerdo serial e invertirlo mentalmente. Ello indica que se realiza a la vez almacenamiento (debe recordar) y procesamiento (debe invertir la serie).
2. *Amplitud de escuchar*: Este test es una versión adaptada del Reading Span Task, de Daneman y Carpenter (1980 y 1983) en su modalidad de escuchar (Listening Span Task). Se basa en la lectura de unas series de frases por parte del investigador que el niño debe decir si son verdaderas o falsas. Una vez que se le han mostrado las series se le pide que repita la última palabra de cada frase, mediante recuerdo serial. Se inicia la tarea con series de dos frases, lo cual indica que una vez finalizada la serie el sujeto tiene que recordar dos palabras (la final de cada frase). Se prosigue con una serie de tres frases y así sucesivamente, hasta que el niño es incapaz de recordar correctamente y en el mismo orden las últimas palabras de dos

series. Se obtienen dos tipos de puntuaciones distintas: número de series recordadas, que puede variar entre 0 y 20, y amplitud, de 2 a 6. La tarea involucra de forma simultánea el mantenimiento y el procesamiento de la información.

3. *Amplitud de contar*: Es una prueba diseñada originalmente por Case, Kurland y Goldberg (1982) de base similar a la anterior, aunque en lugar de frases se utilizan tarjetas con puntos que deben ser contados y retener los resultados. Se utiliza un cuadernillo de estímulos, donde se presentan por orden de dificultad creciente las tarjetas con puntos. En total hay cuatro series de tarjetas de cada amplitud (de 2 hasta 6). La prueba se inicia presentando una serie de dos tarjetas: el sujeto cuenta los puntos de cada tarjeta y a continuación debe repetir, mediante recuerdo serial, la cantidad de cada una. Si realiza correctamente la serie, pasa a la siguiente, hasta agotar las cuatro series de la misma amplitud. A continuación, se usa el mismo procedimiento con las series de tres tarjetas (el sujeto debe recordar cada vez tres números) y así sucesivamente, hasta que es incapaz de recordar en orden serial los números de una misma amplitud. Se obtienen dos tipos de puntuación: series realizadas correctamente, que puede oscilar entre 0 y 20, y amplitud, entre 2 y 6.

### 3.3. *Diseño*

Para analizar la incidencia del bucle fonológico en el aprendizaje del cálculo se hizo un estudio de tipo correlacional, que permite establecer relaciones entre ambos aspectos, pero queremos aclarar que no logra ver el aprendizaje ni los cambios estables.

Se usó un diseño intragrupo ex post facto para determinar el nivel de incidencia del ejecutivo central de la memoria de trabajo en tareas de cálculo. Se ocupó este diseño, ya que no se manipularon directamente las variables dependientes, sino se generaron a partir de las características de los sujetos con base en los siguientes aspectos:

*Rendimiento aritmético*: Para determinar si la habilidad aritmética mantiene alguna relación con alguno de los dos subsistemas de la memoria de trabajo, establecimos una categoría de los sujetos en tres niveles (bajo, medio y alto) con base en sus puntuaciones de las pruebas aritméticas administradas.

*Habilidad del ejecutivo central de la memoria de trabajo*: Aquí también hicimos

una categoría de los sujetos también en tres niveles (bajo, medio y alto), basándonos en sus puntuaciones de las pruebas de ejecutivo central.

Se tuvieron en cuenta también diversos aspectos que podían incidir y/o distorsionar los resultados: el sexo, la edad, las necesidades educativas especiales, la repetición de curso, la ausencia en las sesiones experimentales y otras variables ambientales, como el espacio, el ruido o la hora de administración de las pruebas.

### 3.4. Procedimiento

La recolección de datos para nuestra investigación empírica se efectuó en los respectivos centros escolares. Los niños seleccionados hicieron las diversas pruebas individualmente o colectivamente, contando con la presencia del investigador o del profesor respectivo. En el diagrama 1 se resume el procedimiento general utilizado.

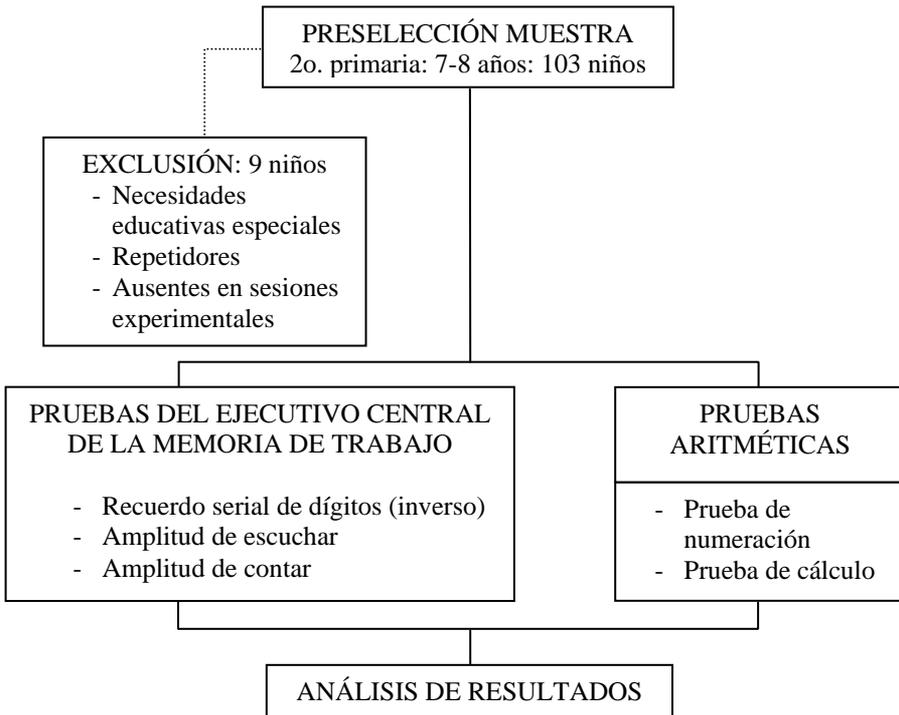


Diagrama 1. Proceso general empleado para el desarrollo de la investigación empírica.

Antes de llevar a cabo el estudio, se sensibilizó a los niños para evitar posibles interferencias posteriores, como problemas de conducta. En relación con la administración de las pruebas, se repartieron en primer lugar las pruebas aritméticas de forma colectiva, y luego las distintas pruebas de ejecutivo central de forma individual: *Recuerdo serial de dígitos (inverso)*, *amplitud de escuchar* y *amplitud de contar*.

Se usó siempre el mismo espacio en cada centro escolar, lo cual permitió que aspectos como la temperatura ambiental o el ruido estuvieran más o menos constantes durante el estudio. Por otro lado, dada la posibilidad que la hora del día afectase al rendimiento, como se indica en diversos estudios cronopsicológicos (Estaún, 1993, entre otros), tomamos en cuenta tal factor, de manera que todas las pruebas se aplicaron en las últimas sesiones de la mañana, donde se ubican los mayores niveles de rendimiento en la mayor parte de estudios.

La distribución de los niños y niñas de cada grupo-clase en la investigación estuvo sujeta a la arquitectura de cada centro escolar, aunque el criterio general consistió en distribuirlos en filas paralelas, con una breve separación entre mesa y mesa. En todas las pruebas la lengua usada fue el catalán, que es la lengua vehicular de aprendizaje de los distintos centros escolares.

En cuanto a los criterios para la puntuación, fueron los siguientes: en las pruebas de numeración y de cálculo se restaron los aciertos menos los errores, y en las de ejecutivo central se usaron las normas de corrección propuestas para cada evaluación.

#### 4. RESULTADOS

Antes de proceder a exponer los resultados, queremos precisar que analizamos las condiciones de normalidad de las pruebas aritméticas usadas y podemos indicar que todas las puntuaciones no contradicen a un modelo normal, según el *Test de normalidad*, de Kolmogorov-Smirnov: *K-S para una muestra de SPSS*. También queremos advertir que para efectuar los distintos análisis empleamos puntuaciones directas en las medidas individuales y normalizadas en las compuestas, con el objeto de tener rangos homogéneos en dichas pruebas. Todas las puntuaciones normalizadas se caracterizan por tener una distribución normal, con media 0 y desviación típica 1 (Zaiats, Calle y Presas, 1998).

Como ya hemos indicado, analizamos la posible incidencia del sexo y de la edad. En las tareas administradas no hallamos diferencias estadísticamente significativas en función del sexo ( $p = 0,56$  en las pruebas aritméticas, y  $0,9$  en las de ejecutivo central de la memoria de trabajo) ni de la edad ( $p = 0,76$  en las pruebas aritméticas, y  $0,83$  en las de ejecutivo central de la memoria de trabajo).

En el caso de las pruebas aritméticas (numeración y cálculo), estudiamos los resultados a partir de una puntuación compuesta –sumatorio de numeración y cálculo–, puesto que al realizar de forma previa un estudio más detallado, donde analizamos por separado las puntuaciones de las pruebas de numeración y las de cálculo, observamos que la tendencia era la misma (Alsina, 2001). Por ello, mostramos únicamente los resultados globales con el objeto de simplificar la exposición.

Para determinar una posible relación entre el rendimiento aritmético y la habilidad del ejecutivo central, correlacionamos en primer lugar las puntuaciones de las pruebas aritméticas con las del ejecutivo central; el índice de correlación de Pearson obtenido ( $r = 0,52$ ) indicó que ambas tareas mantenían una relación importante.

En segundo lugar, a fin de acotar en forma más precisa estos datos iniciales, correlacionamos la puntuación de las pruebas aritméticas con la de cada una de las pruebas del ejecutivo central de memoria de trabajo administradas.

El índice de correlación resultó significativo en todas las pruebas del ejecutivo central, y la correlación más alta se dio con la prueba de *amplitud de contar* (aciertos). La Tabla I ilustra los resultados obtenidos.

TABLA I  
Índice de correlación de Pearson  
entre las pruebas aritméticas y las pruebas de ejecutivo central

	Recuerdo serial de dígitos inverso: <i>aciertos</i>	Recuerdo serial de dígitos inverso: <i>amplitud</i>	Amplitud de escuchar: <i>aciertos</i>	Amplitud de escuchar: <i>amplitud</i>	Amplitud de contar: <i>aciertos</i>	Amplitud de contar: <i>amplitud</i>
Pruebas aritméticas	0,29**	0,3**	0,37**	0,34**	0,39**	0,28**

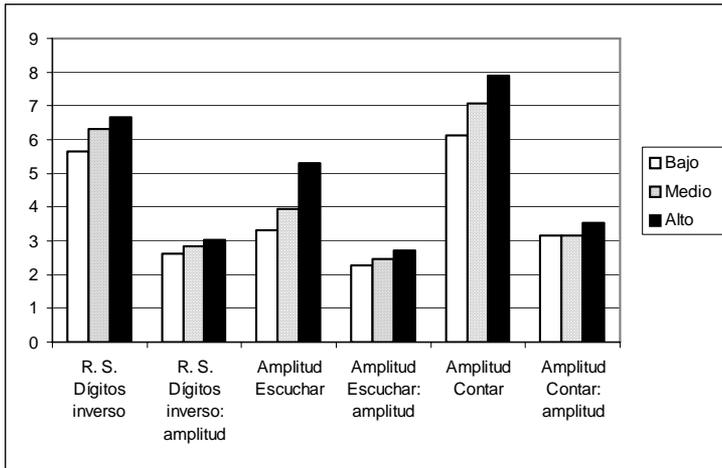
\*\* La correlación es significativa al nivel 0.01 (bilateral).

En tercer lugar, nos interesaba determinar si la capacidad del ejecutivo central incidía en las tareas aritméticas de todos los sujetos por igual, o si varía según su nivel (bajo, medio o alto). Para dividir la muestra en tres grupos –bajo, medio y alto– usamos el procedimiento *RANKS* de SPSS sobre la puntuación de las pruebas aritméticas, mientras que para comparar las medias ocupamos la prueba de contraste (post-hoc) de Scheffé de SPSS. Los resultados se exponen en la Tabla II.

TABLA II  
Comparación de medias en las pruebas  
del ejecutivo central en función del nivel aritmético.

	Nivel aritmético	N	Media	Desviación típica	Sig.	Contraste
Recuerdo serial de dígitos inverso: <i>aciertos</i>	Bajo	31	5,65	1,89	0,121	N. S.
	Medio	32	6,31	1,53		
	Alto	31	6,65	2,3		
Recuerdo serial de dígitos inverso: <i>amplitud</i>	Bajo	31	2,61	0,72	0,091	N. S.
	Medio	32	2,84	0,63		
	Alto	31	3,03	0,87		
Amplitud de escuchar: <i>aciertos</i>	Bajo	31	3,32	1,92	<0,001	bajo, medio< Alto
	Medio	32	3,94	1,58		
	Alto	31	5,29	2,27		
Amplitud de escuchar: <i>amplitud</i>	Bajo	31	2,26	0,44	0,004	bajo<alto
	Medio	32	2,47	0,51		
	Alto	31	2,71	0,59		
Amplitud de contar: <i>aciertos</i>	Bajo	31	6,13	2,46	0,015	bajo<alto
	Medio	32	7,06	2,24		
	Alto	31	7,9	2,37		
Amplitud de contar: <i>amplitud</i>	Bajo	31	3,16	0,82	0,105	N. S.
	Medio	32	3,16	0,81		
	Alto	31	3,55	0,85		

La Tabla II muestra que se produjeron diferencias estadísticamente significativas entre los distintos subgrupos de nivel aritmético en dos de las pruebas de ejecutivo central: la *amplitud de escuchar* (tanto *aciertos* como *amplitud*) y la *amplitud de contar* (*aciertos*). En todos los casos, las diferencias apuntan en el sentido esperado; es decir, los sujetos de nivel inferior en capacidad aritmética obtuvieron las puntuaciones más bajas en las tareas del ejecutivo central de la memoria de trabajo. En la Figura 1 se aprecian dichos resultados:



*Figura 1.* Rendimiento en las pruebas de ejecutivo central en función del nivel aritmético.

Para reafirmar los vínculos encontrados hasta el momento, realizamos también un análisis inverso donde comparamos el rendimiento en tareas aritméticas, en función del nivel de habilidad del ejecutivo central. Observamos que de nuevo se produjeron diferencias estadísticamente significativas entre los sujetos de nivel bajo y alto ( $p < 0,001$ ); es decir, los niños con un nivel de habilidad inferior en tareas de ejecutivo central son los que presentaron mayores dificultades para efectuar las tareas aritméticas.

## 5. DISCUSIÓN

Al analizar nuestros resultados, debemos reparar de entrada en algunas limitaciones. Por un lado, hay un reducido cuerpo de investigaciones sobre el papel que desempeña el ejecutivo central de la memoria de trabajo en tareas de cálculo, pues tradicionalmente los trabajos se han ceñido a otros subsistemas de la memoria de trabajo, como el bucle fonológico (Alsina y Sáiz, 2003; Alsina y Sáiz, 2004a), o en otros aprendizajes instrumentales, como la lectura (Ato y Navalón, 1983; Baqués y Sáiz, 1996, 1999; Cantor, Engle y Hamilton, 1991; Gathercole y Baddeley, 1993; Navalón, Ato y Rabadán, 1989). Por otro lado, los estudios que se han aproximado a la activación de la memoria humana como

base para ayudar a algunos niños a superar sus dificultades en el aprendizaje del cálculo son prácticamente inexistentes (Alsina, 2001; Alsina y Sáiz, 2004b).

Con respecto al papel que desempeña el ejecutivo central de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo, los resultados de nuestro estudio muestran que existe una correlación lineal estadísticamente significativa entre las pruebas de ejecutivo central y las tareas aritméticas, siendo las de *amplitud de contar* y *amplitud de escuchar* las que más correlacionan. Esto confirma un vínculo muy importante entre el ejecutivo central y la actividad cognitiva que conlleva el cálculo aritmético, un aspecto en el que coinciden de manera unánime los investigadores del tema.

Como ya mencionamos en la introducción, Logie, Gilhooly y Wynn (1994) demostraron que la actuación en el cálculo se interrumpe cuando el ejecutivo central se sobrecarga; Hitch y Towse (1995) y Towse y Hitch (1997), señalaron que el ejecutivo central está implicado en tareas aritméticas, al precisar que estas actividades cognitivas dependen de un sistema central de capacidad limitada. Lemaire, Abdi y Fayol (1996) llegaron a la conclusión de que, para verificar cálculos de respuesta verdadera, están implicados los recursos atencionales tanto del ejecutivo central como del bucle fonológico. Y más recientemente, Engle, Kane y Tuholski (1999), Fürst y Hitch (2000), Gathercole y Pickering (2000a, 2000b) y McLean y Hitch (1999), entre otros, también han enfatizado en el relevante papel que cumple este subsistema.

Sin embargo, a pesar de la notable influencia que parece ejercer la memoria de trabajo en diversos aprendizajes escolares, como la lectura o el cálculo, existen muy pocos estudios donde se hayan elaborado programas específicos de entrenamiento sobre la memoria de trabajo, o que hayan analizado las repercusiones que tendrían al aplicarlo en los niños. La mayor parte de trabajos en los que se diseña un programa de entrenamiento de la memoria, o que analizan su efecto en el rendimiento, se centran en poblaciones adultas que sufren algún trastorno de la memoria, como demencias tipo Alzheimer (Broman, 2001), síndromes asociados al abuso de alcohol, como el de Korsakoff (Hochhalter y Beth, 2001), trastornos mentales como la esquizofrenia (Kurtz, Moberg, Mozley, Swanson, Gur y Gur, 2001), o pérdida de memoria asociada a la vejez (Acuña y Risiga, 1997; Schmidt, Berg y Deelman, 2001; Troyer, 2001). Incluso, las escasas investigaciones que han tratado la posibilidad de entrenar y activar la memoria de trabajo en niños se centran básicamente en sujetos que tienen algún trastorno importante de la memoria; por ejemplo, el déficit de atención con hiperactividad (Klingberg, Forssberg y Westerberg, 2002).

En nuestro estudio se concluyó que la ejecución de tareas que requieren la memoria de trabajo puede mejorarse notablemente si se entrena dicha habilidad cognitiva. A partir de las evidencias empíricas anteriores, Alsina (2001) diseñó un Programa de Activación de la Memoria de Trabajo con el fin de activar la memoria de trabajo en niños. Recientemente, Alsina y Sáiz (2004b) han publicado un estudio con 50 niños –con edades entre 7 y 8 años– para determinar si es posible entrenar su memoria de trabajo. Con tal propósito, se dividió la muestra en dos subgrupos de 25 niños: el grupo experimental ha recibido el programa de entrenamiento de la memoria de trabajo, y el resto ha formado el grupo control. Los resultados indican que los niños del grupo experimental presentan incrementos estadísticamente significativos en la memoria de trabajo respecto al grupo control. Nuestros resultados más recientes confirman que este grupo de niños aumenta de forma considerable su nivel de rendimiento en tareas aritméticas, un dato ya apuntado en el estudio de Alsina (2001).

Este programa de activación, como hemos dicho en la introducción, está formado por diez tareas que implican el procesamiento y la memorización de material verbal, sobre todo de tipo numérico: recuerdo serial de palabras –directo e inverso–; recuerdo serial de dígitos –directo e inverso–; asociaciones numéricas (un dibujo con un número asociado, y al presentar nuevamente el dibujo hay que recordar el número); recuerdo de historial; *memory* de cantidades; amplitud de contar (grupos de dibujos que deben ser contados y recordados en el mismo orden); recuerdo de cantidades (por ejemplo, un grupo de dibujos alusivos a distintos animales, y se debe recordar cuántos animales iguales había), y amplitud de lectura de palabras.

Todo ello permite concluir que las páginas y páginas de operaciones aritméticas que muchos niños con dificultades de cálculo deben realizar en clase o en sus hogares –lo que es todavía peor–, como castigo por un *mal rendimiento escolar* no tienen ningún sentido. La solución radica en activar los procesos mentales implicados en el aprendizaje del cálculo, como la memoria.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acuña, M. M. y Risiga, M. (1997). *Talleres de entrenamiento cerebral y entrenamiento de la memoria*. Barcelona, España: Paidós.

- Alsina, À. (2001). *La intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético*. Tesis de doctorado, Universitat Autònoma de Barcelona (disponible en el sitio web del Servei de Publicacions UAB, Bellaterra, <http://www.tdcat.cesca.es/TDCat-0613101-113720>).
- Alsina, À. (2002). La intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético. *Enseñanza de las Ciencias* 20 (1), 176-177.
- Alsina, À. y Sáiz, D. (2003). Un análisis comparativo del papel del bucle fonológico versus la agenda viso-espacial en el cálculo en niños de 7-8 años. *Psichotema* 15 (2), 241-246.
- Alsina, À. y Sáiz, D. (2004a). El papel de la memoria de trabajo en el cálculo mental un cuarto de siglo después de Hitch. *Infancia y Aprendizaje* 27 (1), 15-25.
- Alsina, À. y Sáiz, D. (2004b). ¿Es posible entrenar la memoria de trabajo?: un programa para niños de 7-8 años. *Infancia y Aprendizaje* 27 (3), 275-287.
- Ashcraft, M. H. & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human, Learning and Memory* 4 (5), 527-538.
- Atkinson, R. C. y Shiffrin, R. M. (1968). Memoria humana: una propuesta sobre el sistema y sus procesos de control. En M. V. Sebastián (Ed.), *Lecturas de psicología de la memoria* (pp. 23-56). Madrid, España: Alianza Editorial, 1991.
- Atkinson, R. C. & Shiffrin, R. M. (1971a). Control processes in short-term memory. *Scientific American* 224, 82-90.
- Atkinson, R. C. & Shiffrin, R. M. (1971b). The control of short-term memory. *Scientific American* 225, 82-90.
- Ato, M. y Navalón, C. (1983). Memoria a corto plazo y habilidad lectora. *Revista de Psicología General y Aplicada* 38 (6), 1117-1134.
- Baddeley, A. D. y Hitch, G. (1974). Memoria en funcionamiento. En M. V. Sebastián (Ed.), *Lecturas de psicología de la memoria* (pp. 471-485). Madrid, España: Alianza Editorial, 1991.
- Baddeley, A. D. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 49 A (1), 5-28.
- Baddeley, A. D. (1998). *Memoria humana. Teoría y práctica*. Madrid, España : McGraw-Hill.
- Baqués, J. y Sáiz, D. (1996). Memoria y lectura. En D. Sáiz, M. Sáiz y J. Baqués (Eds.), *Psicología de la memoria. Manual de prácticas* (pp. 327-338). Barcelona, España: Avesta.
- Baqués, J. y Sáiz, D. (1999). Medidas simples y medidas compuestas de memoria de trabajo y su relación con el aprendizaje de la lectura. *Psicothema* 11 (4), 737-745.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Paidós.
- Broman, M. (2001). Spaced retrieval: A behavioral approach to memory improvement in Alzheimer's and related dementias. *NYS-Psychologist* 13 (1), 31-34.
- Canals, R. (1988). *Proves psicopedagògiques d'aprenentatges instrumentals*. Barcelona: Teide.
- Cantor, J.; Engle, R.W. & Hamilton, G. (1991). Short-term memory, working memory and verbal abilities: How do they relate? *Intelligence* 15, 229-246.
- Case, R.; Kurland, M. & Goldberg, J. (1982). Operational efficiency and the growth of short-term memory span. *Journal of Experimental Child Psychology* 33, 386-404.
- Daneman, M. y Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior* 19 (4), 450-466.
- Daneman, M. y Carpenter, P. A. (1983). Individual differences in integrating information between and within sentences. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition* 9 (4), 561-584.

- Dehaene, S. y Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: a case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia* 29, 1045-1074.
- Departament d'Educació (2004). *Competències bàsiques. Educació secundària obligatòria. Primer cicle. Prova C (Matemàtiques)*. Barcelona: Servei de Difusió i Publicacions.
- Engle, R. W.; Kane, M. J. y Tuholski, S. W. (1999). Individual differences in working memory capacity and what they tell us about controlled attention, general fluid intelligence and functions of the prefrontal cortex. En A. Miyake y P. Shah (Eds.), *Models of working memory* (pp. 102-134). Cambridge, USA: Cambridge University Press.
- Estaún, S. (1993). Cronopsicología y educación. En J. M. Asensio, S. Estaún, P. Feroso, J. Gairín, J. C. Mèlich y P. M. Pérez (Eds.), *El tiempo en educación* (pp. 153-217). Barcelona, España: PPU.
- Fürst, A. J. y Hitch, G. J. (2000). Different roles for executive and phonological components of working memory and mental arithmetic. *Memory and Cognition* 28 (5), 774-782.
- Gathercole, S. E. y Baddeley, A. D. (1993). *Working memory and language*. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gathercole, S. E. y Pickering, S. J. (2000a). Assessment of working memory in six- and seven-year-old children. *Journal of Educational Psychology* 92 (2), 377-390.
- Gathercole, S. E. y Pickering, S. J. (2000b). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology* 70 (2), 177-194.
- Gómez-Chacón, I. (1999). Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática. *Uno* 21, 29-45.
- Gorgorió, N. y Planas, N. (2005). Social representations as mediators of mathematics learning in multiethnic classrooms. *European Journal of Psychology of Education* XX (1), 91-104.
- Hitch, G. J. y Towse, J. N. (1995). Is there a relationship between task demand and storage space in tests of working memory capacity? *The Quarterly Journal of Experimental Psychology* 48 A, 108-124.
- Hochhalter, A. y Beth, J. (2001). Differential outcomes training facilitates memory in people with Korsakoff and Prader-Willi syndromes. *Integrative Physiological and Behavioral Science* 36 (3), 196-204.
- Klingberg, T.; Forssberg, H. y Westerberg, H. (2002). Training of working memory in children with ADHD. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology* 24 (6), 781-791.
- Kurtz, M.; Moberg, P.; Mozley, L.; Swanson, C.; Our C., R. y Our C., R. (2001). *Neurorehabilitation and Neural Repair* 15 (1), 75-80.
- Lemaire, P.; Abdi, H. y Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology* 8 (1), 73-103.
- Logie, R. H.; Gilhooly, K. J. y Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory and Cognition* 22 (4), 395-410.
- McLean, J. F. y Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology* 74 (3), 240-260.
- Navalón, C.; Ato, M. y Rabadán, R. (1989). El papel de la memoria de trabajo en la adquisición lectora en niños de habla castellana. *Infancia y Aprendizaje* 45, 85-105.
- OCDE (2003). *Cadre d'évaluation de PISA 2003. Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes*. Obtenido de <http://www.pisa.oecd.org>.
- Pickering, S. J. y Gathercole, S.E. (1997). *The working memory battery*. Bristol, England: University of Bristol.
- Pickering, S. J.; Baqués, J. y Gathercole, S. E. (1999). *Bateria de tests de memòria de Treball*. Barcelona, España: Laboratori de Memòria de la Universitat Autònoma de Barcelona [versión

- catalana no comercializada de S. Pickering y S. Gathercole (1997), *The working memory battery*. Bristol, England: University of Bristol].
- Planas, N. y Alsina, A. (2006). Argumentos para los futuros maestros en torno al conocimiento matemático. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas* 42, 51-63.
- Planas, N. y Gorgorió, N. (2004). Are different students expected to learn norms differently in the mathematics classroom? *Mathematics Education Research Journal* 16 (1), 19-40.
- Schmidt, I. W.; Berg, I. J. y Deelman, B. G. (2001). Relations between subjective evaluations of memory and objective memory performance. *Perceptual and Motor Skills* 93 (3), 761-776.
- Shriner, J. y Salvia, J. (1988). Chronic noncorrespondence between elementary math curricula and arithmetic tests. *Exceptional Children*, 55 (3), 240-248.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Morata.
- Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York, USA: The Mcmillan Co.
- Towse, J. N. y Hitch, G. J. (1997). Integrating information in object counting: a role for central coordination process? *Cognitive Development* 12, 393-422.
- Troyer, A. K. (2001). Improving memory knowledge, satisfaction and functioning via an education and intervention program for older adults. *Aging, Neuropsychology and Cognition* 8 (4), 256-268.
- Vila, A. y Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid, España: Narcea.
- Wechsler, D. (1974). *WISC-R. Escala de inteligencia de Wechsler para niños*. Madrid, España: TEA [edición revisada, 1994].
- Zaiats, V.; Calle, M. L. y Presas, R. (1998). *Probabilitat i Estadística. Exercicis I*. Vic: Eumo Editorial.
- Zbrodoff, N. J. y Logan, G. D. (1990). On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition* 16 (1), 8397.

## Autor

---

Àngel Alsina i Pastells . Facultat d'Educació i Psicologia. Universitat de Girona, Girona, España; angel.alsina@udg.edu