TÂNIA MARIA MENDONÇA, SANDRA MARIA PINTO,
IRENE MAURICIO CAZORLA y EURIVALDA RIBEIRO

AS ESTRUTURAS ADITIVAS NAS SÉRIES INÍCIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO EM CONTEXTOS DIFERENTES

ADDITIVE STRUCTURES IN THE FIRST GRADES OF BASIC EDUCATION: A DIAGNOSTIC STUDY IN DIFFERENT CONTEXTS

RESUMEN. El objetivo de la presente investigación fue realizar un estudio diagnóstico sobre el dominio de las estructuras aditivas en dos contextos diferentes, tomando como marco de referencia la Teoría de Campos Conceptuales. Participaron 1803 estudiantes de nivel básico (primaria) de 1º a 4º año, de escuelas públicas de los estados de São Paulo y Bahia en Brasil. Se aplicó una prueba escrita, compuesta por 12 problemas relacionados con las operaciones de adición y substracción, que involucraron situaciones de composición, transformación y comparación, utilizando valores numéricos pequeños. Se observó una tendencia creciente del porcentaje de aciertos en función de la escolaridad aunque, en niveles y ritmos diferenciados en estudiantes de ambos estados. La conclusión principal fue que los estudiantes, al final del cuarto año, aún mostraban dificultades para resolver problemas sobre estructuras aditivas más complejas.

PALABRAS CLAVE: Campos conceptuales, estructuras aditivas, enseñanza primaria, estudio comparativo.

ABSTRACT. The objective of this investigation was to carry out the diagnostic study of the domain of additive structures in two distinct contexts, taking the Theory of Conceptual Fields as a frame of reference. A total of 1803 1st to 4th grade elementary students participated from public schools in the states of Sao Paolo and Bahia in Brazil. They were given a written test, composed of 12 problems related to addition and subtraction operations, which involved situations of composition, transformation and comparison, using small numerical values. A growing trend in the percentage of correct answers was observed according to grade level although, at differing levels and rate in student from both states. The main conclusion was that students, by the end of the fourth year, still showed difficulty in solving problems on more complex additive structures.

KEY WORDS: Conceptual fields, additive structures, elementary education, comparative study.

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2007) 10(2): 219-239
Recepción: Noviembre 27, 2006/Aceptación: Junio 07, 2007

RESUMO. A presente pesquisa teve como objetivo realizar um estudo diagnóstico do domínio das estruturas aditivas, sob o referencial teórico dos campos conceituais, em dois contextos diferentes, para subsidiar a formação de professores. Participaram 1803 estudantes, de 1ª à 4ª série, de escolas públicas dos estados de São Paulo e da Bahia, Brasil. Foi aplicado um teste, do tipo lápis e papel, composto por 12 problemas de adição e subtração, envolvendo situações de composição, transformação e comparação e utilizando valores numéricos pequenos. Observou-se uma tendência crescente da taxa de acertos ao longo da instrução, porém em patamares e ritmos diferenciados nos dois estados. A pesquisa concluiu que ao final da quarta série os estudantes ainda apresentam dificuldades em resolver problemas de estruturas aditivas mais complexas.

PALAVRAS CHAVE: Campos conceituais, estruturas aditivas, ensino fundamental, estudo comparativo.

RÉSUMÉ. La recherche présentée ici avait pour objectif une étude "diagnostique" sur la maîtrise des structures additives, fondée sur la théorie des champs conceptuels. L'étude a porté sur 1803 élèves de l'école primaire des établissements publics des États brésiliens de São Paulo et de Bahia, Brésil. Pour cela, nous avons utilisé un questionnaire écrit comprenant 12 problèmes additifs, faisant appel aux opérations de composition, de transformation et de comparaison, dans un contexte familier aux élèves et portant sur des petits nombres. Les résultats ont montré une évolution des taux de réussite en fonction du niveau d'instruction, mais de façon différente suivant la région du pays. L'étude a également révélé quelques difficultés pour les élèves de dernière année d'école primaire, placés en situation de résolution de problèmes lorsque ceux-ci présentent une structure additive plus complexe.

MOTS CLÉS: Champs conceptuels, structures additives, école primaire, étude comparée.

1. INTRODUÇÃO

O Sistema da Educação Básica do Brasil é composta por três níveis: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio, cujas principais características encontram-se detalhadas no Quadro I. O Ministério de Educação realiza, em todo o território nacional, a cada dois anos, uma macro avaliação do desempenho escolar dos alunos, das escolas públicas, da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio. Essa avaliação recebe o nome de Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Segundo o relatório do SAEB (Brasil, 2003), o sistema de ensino brasileiro não está sendo eficiente para os alunos da quarta série, onde foram constatadas profundas lacunas na aprendizagem da Leitura e Matemática. Na dimensão curricular Números e operações, os estudantes não conseguiram efetuar cálculos simples envolvendo as quatro operações, nem resolver problemas do cotidiano, havendo diferenças significativas entre as regiões.

QUADRO I

Sistema da Educação Básica do Brasil

Nível	Etapas	Duração (anos)	Idade (anos)	Denominação (série)	Série avaliada pelo SAEB	Formação do professor
Educação Infantil	Creche	3 a 4	0 a 3	-	-	Professor polivalente (Pedagogo)
	Pré-escola	2 a 3	4 a 6	-	-	
Ensino Fundamental	I	4	7 a 10	1ª a 4ª	4ª	
	II	4	11 a 14	5ª a 8ª	8ª	Professor especialista
Ensino Médio		3	15 a 17	1ª a 3ª	3ª	

Fonte:http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=715&Itemid=741

A Figura 1 ilustra a distribuição dos estudantes nos diversos níveis de competência[1] em Matemática por regiões. Enquanto 8,8% dos estudantes do Sudeste foram classificados no nível "muito crítico", na região Nordeste esse contingente foi de 19,8%. Nesse nível se encontram os estudantes que não conseguiram transpor para uma linguagem matemática específica, comandos operacionais elementares compatíveis com a 4ª série, não identificando a operação de soma ou subtração envolvida no problema.

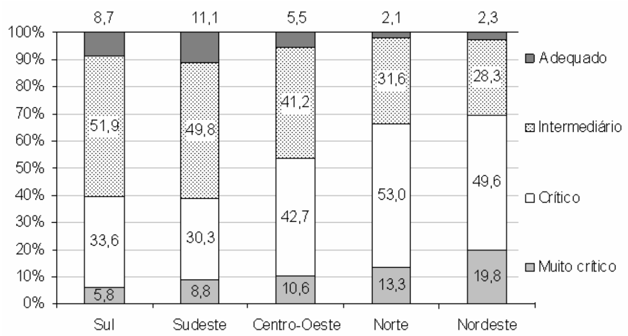


Figura 1. Percentual de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental por estágio de construção de competências em Matemática por Regiões em 2001[2] .

Estudos desenvolvidos no Sul da Bahia por Cazorla & Santana (2005) e Santana & Cazorla (2005), envolvendo 138 professores de escolas públicas de seis

---

[1] Trataremos o termo "competência" relacionando-o ao desempenho dos alunos. Portanto, competência refere-se ao "saber fazer" (savoir a faire, como chama Vergnaud em seus textos). Assim, ter competência para resolver um problema significa resolve-lo corretamente.

[2] Fonte: Tabela 4 do Relatório do SAEB, (BRASIL, 2003).

municípios, que lecionavam na Educação Infantil e nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, mostram um quadro preocupante. Para a maioria desses professores, o ensino de Matemática até a 4a série resume-se, basicamente, ao ensino das quatro operações que envolvem os números naturais. As razões mais apontadas para tal situação foram a falta de conhecimentos prévios e as sérias deficiências na leitura e escrita da língua materna por parte dos alunos. Em conseqüência, esses professores passam boa parte do ano letivo tentando sanar as deficiências e lacunas da série anterior, sem tempo de trabalhar os conteúdos conceituais e procedimentais da série, formando-se um círculo vicioso e um efeito dominó, que se alastra série após série, acumulando deficiências e dificuldades.

Por outro lado, a experiência das autoras com formação continuada de professores mostra que esses costumam ensinar as estruturas aditivas[3] nas duas primeiras séries do Ensino Fundamental. Nesse caso, o trabalho resume-se a apresentar para os estudantes situações consideradas pela teoria dos campos conceituais como protótipos aditivos ou, no máximo, de 1a e 2a extensão. Já nas 3ª e 4ª séries, o professor tende a ampliar o valor dos números envolvidos nos problemas, em detrimento da ampliação de outros tipos de situações pertencentes a essa estrutura, acrescentando um pouco de operações com as estruturas multiplicativas, limitando-se a efetuar contas de multiplicação e divisão.

Nas 1ª e 2ª séries costuma-se trabalhar problemas aditivos do protótipo de composição e transformação, tal como: “João tinha uma coleção de 6 bolinhas de gude. Ganhou 7 novas bolinhas de seu avô. Quantas bolinhas ele tem agora?”. Já nas 3ª e 4ª séries, na maioria das vezes, os professores trabalham com números maiores, embora utilizando os mesmos tipos de raciocínio, como por exemplo: “João tinha uma coleção de 56 bolinhas de gude. Foi jogar com um colega e perdeu 17. Depois seu pai lhe deu de presente 25. Ele ainda jogou com outro colega e ganhou 28 bolinhas. Quantas bolinhas de gude João têm agora?”. Observa-se que é preciso trabalhar essas situações-problema nas 3ª e 4ª séries, contudo é preciso ir além dessas situações para possibilitar a ampliação do campo aditivo dos estudantes.

Apesar da importância de se conhecer, de forma mais profunda, as raízes das dificuldades na aprendizagem de Matemática, ainda são escassos os trabalhos que mapeiem, de forma mais abrangente e detalhada, a origem dessas dificuldades nas séries inicias. Nesta fase de alfabetização matemática, os conceitos e procedimentos do bloco Números e Operações a serem desenvolvidos referem-se,

[3] A estrutura aditiva abrange vários conceitos, tais como, contagem, sistema de numeração decimal, adição, subtração, idéia de transformação, comparação, composição, entre outros.

basicamente, ao campo conceitual das estruturas aditivas, ou seja, as operações de adição e subtração.

Um dos poucos estudos de caráter abrangente que analisa o domínio das estruturas aditivas por estudantes de séries iniciais do Ensino Fundamental é o estudo de Magina, Campos, Nunes & Gitirana (2001). Essas autoras realizaram um estudo diagnóstico em escolas públicas da grande São Paulo, envolvendo 782 estudantes de 1ª a 4ª série, entre os anos de 1997 a 1998. O estudo analisou o desempenho dos estudantes em vários problemas que envolviam situações de adição e subtração, à luz da teoria dos campos conceituais.

Em trabalho posterior, Magina & Campos (2004) analisaram o desempenho em outras situações- problema das estruturas aditivas em 248 crianças, também de São Paulo, enfatizando a necessidade de estudos diagnósticos como fonte de informação para subsidiar a prática docente do professor:

> Considerando que as crianças normalmente constroem um campo conceitual através da experiência na vida diária e na escola, a importância de um estudo diagnóstico é fornecer ao professor subsídios que lhe permita saber em que nível de desenvolvimento seus alunos se encontram – quais classes de problemas são mais facilmente entendidos por seus alunos e quais procedimentos são mais naturalmente utilizados por eles - para que se possa, a partir daí, trabalhar, gradativamente, com novas classes de problemas que requeiram raciocínios mais sofisticados desses alunos e assim expandir o campo conceitual envolvido (Magina & Campos, 2004, p.59).

Um trabalho menos abrangente foi realizado por Guimarães (2005), que estudou as estruturas aditivas com 54 estudantes da terceira série, de escolas públicas e particulares de Campo Grande–MS, verificando melhor desempenho nas escolas particulares. Paralelamente, a autora analisou alguns manuais de Matemática e verificou que situações-problema envolvendo estruturas mais complexas (composição ou comparação de duas transformações) não são apresentadas; que não existe relação entre a freqüência dos tipos de problemas abordados nos manuais com o número de acerto nesses problemas; que a escolha do material didático não foi suficiente para formar bons solucionadores de problemas e, que os problemas que oferecem maior dificuldade são aqueles com incongruência entre a operação a ser realizada e os verbos ou expressões portadoras de informação, ou os que solicitam as relações/transformações e não os estados, ou, ainda, quando a resolução solicita a inversão da seqüência temporal.

Em relação às dificuldades decorrentes da incongruência entre as "palavras-chave"[4], portadoras de informação e a operação a ser realizada, tem-se o trabalho internacional realizado por Hudson (1983), com 94 crianças de 4 a 8 anos, que encontrou resultados similares aos de Vergnaud (1982) e Nunes & Bryant (1997) em problemas de comparação, com os termos "a mais" ou "a menos", nos quais as crianças não tiveram sucesso na questão, por causa de sua dificuldade em entender esses termos, isto é, para Hudson, a dificuldade das crianças era de ordem de compreensão lingüística.

Assim, a presente pesquisa teve como objetivo diagnosticar as competências dos estudantes na solução de problemas do campo aditivo, e seu desenvolvimento ao longo das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, de escolas públicas, em contextos diferentes (São Paulo e Bahia), buscando subsidiar a formação de professores.

2. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS ESTRUTURAS ADITIVAS

A teoria dos "Campos Conceituais" de Vergnaud (1990a, 1993, 1998, 2001) fornece elementos para a análise das dificuldades dos estudantes e constitui uma ferramenta poderosa para a construção de situações-problema. Isto porque ela apresenta um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas.

Vale salientar que para Vergnaud (1982) o conhecimento deve ser visto dentro de campos conceituais, um domínio que se desenvolve dentro de um longo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem. Considerando que as crianças normalmente constroem um campo conceitual através da experiência na vida diária e na escola, esses fatores perpassam necessariamente pela vida escolar delas. O termo maturação é empregado por Vergnaud no mesmo sentido de Piaget, termo que se refere, principalmente, ao crescimento fisiológico e ao desenvolvimento do sistema nervoso; a experiência

[4] Denominamos de palavras-chave, aquelas que o professor lança mão para sinalizar para o aluno a operação a ser utilizada para resolver a situação-problema. Assim, palavras como "ganhar", "mais", "receber", são consideradas como sinônimo de adição, e palavras como "perder", "menos", "dar", "emprestar", como sinônimo de subtração. Essas palavras-chave podem induzir o aluno ao erro, visto que, o importante para solucionar o problema é estabelecer o cálculo relacional entre os componentes da situação-problema colocada, por exemplo, a palavra ganhar quando colocada numa situação-problema de inversão, pode indicar a operação de subtração.

refere-se à interação do sujeito com o objeto em situações de sua vida diária. Por fim, a aprendizagem é, por excelência, de responsabilidade escolar. Trata-se de um fator que atua na construção do conhecimento do aluno a partir da atuação do professor (suas escolhas, planejamento e desenvolvimento de experimentos didáticos).

Um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de problemas ou situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros (Vergnaud, 1982; 1990b). Essa teoria afirma que a aquisição do conhecimento se dá por meio de situações e problemas já conhecidos, e que o conhecimento, portanto, tem características locais. Conseqüentemente, todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, o qual varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Nessa perspectiva, a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos que, segundo a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, é chamada simbolicamente de (S, I e R); onde S é um conjunto de situações que torna o conceito significativo, I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) e R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes.

No sentido de estabelecer relação entre conceito e situação, Vergnaud apóia-se nas idéias de Piaget, relacionando a terna (S, I, R) aos elementos básicos da função simbólica, onde S refere-se à realidade ou referente e I e R referindo-se à representação. Representação essa vista como a interação entre dois aspectos do pensamento: o significado I e o significante R. O caso da adição e subtração são exemplos de conceitos onde não faz sentido estudá-los isoladamente, mas sim dentro de um campo conceitual, o das Estruturas Aditivas.

Devido a grande diversidade de conceitos envolvidos nessas estruturas, elas fazem parte de um conhecimento que o aluno adquire a médio e longo prazo, devendo ser proposto ao longo das quatro séries iniciais. As situações encontradas nas Estruturas Aditivas podem ser classificadas como:

- Composição: nessa classe é possível relacionar parte-todo. Por exemplo, “Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?”;

- Transformação: nessa classe é possível relacionar estado inicial, uma transformação que leva a um estado final. Por exemplo, “Maria tinha 9 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Maria têm agora?";

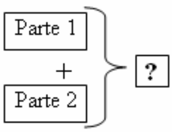
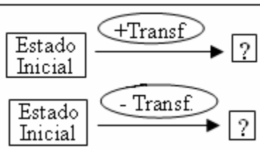
- Comparação: nessa classe é possível relacionar duas partes comparando-as, tendo sempre duas partes as quais são denominadas referente e referido e uma relação. Por exemplo, "Ana tem 8 anos e Carlos tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos têm Carlos?";

- Mistos: nessa classe é possível combinar problemas das classes anteriores. Por exemplo, "João tinha 13 carrinhos deu alguns para seu irmão ficando com 8 carrinhos. Depois ganhou 4 carrinhos de seu pai. E, por fim, presenteou seu primo com 4 carrinhos. Quantos carrinhos João deu ao todo? E com quantos carrinhos João ficou no final?"

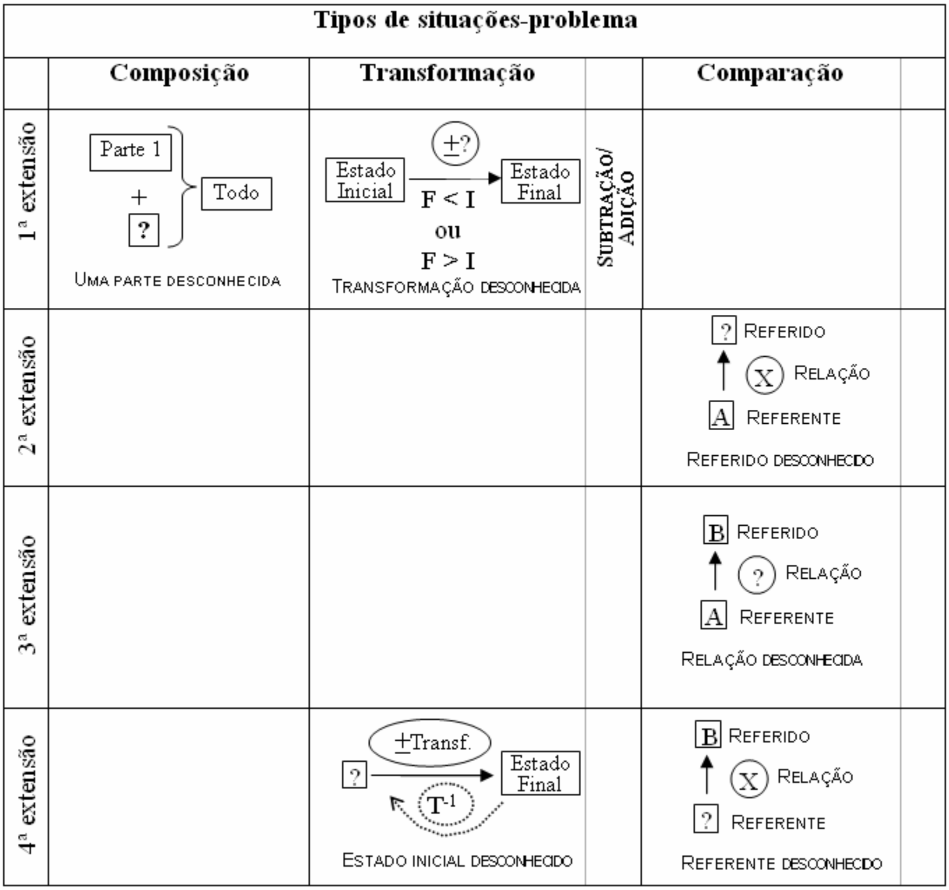
Segundo Nunes, Campos, Magina & Bryant (2001) esta classificação oferece uma estrutura teórica que ajuda a entender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, além de servir de base para o cenário de experiências sobre esses processos matemáticos na sala de aula. Ela ainda contribui para que o professor possa compreender o amplo espectro de significações das operações, evidenciando a complexidade do trabalho a ser realizado para que os estudantes estendam os conceitos envolvidos nessas operações.

O Quadro II, construído a partir do livro de Magina et al. (2001), apresenta uma síntese da classificação dos diferentes tipos de situações-problema proposta por Vergnaud.

QUADRO II
Classificação das situações-problema das estruturas aditivas (parte 1)

Tipos de situações-problema					
	Composição	**Transformação**		**Comparação**	
Protótipo	 TODO DESCONHECIDO	 ESTADO FINAL DESCONHECIDO	SUBTRAÇÃO/ ADIÇÃO		

QUADRO II
Classificação das situações-problema das estruturas aditivas (parte 2)



Legenda: Tranf. = transformação

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Trata-se de um estudo diagnóstico realizado em dois estados brasileiros: São Paulo-SP e Bahia-Ba. O estado de São Paulo está localizado na região Sudeste do Brasil, sendo o estado mais industrializado e de maior arrecadação tributária do país; dentro do estado de São Paulo a pesquisa foi realizada na região metropolitana da capital. Já o estado da Bahia está localizado na região Nordeste, uma das mais pobres do país e, a pesquisa foi realizada em seis municípios de pequeno porte, eminentemente agrícolas, no interior sul desse estado.

O estudo foi do tipo levantamento ou survey que segundo Fiorentini & Lorenzato (2006) é uma técnica que consiste na aplicação direta de questionário estruturado e padronizado a uma amostra representativa de uma população a ser pesquisada.

O primeiro estudo foi realizado em São Paulo, entre os anos de 1997 e 1998 (Magina et al., 2001), com 782 estudantes que cursavam entre a 1ª e a 4ª série do Ensino Fundamental, de escolas públicas da região metropolitana da cidade de São Paulo. Para tanto foi elaborado e aplicado um instrumento diagnóstico, do tipo lápis e papel, composto por 12 problemas das estruturas aditivas, envolvendo situações-problema de composição, transformação e comparação, e utilizando valores numéricos pequenos. Os dados foram coletados por professores que se encontravam em um curso de formação continuada, com a supervisão da equipe de pesquisadores de São Paulo. A aplicação do instrumento foi coletiva, com duração média de 1 hora e 30 minutos.

Após a análise e publicação dos resultados do primeiro estudo, os pesquisadores dos dois estados (São Paulo e Bahia) discutiram a viabilidade de reaplicação do mesmo estudo na Bahia, com a finalidade de observar se os resultados obtidos também se verificam quando aplicados com crianças advindas de outro contexto sócio-econômico e cultural.

Assim, o segundo estudo foi realizado na Bahia, em 2005 e envolveu 1021 estudantes que cursavam entre a 1ª e a 4ª série do Ensino Fundamental, de 26 escolas públicas de seis municípios do interior sul desse estado. Utilizando para isso o mesmo instrumento e seguindo os mesmos procedimentos do primeiro estudo. Ou seja, tratou-se de uma replicação do primeiro estudo.

Observa-se, ainda que, como os instrumentos foram aplicados por professores que estavam participando de cursos de formação de professores em serviço, consequentemente as amostras nos dois estados foram de conveniência.

Ambos os estudos tiveram como finalidade subsidiar a formação continuada de professores polivalentes.

As respostas dadas aos 12 problemas foram categorizadas como certas, atribuindo-se um ponto e, não certas (erradas ou deixadas em branco), atribuindo-se zero pontos; consequentemente, o número de respostas corretas variou de zero a doze. A taxa de acerto foi calculada através da fórmula: 100*média/12, a taxa de crescimento de uma série para a seguinte com a fórmula: 100*(média da série – média da série anterior)/média da série anterior.

Para avaliar a existência de diferenças significativas no desempenho por série e por estado foi utilizada a técnica de análise de variância (ANOVA), através do teste F e, quanto este detectou diferenças significativas entre as médias foi utilizado o teste de comparações múltiplas de Duncan. O nível de significância utilizado foi de 5%, porém em todos os casos, as estatísticas foram acompanhadas do p-valor, dando ao leitor liberdade para extrair suas próprias conclusões. O tratamento dos dados foi realizado com o programa estatístico SPSS.

Para ilustrar o desempenho dos sujeitos por séries e estados foi utilizado o diagrama da caixa ou boxplot, que é formado por uma caixa limitada pelos percentis 25 e 75 e possui um traço interno que representa a mediana. A caixa contém 50% dos dados, 25% ficam abaixo e 25% acima da caixa. As linhas externas representam os valores máximo e mínimo, a menos que existam valores outliers e extremos. Um valor é chamado de outlier quando se afasta da borda da caixa uma vez e meia o comprimento da caixa e é representado por uma circunferência, quando se afasta três vezes esse comprimento é chamado de valor extremo, representado por um asterisco; nesses casos, traça-se uma linha no último valor que não é outlier.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

A taxa de acerto ao longo das séries apresentou uma tendência linear crescente nos dois estados. Parte desse resultado era esperado, tendo em vista o grau de maturidade inerente a faixa etária[5] de cada série estudada, o que, certamente, é uma variável importante a ser considerada.

Contudo, os patamares e ritmos desse crescimento foram diferenciados por estado. Os estudantes de São Paulo partiram de um patamar de 64,6% na primeira série e alcançaram um patamar de 89,3% de acerto na quarta série, sendo que o crescimento de uma série para a seguinte foi de forma significativa (F(3,778) =

---

[5] Pela legislação brasileira a correlação idade-série é: 1ª série, 7 anos; 2ª série, 8 anos; 3ª série, 9 anos e 4ª série, 10 anos.

58,325; p = 0,000). Já o desempenho dos estudantes da Bahia partiu de um patamar de 52,0% na primeira série e chegou a 65,4% na quarta série e, apesar de ter sido encontrada diferenças significativas nessa trajetória (F(3,1017) = 14,611; p = 0,000), apenas a quarta série se distinguiu das três primeiras séries, observando-se uma estagnação na terceira série, conforme mostra a Tabela I e a Figura 2.

Analisando o desempenho em termos do número médio de problemas respondidos de forma correta, os estudantes de São Paulo partiram de 7,75 e chegaram a 10,72 respostas certas na quarta série, isto é, um acréscimo de três respostas certas em três anos de instrução. Já os estudantes da Bahia partiram de 6,24 e chegaram a 7,85 pontos, ou seja, um acréscimo de 1,6 respostas certas no mesmo período.

TABELA I
Desempenho no teste por série e estado

Série	São Paulo				Bahia			
	Nº de sujeitos	Média (*)	Taxa de acerto (%)	Taxa de crescimento (%)	Nº de sujeitos	Média (*)	Taxa de acerto (%)	Taxa de crescimento (%)
1ª	193	7,75 a	64,6	-	163	6,24 a	52,0	-
2ª	190	9,23 b	76,9	19,1	208	6,84 a	57,0	9,6
3ª	197	9,83 c	81,9	6,5	354	6,37 a	53,1	-6,9
4ª	202	10,72 d	89,3	9,1	296	7,85 b	65,4	23,2
Total	782	9,40	78,3	38,3	1021	6,87	57,3	25,8

(*) Médias com letras iguais não diferem estatisticamente segundo o teste de Duncan.

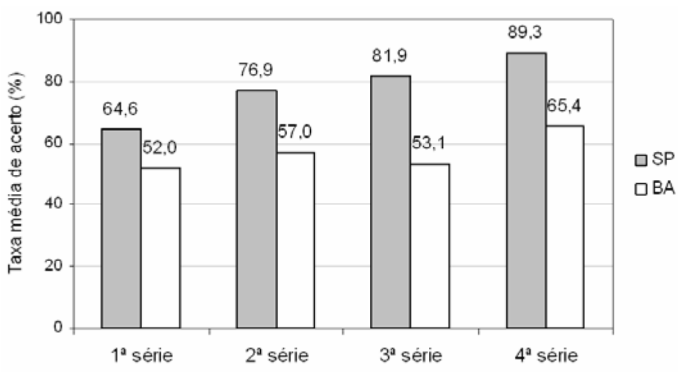


Figura 2. Desempenho médio por série e estado.

Observa-se, ainda, que em todas as séries, em média, os estudantes de São Paulo responderam mais questões que os estudantes da Bahia, sendo que essa diferença aumentou ao longo da instrução, tendo sido estatisticamente significativa num modelo fatorial completo 4x2 ($F(7,1795) = 148,758$; $p = 0,000$), conforme ilustra o diagrama da caixa na Figura 3.

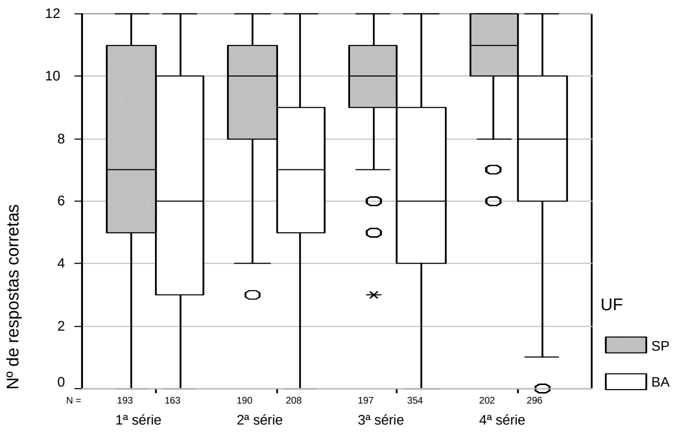


Figura 3. Número de respostas corretas por série e estado.

O diagrama da caixa mostra claramente que o perfil do ponto de partida, na primeira série, foi similar para as duas regiões, contudo, as diferenças vão se acentuando ao longo do processo de instrução, de tal forma que na quarta série, enquanto 75% dos estudantes de São Paulo responderam 10 ou mais questões, apenas 25% dos estudantes da Bahia conseguiram esse feito.

Um outro ponto relevante foi a estagnação observada na terceira série, mesmo nos estudantes de São Paulo, o desempenho da segunda para a terceira série cresceu apenas 6,5%, quando comparado com o crescimento da primeira para a segunda (19,1%). Esta estagnação foi mais acentuada nos estudantes da Bahia, pois houve uma queda de 6,9%, depois de haver crescido 9,6% da primeira para a segunda série.

Analisando a porcentagem de estudantes que acertaram cada um dos problemas, em geral, observa-se que os estudantes de São Paulo acertaram em média 21,1% a mais do que os estudantes da Bahia. Os problemas que apresentaram maior porcentagem de acerto foram os três primeiros; já os problemas 4, 9, 11 e 8 ofereceram mais dificuldades para ambos os grupos, conforme ilustra a Figura 4.

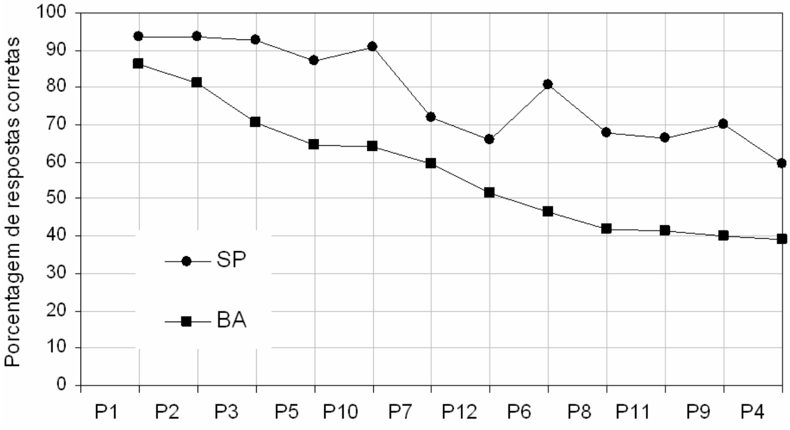


Figura 4. Porcentagem de respostas corretas por problema e estado.

A Tabela II mostra o desempenho dos estudantes por série nos dois estados, indicando tipo e seu enunciado.

O primeiro problema (P1) era de composição, que mesmo crianças pré-escolares, sem nenhum tipo de instrução conseguem resolver. O segundo (P2) e terceiro (P3) problemas eram de transformação positiva e negativa respectivamente, sendo que havia congruência semântica entre as palavras-chave do enunciado e o sentido da operação a ser efetuada (ganhou/adição, deu/subtração).

Nesses problemas, os estudantes de São Paulo partiram de um patamar mínimo de 88,1% de acerto, cresceram ao longo das séries, chegando até pelo menos 94,1% na quarta série. Já os estudantes da Bahia partiram de patamares menores, crescendo ao longo das séries, sem ultrapassar a casa dos 90%, sendo que no problema 3, houve uma queda da ordem de 10% na terceira série, quando comparado ao desempenho da segunda série. A Figura 5 ilustra o desempenho no primeiro e segundo problema.

O problema que apresentou maior dificuldade em ambos os estados foi o quarto (P4), que envolvia uma transformação aditiva com transformação desconhecida: “Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?” conforme ilustra a Figura 6.

TABELA II
Porcentagem de respostas corretas nos problemas por série e estado

Nº	Tipo	Enunciado	Estado	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série
P1	Composição protótipo	Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?	SP	91,2	91,1	94,9	97,5
			BA	76,7	84,6	87,6	90,9
P2	Transformação (adição) Protótipo	Maria tinha 9 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Maria têm agora?	SP	88,1	87,9	100,0	98,0
			BA	71,2	77,4	81,6	88,5
P3	Transformação (subtração) Protótipo	Maria tinha 9 figurinhas e deu 4 figurinhas para seu irmão. Quantas figurinhas Maria têm agora?	SP	89,1	93,2	93,9	94,1
			BA	60,1	74,0	64,1	82,1
P4	Transformação (adição F > I) 1ª extensão	Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?	SP	37,8	54,2	69,0	76,2
			BA	46,6	34,1	34,2	44,3
P5	Transformação (subtração F < I) 1ª extensão	Carlos tinha 10 bolas de gude. Perdeu algumas e ficou com 4. Quantas bolas ele perdeu?	SP	69,4	87,4	94,4	96,0
			BA	57,1	58,7	62,4	67,0
P6	Composição (parte desconhecida) 1ª extensão	Um aquário tem 9 peixes de cores amarela e vermelha. 5 peixes são amarelos, quantos são os peixes vermelhos?	SP	72,0	74,2	84,3	91,6
			BA	44,2	45,2	40,7	56,4
P7	Comparação (referido desconhecido) 2ª extensão	Ana tem 8 anos e Carlos tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos têm Carlos?	SP	58,0	71,6	74,1	83,7
			BA	38,7	63,5	60,2	67,6
P8	Comparação (relação positiva desconhecida)	Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos anos a mais?	SP	48,2	66,3	75,1	81,2
			BA	38,0	49,0	31,9	51,7
P9	Comparação (relação negativa desconhecida) 3ª extensão	Ana tem 8 reais. Carlos tem 12 reais. Quem tem menos reais? Quantos reais a menos?	SP	47,2	77,9	72,1	82,2
			BA	37,4	48,6	29,4	47,6
P10	Comparação (relação positiva desconhecida) 3ª extensão	Numa sala de aula havia 9 estudantes e 4 cadeiras. Tem mais estudantes ou cadeiras? Quantas cadeiras precisamos buscar para que todos possam sentar-se?	SP	79,8	90,0	93,9	99,0
			BA	64,4	63,9	60,2	68,9
P11	Transformação (Adição) 4ª extensão	Maria tinha alguns biscoitos e ganhou 4 biscoitos de sua avó, ficando com 12 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?	SP	52,3	67,4	61,9	83,2
			BA	47,9	36,1	34,2	50,0
P12	Transformação (Subtração) 4ª extensão	Maria tinha alguns biscoitos e deu 4 para seu irmão, ficando com 8 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?	SP	42,0	62,1	69,5	89,1
			BA	41,7	48,6	50,3	61,5

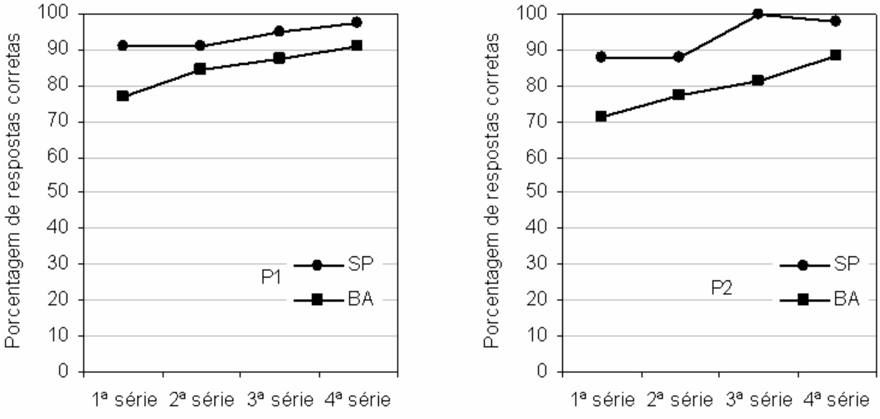


Figura 5. Desempenho nas duas questões "mais fáceis" por série e estado.

Nesse problema, ambos os grupos partiram do mesmo patamar na primeira série ($\chi 2(1) = 2{,}813$; $p = 0{,}093$), mas, enquanto os estudantes de São Paulo mostraram um desempenho crescente, chegando a 76,2% na quarta série, os estudantes da Bahia mostraram uma estagnação. Após iniciar num patamar de 46,6% na primeira série, a porcentagem de acertos caiu para 34,1% na segunda, se estagnou em 34,2% na terceira série e retomou o crescimento na quarta série, para 44,3%, sem, contudo, superar o ponto de partida. Segundo o teste qui-quadrado, o desempenho na primeira e quarta série podem ser considerados iguais e superam o desempenho da segunda e terceira série ($\chi 2(3) = 12{,}936$; $p = 0{,}000$).

Essa dificuldade parece radicar na incongruência semântica entre a palavra ganhou e a operação de subtração, pois para encontrar o número de bolas de gude que Carlos ganhou, o estudante devia subtrair as quatro bolas iniciais, das dez atuais, isto é, $10 - 4 = 6$, contudo muitos estudantes somaram os dois números dando como resposta 14.

A trajetória crescente mostrada pelos estudantes de São Paulo pode significar que esses, através da instrução, conseguem cada vez mais superar essa "armadilha", o que parece não ter acontecido com os estudantes da Bahia. A Tabela III mostra o percentual de estudantes da Bahia que escolheram a operação de adição, congruente com o verbo ganhar, ao invés da subtração, operação correta para a solução do problema.

TABELA III
Porcentagem de estudantes da Bahia segundo a escolha da operação no problema 4 por série

Operação	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série	Geral
Subtraiu: 10 – 4 = 6	46,6	34,1	34,2	44,3	39,1
Adicionou: 10 + 4 = 14	8,6	30,3	42,9	38,2	33,5
Total	55,2	64,4	77,1	82,5	72,6

O segundo problema mais difícil foi o nono (P9), que envolvia uma comparação com referente e referido conhecidos, mas com relação negativa desconhecida: Ana tem 8 reais. Carlos tem 12 reais. Quem tem menos reais? Quantos reais a menos?

Nesse problema, o desempenho dos estudantes de São Paulo apresentou um ganho significativo da primeira (47,2%) para a segunda série (77,9%), porém se estagnou nesse patamar ($\chi 2(3)$ = 44,403; p = 0,000). Já o desempenho dos estudantes da Bahia, passou de 37,4% na primeira série para 48,6% na segunda, caiu para 29,4% na terceira e subiu para 47,6% na quarta série, não superando ao patamar já atingido pela segunda série, conforme ilustra a Figura 6.

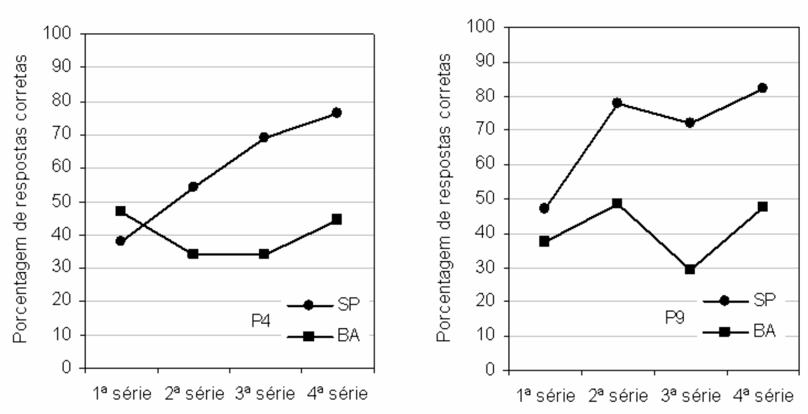


Figura 6. Desempenho nos dois problemas “mais difíceis” por série e estado

Aparentemente, este problema não devia oferecer dificuldade, pois no seu enunciado trazia de forma explícita a palavra-chave “a menos” que indicava a operação de subtração, o que pode ser comprovado porque apenas 8,4% dos estudantes da Bahia escolheram a operação de adição. Então resta a pergunta, o que fez com que este problema oferecesse tanta dificuldade. Duas possíveis razões podem explicar este baixo desempenho: a presença de duas perguntas simultaneamente e o estado inicial ter sido menor do que estado final.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando o desempenho dos dois grupos verifica-se que, em geral, ambos partem de patamares muito próximos na primeira série, contudo o desenvolvimento vai se distanciando à medida que as séries avançam. Isto é mais evidente nos problemas protótipos e de primeira extensão, quando a taxa de evolução ao longo das séries nos percentuais de acerto é bastante razoável nos dois grupos; contudo, em problemas de maior complexidade observa-se uma estagnação nos estudantes da Bahia.

Este resultado parece evidenciar que não se trata de um problema de estruturas cognitivas do aluno, mas sim de ensino, que conforme Vergnaud (1982, 1990b) a expansão do campo conceitual aditivo passa necessariamente pelo processo de ensino.

Além disso, salientamos que o contexto sócio-econômico e cultural também é outro fator a se considerar nesses resultados. Por um lado, os alunos e professores de São Paulo têm muito mais acesso ao conhecimento e aos bens culturais (livros, cinema, outdoor, museus etc.), além do próprio status sócio-econômico decorrente de ser o estado mais industrializado do país; por outro lado, os alunos e professores que participaram do estudo na Bahia, oriundos de pequenas cidades eminentemente agrícolas, deprimidas economicamente após declínio da lavoura cacaueira, mal têm acesso ao livro didático.

Uma outra questão que merece destaque é o impacto da leitura na solução de situações-problema matemático, ou seja, o quanto do não sucesso se deve efetivamente ao domínio das estruturas aditivas ou a falta de compreensão do texto.

Observa-se que nos problemas P8 e P9 onde existem as palavras “a mais” e “a menos” o ponto de partida é menor do que no problema 10, que tem a mesma classe (comparação de 3ª extensão), mas que não usa essas palavras-chave, isto pode ser um indicador de que a linguagem é um fator que interfere. Contudo, ao se observar o desenvolvimento ao longo das séries, percebe-se que enquanto os alunos de São Paulo há um crescimento nos três problemas, nos alunos da Bahia, o crescimento é insatisfatório, mesmo no problema 10 que não tem a linguagem como elemento dificultador. Isso implica que existe uma influência do desenvolvimento do raciocínio, provavelmente impulsionado pelo ensino.

Certamente, tanto a linguagem quanto o ensino interferem no desempenho na solução dos problemas, mas o quanto cada um destes fatores é responsável é uma questão difícil de responder porque existem estudos apontando nas duas direções, enquanto Vergnaud (1982) e Magina et al. (2001) explicam pelo desenvolvimento da estrutura aditiva, Guimarães (2005) e Hudson (1983), acenam que a dificuldade da resolução destes problemas passam pela compreensão lingüística.

Os resultados apontam para a interferência da linguagem na solução dos problemas, visto que os alunos são mais bem sucedidos já no primeiro ano em problemas que não usam essas palavras-chave, mas essas dificuldades parecem ser superadas pelo ensino em São Paulo, não havendo indícios que isso esteja acontecendo na Bahia. Isto é, provavelmente o professor não trabalha diferentes situações que possibilitem a expansão e domínio do campo conceitual aditivo.

Um outro resultado relevante diz respeito a desaceleração do percentual de acerto na terceira série, para os dois grupos. A experiência das autoras em cursos de formação continuada de professores aponta que os professores costumam proibir o uso de recursos icônicos (rabiscos, riscos, dedos, etc.) como ferramenta auxiliar dos alunos, com o objetivo de forçá-los a formalização das operações na linguagem matemática. Contudo, estas evidências empíricas precisam ser melhor investigadas.

Finalmente, apesar de ser um estudo bastante abrangente deve-se reconhecer que as tendências encontradas não podem ser generalizadas para os estados envolvidos no estudo. Os resultados abrem novas interrogações, como por exemplo, será que essas tendências se confirmariam em centros urbanos maiores na Bahia?; este fenômeno ocorre também nas escolas particulares?; quais as classes de problemas e como os professores abordam o campo conceitual das estruturas aditivas?, dentre outras.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Brasil (2003). *Relatório do Sistema de Avaliação do Ensino Básico – SAEB*. Brasília, Brasil: INEP, MEC.

Cazorla, I. M. & Santana, E. R. dos S. (2005). Concepções, atitudes e crenças em relação à Matemática na formação do professor da Educação Básica. *Publicação da 28ª Reunião Anual da ANPED*. Acesso em 30 de março de 2006, em http://www.anped.org.br/reunioes/28/textos/gt19/gt191140int.doc.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos metodológicos*. Campinas, Brasil: Autores Associados.

Guimarães, S. D. (2005). A resolução de problemas de estrutura aditiva de alunos de 3ª série do ensino fundamental. *Publicação da 28ª Reunião Anual da ANPED*. Acesso em 30 de março de 2006, em http://www.anped.org.br/reunioes/28/textos/gt19/gt191044int.rtf.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between Sets. *Child Development*, 54, 84-90.

Magina, S. & Campos, T. M. M. (2004). As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. *Educação Matemática Pesquisa*, 6(1), 53-71.

Magina, S., Campos, T. M. M., Nunes, T. & Gitirana, V. (2001). *Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo, Brasil: PROEM.

Nunes, T. & Bryant, P. (2001). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre, Brasil: Artmed.

Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S. & Bryant, P. (2001). *Introdução à Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo, Brasil: PROEM.

Santana, E. R. dos S. & Cazorla, I. M. (2005). Encontros e desencontros no ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Publicação do III Congresso Internacional de Ensino de Matemática, Porto Alegre, Brasil [CD].

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (Eds.). *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1990a). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-170.

Vergnaud, G. (1990b). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In Nesher, P. e Kilpatrick, J. (Ed.). *Mathematics and Cognition* (pp. 14-30). Cambridge: Cambridge University Press.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.). *Publicação do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp. 1-26). Rio de Janeiro, Brasil.

Vergnaud, G. (1998). A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *Journal of Mathematics Behavior*, 17(2), 167-181.

Vergnaud, G. (2001). A Teoria dos Campos Conceituais. In Brun, J. (Ed.). *Didáctica das Matemáticas* (pp.155-191). Lisboa: Portugal: Instituto Piaget.

Autores

Tânia Maria Mendonça Campos. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo – SP, Brasil; taniammcampos@hotmail.com

Sandra Maria Pinto Magina. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo, Programa de Estudos Pos-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, Brasil; sandra@pucsp.br

Irene Mauricio Cazorla. Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus-BA, Brasil; icazorla@uol.com.br

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana. Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus-BA, Brasil; eurivalda@hotmail.com