



Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa  
Comité Latinoamericano de Matemática Educativa  
relime@mail.cinvestav.mx  
ISSN (Versión impresa): 1665-2436  
MÉXICO

2004  
María Emilia Quaranta / Paola Tarasow  
VALIDACIÓN Y PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS SOBRE LAS  
INTERPRETACIONES NUMÉRICAS  
*Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, noviembre,  
año/vol. 7, número 003  
Comité Latinoamericano de Matemática Educativa  
Distrito Federal, México  
pp. 219-233



## **Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas**

**María Emilia Quaranta<sup>1</sup>**  
**Paola Tarasow<sup>2</sup>**

### **RESUMEN**

El objeto de esta presentación consiste en analizar los conocimientos que se ponen en juego cuando los alumnos deben hacerse cargo de validar sus producciones. Para ello, nos remitimos a fragmentos de clases sobre interpretaciones numéricas en el primer año de la educación básica, correspondientes a datos de un proyecto de investigación sobre el aprendizaje y la enseñanza del sistema de numeración dirigido por D. Lerner. Nos interesa reflexionar en torno al impacto sobre los aprendizajes numéricos infantiles que pueden llegar a tener los procesos de validación, donde los alumnos se introducen en la búsqueda de criterios para establecer si sus producciones han sido correctas, así como en algunas intervenciones docentes orientadas a instalar y sostener tales procesos.

**PALABRAS CLAVE:** educación básica, sistema de numeración, validación, intervenciones docentes.

## **Validation and production of knowledge on the numerical interpretations**

### **ABSTRACT**

The object of this presentation consists of analyzing the knowledge that is put into play when the students need to give some validation of their productions. For it, we look for classes fragments on numerical interpretations in the first year of the basic education corresponding to data of an research project on the learning and the education of the numeration system directed by D. Lerner. It interests to us to reflect approaches of the impact on the infantile numerical learning that can get to have the validation processes, in which the students introduce themselves in the criteria search to settle down if their productions have been correct and about some educational interventions directed to install and to maintain such processes.

**KEY WORDS:** basic education, numeration educational system, validation, interventions

---

*Fecha de recepción: mayo de 2003*

<sup>1</sup>Universidad de Buenos Aires, Argentina.

<sup>2</sup>Universidad de Buenos Aires, Argentina.

## **Validação e produção de conhecimentos sobre as interpretações numéricas**

### **RESUMO**

O objeto desta apresentação consiste em analisar os conhecimentos que surgem quando os próprios alunos devem verificar a validação de suas produções. Para isso, nos remetimos a situações de sala de aula sobre interpretações numéricas em primeiro ano da educação básica correspondentes a dados de um projeto de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem do sistema de numeração dirigido por D. Lerner. Nos interessa refletir em torno do impacto sobre as aprendizagens numéricas infantis que podem aparecer nos processos de validação, nos quais os alunos se iniciam na busca de critérios para estabelecer se suas produções estão corretas, e sobre algumas intervenções docentes dirigidas a instalar e sustentar tais processos.

**PALAVRAS CHAVE:** educação básica, sistema de numeração, validação, intervenções docentes.

## **Validation et production des connaissances sur les interprétations numériques**

### **RÉSUMÉ**

L'objet de cette présentation consiste en analyser les connaissances qui entrent en jeu quand les élèves mêmes doivent prendre en charge les validations de ses réponses. Pour tel effet on se remet à des fragments des classes sur les interprétations numériques dans la première année du cycle d'éducation basique (équivalent au CE1 en France) correspondant aux données d'un projet de recherche sur l'apprentissage et l'enseignement du système numérique dirigé par le D. Lerner. On s'intéresse en réfléchir sur l'impact qui peuvent provoquer les procès de validation sur l'apprentissage numériques des enfants, dans les quels les élèves s'introduisent dans la recherche des critères pour établir eux mêmes si ses résultats sont corrects et autour des certaines interventions des enseignants dirigées à installer et soutenir tels procès.

**MOTS CLÉS:** éducation basique, system de numération, validation, interventions des enseignants.

### **Introducción**

El objeto de esta presentación consiste en analizar los conocimientos que se ponen en juego durante momentos de la clase donde

los alumnos deben hacerse cargo de validar sus producciones. Para ello, nos remitiremos a fragmentos de clases sobre interpretaciones numéricas en el primer año de la educación básica, correspondientes a un proyecto de in-

vestigación en torno al aprendizaje y la enseñanza del sistema de numeración, dirigido por D. Lerner<sup>3</sup>.

Nos interesa reflexionar en el impacto sobre los aprendizajes numéricos infantiles que pueden llegar a tener los procesos de validación, en los que los alumnos se introducen en la búsqueda de criterios para establecer si sus producciones han sido correctas, sobre todo porque tal funcionamiento difiere mucho del habitual en las clases escolares, donde es el docente quien prácticamente determina la validez del trabajo hecho por los niños.

Tanto el proyecto de investigación en el cual se enmarcan los datos que aquí presentamos como nuestras reflexiones se ubican en la intersección entre el análisis didáctico y el psicogenético. Entre otros objetivos, nos hemos propuesto diseñar y probar una secuencia didáctica dirigida a producir progresos en la interpretación de la numeración escrita, al igual que avanzar en el estudio de aspectos relevantes del proceso de construcción del sistema de numeración.

En primer lugar, debido a que ahondaremos en intervenciones didácticas cuyo propósito es generar en los alumnos procesos de *validación* que los lleven a buscar información acerca de la corrección o incorrección de sus producciones, precisemos el significado de ese término desde la conceptualización de C. Margolinas (1993). Esta autora denomina “fases de conclusión” a las instancias que posi-

ibilitan a los alumnos obtener información sobre la validez de su producción y analiza cómo, si bien dichos momentos están siempre bajo la responsabilidad del docente, no necesariamente se cumplen —como sucede con tanta frecuencia en la enseñanza usual— a través de información directa aportada por el maestro. Generalmente, éste sanciona rápidamente las respuestas incorrectas y, de diversas maneras, muestra la pertinencia de las correctas (corrige en el cuaderno, escribe un “muy bien” o gestos, repregunta o propone revisiones sólo frente a las soluciones erróneas).

Margolinas distingue dos maneras opuestas en que una fase de conclusión puede llevarse a cabo: como una fase de *evaluación*, cuando se conduce —como acabamos de describir— a través de una comunicación directa por parte del docente sobre la corrección o incorrección de una producción, o como una fase de *validación*, cuando es el mismo alumno quien debe buscar y decidir acerca de la validez de su producción. Esta segunda modalidad permite adquirir cierta convicción en torno al fundamento del conocimiento que se ha construido o utilizado. En otros términos, durante tal proceso el alumno logra avanzar en el grado de certeza respecto a lo pensado o hecho durante la resolución.

Una posición básica de la corriente “francesa” en didáctica de la matemática sostiene que, para que los alumnos se apropien de los conocimientos buscados, la clase debe funcio-

<sup>3</sup> Esta investigación viene desarrollándose, con subsidio de la UBACyT, en el Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación de la Facultad de Filosofía y Letras de Buenos Aires, Argentina, a través de los siguientes proyectos: “El aprendizaje del sistema de numeración: conceptualizaciones infantiles e intervenciones didácticas” (1998-1999) y “El aprendizaje del sistema de numeración: intervenciones docentes en diferentes contextos didácticos” (2000), ambos dirigidos por Delia Lerner, así como “El sistema de numeración: enseñanza, aprendizaje escolar y construcción de conocimientos”, codirigido por Delia Lerner y Flavia Terigi (en curso). El equipo de trabajo está integrado, además, por Susana Wolman, Sofía Allami, Claudia Broitman, Cinthia Kuperman, Héctor Ponce, Fabiana Tasca, Paola Tarasow y María Emilia Quaranta. También han participado Mercedes Etchemendy y Verónica Batiuk.

nar por momentos de manera análoga a la actividad de los matemáticos. Es decir, que tenga periodos en los cuales haya un trabajo relativamente autónomo de los alumnos frente a los problemas y donde movilicen los conocimientos como herramientas de solución. Dicha actividad, en cierto modo similar a la que se desarrolla dentro de la disciplina, involucra también aquellos procesos a través de los cuales un alumno puede decidir la eficacia de su tarea. La asunción de la responsabilidad cognitiva frente a la resolución y validación de las producciones son condiciones para la asimilación del sentido de las ideas; ello permite dinamizarlas en función de los requerimientos de las situaciones y vincularlas de modo cada vez más explícito con aquéllas que resuelven, avanzando en la comprensión de las razones por las cuales dichos conocimientos funcionan de determinada manera.

Desde esta concepción, se comprende la necesidad de organizar situaciones didácticas que den lugar a procesos de validación<sup>4</sup>. Es decir, desde la perspectiva de los alumnos que aprenden, los conocimientos que ponen en juego y la riqueza de relaciones que pueden establecer son bien diferentes cuando los instauran ellos mismos —tanto en los momentos de resolución como de validación— que cuando sólo aparecen porque los refiere el maestro. Ahora bien, generar y sostener estos lapsos es tarea del docente y requiere de intervenciones específicas en tal dirección.

A partir de uno de los casos estudiados en la puesta a prueba de la secuencia didáctica

mencionada, nos proponemos analizar cómo, en los intercambios colectivos durante la clase<sup>5</sup>, la docente trata de ubicar y sostener a sus alumnos en procesos de validación y qué conocimientos permite que aparezcan en el aula.

### La situación didáctica: el juego de lotería

Los fragmentos de clase que citaremos corresponden a momentos del desarrollo en las clases de una situación didáctica diseñada en el marco de esta investigación, cuyo objetivo es generar progresos en la interpretación de notaciones numéricas por parte de los alumnos de primer año de escolaridad básica. Se trata del juego de lotería, con algunas restricciones que detallaremos a continuación.

En él, los alumnos, por turnos, pasan a “cantar” los números que van saliendo. No pueden dar las cifras que los componen, sino su denominación. El resto de la clase busca el número “cantado” en sus cartones. Si los cantores no pueden nombrarlos o alguno no conoce el dígito mencionado para buscarlo en su cartón, los demás podrán ayudarlos, pero sin decirle el nombre del número en el primer caso o su escritura en el segundo, sino ofreciéndoles “pistas”<sup>6</sup>. A medida que los números van saliendo, se anotan en el pizarrón. También se hace un registro para toda la clase de las pistas que se van utilizando. En un momento posterior de la secuencia, se introduce una *grilla* para ubicar y controlar

<sup>4</sup> Como señala Margolinas (1993), esto no significa que se opte por una modalidad para todas las fases de conclusión.

<sup>5</sup> Esto no implica en absoluto que los debates colectivos sean el único modo de organizar los momentos de validación.

<sup>6</sup> Tampoco pueden ofrecerse como pista las cifras que componen el número. Algunos ejemplos de pistas pueden ser: el conteo a lo largo de la serie numérica para determinar el nombre o la escritura de un número —ya sea comenzando desde uno, desde más adelante o desde el nudo correspondiente—; dar el número anterior, el siguiente o ambos; el nudo correspondiente, entre otras. Para un análisis detallado del funcionamiento de la “pista de los nudos”, véase Allami, S. y Kuperman, C. (2001).

las bolillas extraídas. El dar y pedir pistas y las discusiones sobre ellas, al igual que sobre la ubicación de los números en la *grilla* de control —como veremos en los ejemplos— permiten la aparición de explicaciones por parte de los niños que aluden a algunos aspectos de la organización del sistema de numeración.

La situación está pensada desde un enfoque para la enseñanza de los números que no supone (como aún es habitual en muchas prácticas escolares) que los alumnos aprendan los números de a uno y siguiendo el orden de la serie<sup>7</sup>. Tampoco se espera que conozcan la denominación convencional de todos los números involucrados en la lotería para participar de la situación. El interés de proponerles jugar a la lotería, con todos los números y bajo las condiciones descritas, reside en las relaciones que puedan establecer —vinculadas con las propiedades del sistema de numeración escrita— para avanzar en sus interpretaciones numéricas.

Cabe preguntarnos: ¿Cuáles son las posibilidades de validación de las interpretaciones numéricas que ofrece esta situación? ¿Cómo pueden obtener los alumnos información acerca de la corrección o incorrección de sus interpretaciones? El sistema de numeración, al tratarse de un objeto de conocimiento fuertemente dependiente de reglas de organización convencionales, requiere de su interacción con otros usuarios (que funcionen como interpretantes) y con diversos portadores para hallar informaciones que vinculen el número a interpretar. Así, en los materiales del juego no hay posibilidad de retroacción hacia las interpretaciones de los alumnos; es decir, no

permiten por sí solos extraer informaciones sobre la corrección o incorrección de la lectura hecha de un número. Son las interacciones que se buscan promover a través de este juego, con los alumnos entre sí y el docente, las que permitirán poner en funcionamiento un proceso de validación de las interpretaciones.

Presentaremos cuatro ejemplos, tomados de diferentes fragmentos de clase. Tres de ellos corresponden a intercambios a propósito de la búsqueda de números en los cartones, y el último incluye un diálogo sobre la ubicación de un número en la *grilla de control*<sup>8</sup> (cuadrícula de 10 filas y 10 columnas).

### **Algunas intervenciones docentes que permiten procesos de validación**

Para comenzar, veamos un intercambio que surge cuando dos alumnas, quienes trabajan juntas, demandan a la maestra la confirmación del número que habían señalado en su cartón:

- Maestra (M): Acá las chicas me hicieron una pregunta. Vamos a ver si las podemos ayudar. Me acaban de preguntar si éste (*anota 25 en el pizarrón*) es el cincuenta y dos. ¿Qué opinan ustedes?
- Florencia: Tiene un dos y cinco. El otro tiene un cinco y un dos.
- M: ¿Hay alguna pista que tengamos en el pizarrón que nos ayude?
- Alumno o alumna (A): Sí, el cincuenta y tres.

<sup>7</sup> Al respecto, puede consultarse Lerner, Sadovsky y Wolman (1994).

<sup>8</sup> Queremos agradecer muy especialmente a todas las docentes que han participado en el desarrollo de las clases de la secuencia en el marco de este proyecto: Patricia Falappa (Escuela No. 22 DE VI); Cinthia Kuperman (Colegio M. Buber); Natalia Lozano (Colegio Numen); (Escuela para el Hombre Nuevo); Elina (Escuela No. 2 DE XIV); Pochi (Normal 6).

— M: Ven. ¿Dónde está el cincuenta y tres?

— A: Acá.

— M: Este es el cincuenta y tres que teníamos de antes, ¿se acuerdan? ¿Nos puede ayudar para saber cuál es el cincuenta y dos?

— Varios A: ¡Sí! Nos reee...

— M: ¿Y cómo nos reee... ayuda? ¿Nos ayuda el cincuenta y tres para el cincuenta y dos? A ver, Gastón va a explicar...

— Gastón: Es uno más abajo.

— M: ¿Entonces es este que está más abajo? (*señala un número escrito debajo en el pizarrón*)

— Gastón: ¡No!

— M: ¿Más abajo de dónde? No entiendo.

— Gastón: Del número.

— M: A ver, Nico...

— Nico R: Porque vimos que, para el cincuenta algo, el cinco está de este lado (*señala hacia la izquierda*) y ahí, el cinco está de ese lado. Entonces, borramos el tres y ponemos el dos.

— Nico L.: Este es el cincuenta y tres (*pasa y lo señala en el pizarrón*). Que el cincuenta y dos tiene que tener un cinco y un dos.

— M: ¿Y por qué las chicas habían pensado que es este? Es lógico lo que pensaron.

— Tobí: Porque tienen los mismos números.

— M: Bueno, entonces el cincuenta y dos lo escribo acá como ustedes me dijeron.

En primer lugar, queremos resaltar cómo, ante la petición de las alumnas a la maestra para que les confirmara si la escritura que habían elegido correspondía efectivamente al número nombrado, ella remite la cuestión a todo el grupo. De esta manera propicia el juego, el cual no hubiera surgido si daba la información que le solicitaban.

Nos encontramos aquí con una cuestión crucial en la generación de procesos de validación. Para que ésta adquiera sentido, es necesario que el alumno tenga cierta incertidumbre no sólo respecto a cómo hallar la respuesta, sino también acerca de su validez. Sin ese dilema, el alumno sólo intentará buscar las respuestas y justificaciones en función de demandas didácticas (lo pide el maestro, forma parte de esta tarea solicitada y hay que cumplirla, entre otras). En efecto, ¿cuál sería el interés de buscar razones que permitan argumentar a favor o en contra de ciertas interpretaciones numéricas, si el docente ya hubiera dado alguna indicación de cuál era la respuesta correcta?<sup>9</sup> Se busca, en cambio, que los alumnos se introduzcan en este juego a través de los motivos sostenidos por la misma situación y las intervenciones docentes previstas en ella<sup>10</sup>, que se vuelva necesario poner en juego ciertos conocimientos, explicitarlos, demandar relaciones entre los números para estar seguro y también convencer a los demás acerca de determinadas interpretaciones numéricas. Esto obliga a apelar a criterios intrínsecos al conocimiento y no extrínsecos, como la autoridad del docente.

<sup>9</sup> En este caso si decía cuál era el cincuenta y dos, o que este no correspondía al número que las alumnas habían señalado en su cartón.

<sup>10</sup> Condiciones presentadas en el párrafo precedente.

El sostenimiento de esta incertidumbre —tanto en el momento de resolución como en el de conclusión— es una de las tareas del maestro. Sin embargo, muchas veces resulta difícil de gestionar porque los alumnos, como esta pareja de niñas, intentan frecuentemente sacarlo de esta posición “neutra”, presionándolo para que les indique si su respuesta “está bien o mal” (en términos de Margolinas, buscan que el docente produzca una evaluación). Pero esta neutralidad provisoria no le impide que brinde información; obsérvese en el fragmento anterior que remite a los números salidos. Así, los alumnos se basan en la escritura del 53 para decidir la del “cincuenta y dos”, recurriendo a conocimientos sobre la serie numérica (“es uno más abajo”) y a las relaciones entre la numeración hablada y la escrita (si los dos son de los “cincuenti”, empiezan con la misma cifra).

Resulta interesante observar cómo la maestra sostiene esta incertidumbre. No ofrece indicaciones que convaliden las respuestas de los alumnos hasta que no hayan aparecido argumentos que pongan en juego los conocimientos numéricos. Su intervención, enfocada a considerar literalmente la respuesta de Gastón (el “cincuenta y dos es uno más abajo que el cincuenta y tres”), colabora con sostener este proceso de búsqueda por parte de los niños. Ese “tomar al pie de la letra”, simular que no comprende la afirmación de un alumno, obliga a la clase a buscar explicaciones acerca de lo que se quiso decir.

No es esta una cuestión menor. Cuando hablamos de intervenciones docentes, estamos pensando en participaciones que movilicen argumentos matemáticos; muchas veces los alumnos quieren justificar sus decisiones con razones del tipo “me acordé”, “me lo enseñaron” o “ya lo sabía”. Un proceso de validación implica que los alumnos dinamicen otro tipo de argumentos. En este caso, los alumnos “utilizan” para validar la escritura del

número 52 la del 53, que ya había salido antes y había sido acordada por el grupo. Si bien no se hace explícito, pareciera que pone en juego una relación entre la numeración escrita y la oral: si dos números de igual cantidad de cifras comienzan con el mismo dígito, entonces su nombre inicia igual.

El fragmento presenta una alternativa frente a la clásica “corrección” de errores en las puestas en común. Aquí el interés recae fundamentalmente en las reflexiones que el análisis de la respuesta permite a toda la clase, no sólo a los autores de la solución errónea.

Veamos otro pasaje:

*Cuando se canta dos, Nicolás señala el 2 de 20 en su cartón:*

— ¿No ves que lo tengo acá?

— Sebastián (*a Nicolás L.*): Si le quitas el cero, es un dos.

— M: Nico y Sebi tienen este número (*anota el 20 en el pizarrón*) y dicen que tienen el dos porque tienen este.

— Varios A: ¡No!

— A: No es el dos.

— M: ¡Pero si tiene un dos!

— A: ¡Pero tiene un cero!

— M: Alguien que levante la mano y pueda explicar.

— Evelyn: Cuando salió el veintisiete, escribiste el veinte. Bueno, ahí estaban el dos y el cero. Ese es el mismo número que antes dijiste; entonces, es el veinte, como antes.

- M: Entonces, Nico y Sebi, ¿ponen el poroto acá o no?
- Varios A: No.
- Evelyn: No, porque es un veinte.
- Ivanna: Como ahora está el dos, si un seis está adelante y el cero atrás, es sesenta. El dos y el cero da veinte.

Aunque muy probablemente esta pareja estuviera haciendo una broma o “trampa” para tener más casilleros marcados, la maestra recupera su respuesta para someterla al análisis del grupo, dando pie a las razones que aparecen.

Lo que queremos retomar aquí es que, cuando la maestra remite a todos este señalamiento erróneo en el cartón, no acepta la primera respuesta correcta que surge. También pone en tela de juicio las afirmaciones válidas con el argumento “¡Pero tiene un dos!” La intervención consiste aquí en tomar partido a favor de una respuesta incorrecta; es decir, el sostenimiento de la incertidumbre que señalábamos a propósito del ejemplo anterior se desarrolla tanto frente a las afirmaciones correctas como a las incorrectas. Es por ello que el intercambio no se detiene allí, sino que permite que los alumnos describan diferentes conocimientos como, por ejemplo, que una cifra aislada o compuesta con un cero no forma el mismo número (en este caso 20, que la maestra había escrito antes y se había nombrado en la clase: si es “veinte” no puede ser el “dos”), relación que Ivanna extiende apoyándose en otro ejemplo, 6 y 60, haciendo referencia a las similitudes y diferencias entre las escrituras de las cifras aisladas y las decenas correspondientes. También apelan a información que había circulado anteriormente cuando, para 27, utilizaron 20 como pista, posiblemente poniendo en juego la relación entre un nudo y un número de la misma decena.

¿Cuál es el interés de que conocimientos como estos o los que mencionamos a propósito del ejemplo anterior se pongan en juego? Los alumnos recurren a ellos como criterios para decidir cuál es la escritura correcta de un número o el nombre correspondiente a una escritura numérica cuando se trata de “cantar” números escritos en las bolillas de la lotería. Es decir, los argumentos que se utilizan en los procesos de validación son conocimientos y relaciones pertinentes en torno al objeto de enseñanza.

Por otra parte, la afirmación y circulación de dichas relaciones permitirá utilizarlas en futuras interpretaciones numéricas. Si sólo se hubiese establecido directamente ante la clase cuál era el cincuenta y dos —en nuestro primer ejemplo— o que lo que Nicolás y Sebastián habían señalado no correspondía al 2, sino al 20 —en el segundo ejemplo—, la única información que hubiesen recibido los niños quedaría restringida a esos números, sin ninguna vinculación con los nexos que hubiesen podido establecer. En cambio, el intento de que ellos pongan en juego las relaciones entre los números para dar y justificar sus interpretaciones permite recurrir a conocimientos que no se ciñen a unos números en particular, sino a correspondencias dentro del sistema de numeración.

En el tercer ejemplo, la maestra propone a su clase el análisis de una confusión frecuente por parte de los alumnos entre 60 y 70, muy posiblemente debido a la similitud sonora de ambas denominaciones verbales.

Se había cantado el 77.

- M: Miren, miren ahí. Ellos [Tobías y Luciana] tenían estos números (*escribe 67 y 77*). No sé cuál es el setenta y siete. ¡Ah!, Evelyn y Flor también los tienen. ¿Y dónde van a poner el poroto? ¿Acá o acá?

- Florencia: Para mí es este (*señala 67*) porque setentisiete me suena como seis.
- M: Ella dice que setentisiete le suena como seis.
- Eric: Empieza como seis.
- Shirley: ¡No tienen nada que ver!
- M: Espera, deja que termine su idea, Shirley. Entonces es este, Evelyn. Hay compañeros que opinan distinto. ¿Qué opinas vos?
- Evelyn: Opino que es este (*señala el 77*).
- M: Que es este. ¿Y por qué opinas que es este?
- Melisa: Que SETENTA y siete, que setentisiete está entre el...
- M: Escríbelo.
- Melisa: Entre el setentiséis y setentiocho (*Escribe 76 y 78*).
- M: Ella está escribiendo una pista de “entre”, entre qué números está el setenta y siete. Dice que el setenta y siete está entre este que se llama... ¿Qué opinan ustedes?
- Shirley: Que este (*77*) es el setentisiete porque no suena seis.
- Eric: Porque empiezan con la misma letra, pero sigue con otra.
- M: Evelyn tiene otra pista. ¿En cuál te puedes fijar para el setentisiete?
- Evelyn: En éste (*señala el 70 en la cartulina sobre la pared donde están las pistas*).
- M: ¿Cuál es?
- Varios: Setenta.
- M: Flor, ¿te ayuda esta pista? Ella dice que este es el setenta.
- Florencia: Sí.
- M: ¿Por qué?
- Florencia: Porque si le sacas el cero (*señala el 77*)...

Aquí, la maestra propone al grupo analizar la confusión entre 60 y 70, ya que ella conoce que suele presentarse entre los niños. Aprovecha para ello la situación de la presencia simultánea en un mismo cartón de un número de la decena del 60 y otro del 70 con la misma cifra en el lugar de las unidades. Plantea entonces a toda la clase el problema de decidir cuál de los dos corresponderá al número nombrado.

Vemos en esta escena —al igual que en los ejemplos precedentes— cómo el problema formulado por la docente exige una toma de decisiones por parte de los alumnos, una elección entre diferentes posibilidades. En este caso, como se trata de determinar cuál de dos escrituras corresponde al número nombrado, los niños deberán apelar a sus conocimientos sobre el sistema de numeración. Si estos no resultan suficientes, los nuevos conocimientos que luego se construyan y circulen en la clase aparecerán ligados con la respuesta al problema. La importancia de estas decisiones sobre las interpretaciones y su validez por parte de los alumnos reside en que, como mencionábamos anteriormente, hacen anticipaciones y reflexiones que movilizan los conocimientos requeridos por la situación. Reiteramos: los criterios de decisión (en este ejemplo “empiezan igual, pero siguen diferente”, “está entre 76 y 78”, la escritura del nudo) son precisamente las ideas que se buscan poner en juego.

Es interesante observar nuevamente cómo esta maestra "trae al ruedo" las diferentes opiniones (inclusive las erróneas) y provisoriamente no toma partido, no participa directamente en la decisión acerca de cuál es la escritura correcta. Y es precisamente en la búsqueda por salvar esa duda o indefinición que los alumnos apelan a diferentes conocimientos. Algunos recurren a la relación con la numeración hablada, pero justamente por la similitud sonora entre ambas denominaciones Florencia llega a una interpretación errónea: "*Setentisiete suena como seis*", afirmación que corrigen más adelante sus compañeros precisando: "*...este (77) es el setentisiete porque no suena seis*", "*empiezan con la misma letra pero sigue con otra*". De igual manera, apelan a sus conocimientos sobre la serie, a los números entre los cuales se encontraría el número mencionado y también a su nudo correspondiente.

La estrategia de recurrir a conocimientos que ya han circulado a propósito de números "cantados", buscados o discutidos con anterioridad, muestra cómo progresivamente se van reutilizando en nuevas interpretaciones y/o justificaciones:

Las informaciones que el alumno extrae de la fase de validación son muy importantes, pues es a través de ellas en particular que va a poder anticipar cada vez mejor los resultados de estas estrategias y así revisar su conocimiento (Margolin, op. cit.: 118).

En el último fragmento hallamos algo que no se manifiesta en los dos anteriores, ya que en ellos no podemos afirmar si las situaciones fueron suficientes para que los alumnos que generaron el problema planteado lograran una convicción acerca del conocimiento puesto en discusión. En el primer caso<sup>11</sup> no se sabe quiénes son esas alumnas; en el segundo, los alum-

nos no vuelven a intervenir en tal momento de la clase.

Por el contrario, en el último ejemplo aparece claramente cómo las mismas alumnas que dieron lugar al planteo se convencen del número en cuestión, ya que debían acordar la escritura correspondiente al setenta y siete. Tal convencimiento surge a partir de que se introducen en la búsqueda de razones y pueden apropiarse de relaciones que circulan en la clase, utilizándolas como justificaciones para sus decisiones. Así, Florencia puede recuperar la precisión de Eric y la relación con el nudo aportada por Evelyn para establecer con seguridad cuál era el número correcto y por qué.

Ahora bien, es necesario hacer una distinción. Tanto Evelyn como Florencia están involucradas en un proceso de validación, pero no del mismo modo. Evelyn encuentra razones para justificar una decisión que ya tenía (que el setenta y siete se escribía 77); Florencia logra modificar su decisión, empleando como argumentos las relaciones que estaban circulando en clase. Empero, una dificultad con la que nos topamos es que, a partir de estos registros, no podemos establecer qué sucede con los alumnos que no han intervenido del intercambio. Cabe la posibilidad que hayan seguido el razonamiento de sus pares, mas nada lo garantiza.

Con relación a los conocimientos que los alumnos han puesto en juego para validar la escritura del 77, aparece la referencia a la sucesión numérica escrita (se apela a escribir el número anterior y posterior), a la numeración oral (cómo "suenan" los números) y, por último, a la escritura del nudo.

Una última cuestión que destaca en este ejemplo radica en que la búsqueda de justificacio-

<sup>11</sup> Por razones de seguridad.

nes por parte de los alumnos no es simplemente una cuestión de “interés”, “motivación” o “voluntad”. Vemos cómo la instalación y el sostenimiento de ese funcionamiento atañen a las tareas del docente y cómo ese rol no implica una retracción de su parte. No se convierte en un mero espectador, sino participa muy activamente con múltiples y variadas intervenciones que, en buena medida, se apoyan en sus conocimientos didácticos. Si el docente se retira, si se limita a seleccionar situaciones y presentar la tarea, este tipo de trabajo de los alumnos frente a los problemas no puede producirse con respecto a la resolución ni a la validación.

El último ejemplo que presentaremos a continuación se refiere a una discusión en torno a cómo situar un número en la grilla de control de los números ya extraídos. Es necesario precisar que, a diferencia del juego comercial, se entrega a los alumnos *grillas* con los casilleros en blanco, ubicando de entrada sólo el primer y el último número.

Se trata de localizar el número 17 en la grilla.

Maia pasa y cuenta desde 1, junto con sus compañeros: uno, dos, tres..... dieciséis, diecisiete (llegando al casillero correspondiente).

— M: ¿Va ahí? Lo escribo con lápiz, para cualquier cosa... Nicolás, ¿qué quieres decir?

— Nicolás: Es más fácil porque acá es diez (*señala la fila del 10*), acá es siete (*indica la columna del 7*), entonces acá es diecisiete (*apunta al lugar del 17*).

— M: Ajá.

— Nicolás: Porque acá dices el diez y después vuelves a empezar. Acá va el once.

— M: Uno, dos.

— Nicolás: ¡No! Once, doce, trece, que el once es como un uno (*señala el lugar del 11*).

— Tobías: Ahora entiendo lo que dice Nico. Que si acá... Mira... acá está el uno, acá tiene que estar el once. Porque mira: dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once... el once vuelve a empezar como un uno.

La maestra deja sentada la duda sobre la validez de la ubicación de un número en la grilla: lo anota en lápiz para poder corregirlo de ser necesario. Esta indefinición inicial hace que los alumnos continúen pensando en el sitio correcto de tal cifra.

Este momento de la secuencia busca generar avances respecto al procedimiento de búsqueda de números en la grilla, ya que dichas tácticas tienen fundamento en las relaciones entre los números que pueden considerar los niños. Así, el descubrimiento de nuevas correspondencias con las propiedades del sistema de numeración permitirá mejores resoluciones frente a este nuevo problema: ubicar los números en la grilla de control. En otros términos, los conocimientos a los cuales se apunta constituyen recursos de solución que se trata de movilizar en los alumnos.

En el ejemplo, en vez de contar de a uno, un niño propone considerar las filas y columnas para hallar el lugar buscado. Además, los alumnos están confirmando su colocación, dado que diferentes procedimientos aceptados por la clase parecen confluir en el mismo lugar, pero a su vez se avanza en la reflexión sobre las regularidades del sistema: Nicolás, para hacer comprender su procedimiento, necesita explicar que, dentro de cada decena, la serie se reitera del 1 al 9. Aparece otra intervención de la maestra en la que simula no comprender; en este caso, al fingir que no entiende el “vuelves a empezar” de Nico,

lo lleva a ser más claro en lo que estaba pensando, lo obliga a formular de alguna manera la regularidad a la cual se refería. De ese modo permite que un compañero, Tobías, avance en la comprensión de dicha regularidad, se apropie de la explicación de Nicolás y avance aún más, al afirmar que en cada decena se repite el orden de las unidades.

### Algunas discusiones

Desde el punto de vista del conocimiento que se genera y circula en las clases, nos preguntamos sobre la diferencia entre un funcionamiento que intenta generar procesos de validación y otro más cercano a la enseñanza usual, donde el docente, la mayoría de las veces, evalúa las producciones.

En nuestros ejemplos, ¿qué hubiera sucedido —o, mejor dicho, qué no hubiera sucedido— si la maestra daba en cada caso la escritura del número que estaban buscando, convalidaba inmediatamente las interpretaciones de los chicos, corregía las erróneas o emitía indicaciones más sutiles acerca de la validez de sus respuestas, que los niños aprenden a “leer” muy rápidamente? Los alumnos hubieran sabido de manera inmediata si su respuesta era correcta o no, sin apelar a la reflexión sobre su validez.

Desde el momento en que el maestro concluye mediante una evaluación, el problema planteado se cierra: ya no queda desafío para la actividad del alumno. Por otro lado, se genera una relación contingente entre las resoluciones y su validez, una sensación de que las relaciones matemáticas (en este caso, los conocimientos sobre el sistema de numeración) responden a resortes no controlables por el sujeto. En otros términos, la apelación a un criterio externo —como la autoridad del

docente— impide que se avance en la comprensión de las razones por las cuales un conocimiento funciona de determinada manera.

Afirmamos que la toma de decisiones respecto a la resolución y validación por parte de los alumnos es un elemento central, pues ponen en juego criterios que constituyen precisamente los conocimientos que se intenta movilizar. En las situaciones donde fundamentalmente la información sobre la validez es externa, el trabajo del alumno culmina con la resolución. El problema “muere” tanto para los que lo resuelven correctamente como para los que cometen errores, ya que no hay ninguna exigencia de la situación que conduzca a un trabajo reflexivo sobre la respuesta.

Por el contrario, a lo largo de estos ejemplos, vimos cómo mantener la incertidumbre en cuanto a la validez de las respuestas<sup>12</sup> impulsaba a los alumnos a introducirse en la búsqueda de justificaciones, los llevaba a avanzar en las razones por las cuales un conocimiento es certero o no. Ello hacía que se pusieran en juego una serie de conocimientos pertinentes sobre el sistema de numeración.

Al demandar justificaciones por parte de los chicos, se promueve la explicación de aspectos fundamentales del sistema de numeración; para ello, resulta fundamental que el maestro no convalide inmediatamente las respuestas. El sostenimiento de esa incertidumbre permite profundizar en las razones involucradas, mas no significa que el docente permanentemente se ubique en tal posición; es necesario que en algún momento recupere su papel como “responsable del saber” ante la clase, retome los conocimientos que han circulado y las conclusiones a las que se ha arribado, así como que señale las nuevas relaciones establecidas (Brousseau, 1994).

<sup>12</sup> Mencionamos que también es necesaria la incertidumbre a nivel del modo de resolución.

Llegados a este punto, podríamos también preguntarnos si sucedería lo mismo si el docente siempre explicara de entrada estos conocimientos. Es decir, no sólo que diera la respuesta correcta, sino que tratara de mostrar frente a la clase su justificación, recurriendo a las ideas que, en nuestros ejemplos, ponen en juego los alumnos. Con ello estaría develando una parte de la tarea que el estudiante tiene que hacer frente al problema, ya que le haría el trabajo de interpretación necesario para que evolucione su conocimiento. De esta manera se priva al alumno de las condiciones necesarias para la comprensión y el aprendizaje buscado: "Si el maestro dice lo que él quiere, ya no puede obtenerlo [por parte de los alumnos]" (Brousseau, 1986: 66).

Queda abierto el problema de poder analizar, en cada situación particular, quién es el que se sumerge en un proceso de validación: unos alumnos particulares o el grupo-clase. El hecho de que algunos alumnos lleguen al convencimiento de la corrección de una resolución o afirmación no conlleva un establecimiento de la validez entre la clase. Del mismo modo, que se llegue a instaurar una convicción grupal no indica necesariamente que sea compartida por cada uno de los alumnos, debido a que la validación implica un trabajo personal.

Nos referimos antes a la incertidumbre necesaria desde la perspectiva del alumno; sin embargo, no queremos dejar de reconocer la incertidumbre propia del docente sobre el desarrollo de una resolución y conclusión que involucren un funcionamiento autónomo del alumno. Al respecto, transcribimos unas palabras de Margolinas:

Para tomar en cuenta esta incertidumbre local del maestro, no basta con que sea persuadido de la eficacia de un proceso global. No basta con decirle que no debe intervenir, porque este orden de cosas,

aun cuando se encuentre globalmente justificado, no le ofrece ninguna garantía. Será necesario decir al maestro sobre qué puede dirigir su intervención y sobre qué no, por qué es posible que no intervenga y cuál es el interés de esta actitud (que aumenta su incertidumbre) [op. cit.: 42].

Si reconocemos que cierto grado de incertidumbre siempre es constitutiva de esta perspectiva de la enseñanza, nos preguntamos: ¿Qué debe saber un maestro para poder intervenir de tal modo? Sin duda alguna, debe saber acerca del objeto de conocimiento que se propone trabajar en la clase, haber reflexionado en torno a sus características y conocer tanto los procesos de apropiación de ese objeto como las relaciones que van estableciendo los niños, al participar en intercambios a propósito de los números escritos. A su vez, será necesario pensar en situaciones de enseñanza que den lugar y promuevan dichos procesos de apropiación, incluyendo en ellas la propuesta y el análisis de intervenciones docentes que puedan resultar fructíferas en tal dirección.

En este marco, será necesario comprender el alcance de la afirmación de que no es posible transmitir directamente y de entrada un conocimiento para este objeto de conocimiento particular que es el sistema de numeración escrita, debido al largo plazo en el cual debe insertarse esta tarea y el carácter provisorio de las relaciones que los niños van estableciendo; es decir, cuáles son las aproximaciones parciales a dicho objeto y cómo es necesario ir retomándolas para volverlas a poner en juego y hacerlas avanzar, cuáles intervenciones pueden movilizar un proceso de búsqueda, explicación y validación por parte de los alumnos, etcétera. Esto deja abierto, por otra parte, otra interrogante que atañe al modo en que pueden comunicarse estas cuestiones a los docentes.

## Conclusiones

En este trabajo hemos presentado fragmentos de clases correspondientes a la puesta a prueba de una secuencia didáctica (diseñada en el marco de la investigación) que se basa en el juego de la lotería, y reflexionado acerca de intervenciones docentes dirigidas, de diferentes maneras, a mantener la incertidumbre y permitir un proceso en el que los alumnos validen sus interpretaciones de los números escritos. Así, hemos analizado intervenciones donde el docente:

- a) No responde directamente las preguntas, sino que las devuelve al grupo de alumnos
- b) No convalida de entrada las respuestas correctas
- c) Argumenta a favor de una respuesta errónea
- d) Pide mayores explicaciones (al tomar respuestas de forma literal, al plantear que no entiende una respuesta)
- e) Deja asentada la duda respecto a la validez de la respuesta al escribirla con lápiz (ya que puede borrarse y corregirse)

Estas intervenciones promueven explicaciones y validaciones que permiten avances en las relaciones entre los números que pueden instaurar los alumnos. Vimos a lo largo de estas líneas que no basta un "buen problema" para que asistamos en el aula a producciones interesantes desde el punto de vista del conocimiento; el tipo de interacción entre el alumno y el problema depende del modo en que el maestro gestione la clase. Ahora bien, no se trata simplemente de una cuestión de voluntad de los docentes. Creemos que la producción y difusión del conocimiento didáctico acerca de lo que permiten unas intervenciones determinadas —y lo que no permiten otras— constituye una información relevante para dicha tarea, aunque, por supuesto, no resulta suficiente.

Con estas líneas simplemente pretendimos avanzar un poco en esa dirección. Mostramos, en el caso particular de las interpretaciones numéricas, que la riqueza de los conocimientos del sistema de numeración que se ponen en funcionamiento justifica la necesidad y el interés de considerar a los momentos de validación en los proyectos de enseñanza.

## Bibliografía

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 (2), 33-116.
- Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En Parra y Saiz (Comp.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Lerner, Sadovsky y Wolman (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra y Saiz (Comp.), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Margolinas, Claire (1993): *De l'importance du vrai et du faux dans la classe des mathématiques*. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Margolinas, C. et Steinbring, H (1994). Double analyse d'un épisode: cercle épistémologique et structuration du milieu. En Artigue, Gras et. al. (Ed): *Vingt Ans de Didactique des Mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud* (pp. 250-257). Grenoble, France: La Pensée Sauvage.

**María Emilia Quaranta**

Coronel Toscano 569, Villa Sarmiento, Haedo  
Provincia de Buenos Aires  
(1706), República Argentina  
Teléfono: 0054 011 4658 2554  
Dirección electrónica: quaranta@mail.retina.ar

**Paola Tarasow**

Ballivian 2134, Capital Federal  
(1431), República Argentina  
Teléfono: 0054 011 5233731  
Dirección electrónica: tarasow@educ.ar