2004
Manuel Fernández González / Carlos Rondero Guerrero
EL INICIO HISTÓRICO DE LA CIENCIA DEL MOVIMIENTO: IMPLICACIONES EPISTEMOLÓGICAS Y DIDÁCTICAS
Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa, julio, año/vol. 7, número 002
Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
Distrito Federal, México
pp. 145-156

Relime Vol. 7, Núm. 2, julio, 2004 pp. 145-156

El inicio histórico de la ciencia del movimiento: Implicaciones epistemológicas y didácticas

Manuel Fernández González*
Carlos Rondero Guerrero**

RESUMEN

El presente artículo estudia con detenimiento la exposición y fundamentación que hizo Galileo de su ley del movimiento natural de caída, recalcando su ruptura epistemológica con la tradición aristotélico-escolástica por cuanto que supuso un nuevo concepto de ciencia y una visión matemática del mundo natural. Paralelamente, un estudio de los actuales libros de texto de secundaria en España revela que la exposición de la ley muestra una secuenciación y recursos matemáticos parecidos a los utilizados por Galileo. Se analizan estas semejanzas bajo el punto de vista didáctico y se señalan otros puntos de interés, como los referentes al empleo de la proporcionalidad y al uso e interpretación de las gráficas.

PALABRAS CLAVE: Historia, movimiento, epistemología, didáctica.

The Historical Beginning of the science of the movement: Epistemological and Didactical Implications

ABSTRACT

This article is an in-depth study of Galileo's explanation and justification of the free fall law. It highlights the epistemological break with the Aristotelian Scholastic Tradition insomuch as it signifies a new scientific concept and a mathematical vision of the natural world. In a parallel way, a study in Spain of modern secondary school textbooks reveals that the explanation of the law shows a sequential order and mathematical resources similar to those used by Galileo. These similarities are analyzed from a didactic perspective. Other interesting features are also pointed out, such as those related to the use of proportionality and those related to the use and interpretation of graphics.

KEY WORDS: History, Movement, Epistemology, Didactic

Le début historique de la science du mouvement. Implications épistémologiques et didactiques.

RÉSUMÉ

Le présent article étude en détail l' exposition et fondamentation de la loi du mouvement naturel de descente faite par Galilei, portant une spécial attention sur la rupture épistémologique avec la tradition aristotélique- scolastique, pourtant il suppose un nouveau concept de science ainsi qu' une nouvelle vision mathématicienne du monde naturel. Parallèlement un étude des manuels scolaires des collèges en Espagne révèle que l' exposition de la loi montre une séquenciation et des ressources mathématiques similaires aux celles utilisées par Galilei. On analyse ces

---

Fecha de recepción: mayo de 2003
* *Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Granada, España.*
** *Área Académica de Matemáticas-ICBI, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.*

ressemblances sous le point de vue didactique et on signale d’ autres points d’ intérêt autant que références à l’ emploi de la proportionnalité et à l’ utilisation et interprétation des graphiques.

MOTS CLÉS: Histoire, mouvement, épistémologie, didactique.

O início histórico da ciência do movimiento. Implicações epistemológicas e didáticas

RESUMO

O presente artigo estuda, principalmente, a exposição e fundamentação que Galileo fez de sua lei do movimento natural de queda, acentuando a ruptura epistemológica com a tradição aristotélico-escolástica por quanto que supõe um novo conceito de ciência e uma visão matemática do mundo natural. Paralelamente, um estudo dos atuais livros textos de ensino médio na Espanha revela que a exposição da lei mostra uma sucessão e alguns recursos matemáticos parecidos aos utilizados por Galileo. Tais semelhanças são analisadas sob o ponto de vista didático e são apresentados outros pontos de interesse, como os referentes ao emprego da proporcionalidade e ao uso e interpretação de gráficos.

PALAVRAS CHAVE: História, Movimento, Epistemologia, Didática.

Introducción

La historia de la ciencia puede desempeñar varias aplicaciones en la enseñanza de las ciencias (Matthews, 1994, capítulo 4), que van desde su utilización como recurso para introducir de una manera más sugestiva los contenidos hasta su contribución para impartir una formación multidisciplinar que resalte, además, los aspectos técnicos y sociales (el enfoque CTS).

Sin embargo, la crisis de la educación científica, en los años ochenta, produjo un cambio de orientación en su enseñanza (Nielsen y Thomsen, 1990). Como consecuencia, la enseñanza tradicional centrada en la misma ciencia ha comenzado a dejar paso a otra más contextual, donde se concede importancia a qué es la ciencia, cómo evoluciona, en qué consiste su método y cuáles son sus relaciones con la sociedad y la tecnología.

El presente trabajo trae a colación un episodio fundamental de la historia de la mecánica, protagonizado por Galileo, en la línea indicada de reflexión sobre la propia ciencia y aprovechamiento de sus aspectos didácticos. Galileo es señalado como la figura clave en el arranque de la modernidad no sólo por sus aportaciones novedosas, sino también, y muy especialmente, porque cambió el concepto de ciencia y el modo de hacerla. Resulta comprensible que sea un ejemplo relevante de los que refiere Kuhn (1971: p. 187 y ss.) en la presentación de su teoría sobre las revoluciones científicas.

La riqueza temática de Galileo y su obra es inmensa (Drake, 1986). Nosotros vamos a centrar el presente estudio en la ley de caída de graves, una de sus aportaciones más trascendentes, y dentro de ella vamos a indagar algunos aspectos epistemológicos y didácticos. El referente de nuestro trabajo es el modo habitual en que se presenta la citada ley en los libros de texto escolar.

Los prolegómenos

Para Aristóteles, todo movimiento venía determinado por el “motor” o la fuerza motriz y por el grado de resistencia que oponía el medio (Fernández, 1993). De acuerdo con este principio, la velocidad de caída de un cuerpo grave es proporcional a su peso; si el peso es doble, el tiempo de caída es la mitad. Sin embargo, Aristóteles dejó sin respuesta la cuestión planteada por el aumento de velocidad (la aceleración), que contradice la idea de una velocidad natural de caída de cada cuerpo en función de su peso. En efecto, si en estos casos el motor es la *physis* (naturaleza) del cuerpo, ¿cómo una causa constante podía producir un efecto variable?

El problema permaneció sin explicación hasta el siglo XIV, cuando filósofos escolásticos de las universidades de Oxford y París, en aras de mejorar algunas deficiencias de la doctrina tradicional, modificaron determinados supuestos y elaboraron lo que se conoce como la teoría del *ímpetus* (impulso) Con ella podrá interpretarse de manera más coherente el movimiento de proyectiles y el aumento de velocidad en caída, cuya justificación se hace bajo el supuesto de la adquisición de *impetus* sucesivos que originan velocidades y se sobreañaden a la natural de caída (Crombie, 1974, p. 67 y ss.).

En esta época, sobre todo en el Merton College de Oxford, se desarrollan estudios sobre la variación en intensidad de las “formas y cualidades” que culminan en la llamada regla del grado medio, demostrada geométricamente por Nicolás de Oresme (Figura 1) y que, en esencia, trata de explicar lo cualitativo por lo cuantitativo. Esto rompe con la doctrina tradicional, que concebía a tales categorías como radicalmente distintas, y abre un pequeño resquicio a la modernidad. La regla del grado medio facilita la obtención del promedio de una cualidad intensiva –no importa que no se sepa medir– que varía con relación a una escala fijada de antemano (Crombie, 1974, capítulo II, p. 87 y ss.). Dentro de este marco general se contempla que, al ser la velocidad una cualidad del tipo indicado, debe cumplir la regla citada. Como los mertonianos ya se habían iniciado en la descripción de movimientos de varias especies lograron, valiéndose de la regla, relacionar el movimiento “uniformemente disforme” (o de aceleración uniforme) con el “uniformemente uniforme” (o uniforme). No obstante, todo el cúmulo de conclusiones derivadas del tema no pasan de ser meros ejercicios intelectuales y van a permanecer en un plano teórico, sin ninguna pretensión de conectarse con la realidad (Grant, 1995, p. 78).

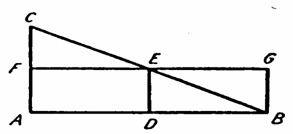


FIG. 1

Galileo profesó en su juventud las teorías del *impetus* (Clavelín, 1996, capítulo 3) y más tarde las rechazó; sin embargo, conservó algunas ideas como la “regla del grado medio” y la representación del triángulo, que le sería de ayuda para elaborar su ley de caída. La originalidad de Galileo reside en que se puso como objetivo el estudio **matemático** de un movimiento **real** que se da en la naturaleza, prescindiendo de las causas últimas y profundas de tipo metafísico. Su ruptura con la tradición es evidente: surge un nuevo concepto de ciencia que acoge el cómo de los fenómenos sin necesidad de ir acompañado del porqué y, además, se ratifica el derecho de la aplicación de las matemáticas al mundo natural, ya que estaban relegadas al estudio del mundo celeste.

Exposición de la Ley

Aunque la ley de caída aparece en *El Diálogo* (1632), es en la obra póstuma de Galileo, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* (los *Discorsi*) donde se encuentra más ampliamente desarrollada y mejor fundamentada (Galileo, 1638/1976). En la Primera Jornada, luego de un interesante debate entre los tres personajes protagonistas, termina estableciéndose, contra la doctrina aristotélica, que todos los cuerpos caen del mismo modo (salvo diferencias menores) e independientemente de sus pesos [pp. 105 y ss.][1].

La Tercera Jornada (correspondiente al Libro I) inicia con un estudio del movimiento constante o uniforme (MU), “aquel en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, cualesquiera

[1] Las citas y referencias de los *Discorsi* están tomadas de esta obra. No obstante, y para generalizar, hemos empleado la paginación (entre corchetes) de la edición clásica de A. Favaro (incluida también en la anterior).

que éstos sean, son iguales entre sí” [op. cit., p. 191]. Después muestra varios axiomas y teoremas derivados de la definición, entre los que conviene tener presente el IV: “Si dos cuerpos se mueven con una velocidad uniforme, pero a diferente velocidad, las distancias por ellos recorridas en tiempos desiguales están entre sí en una proporción compuesta por las proporciones entre las velocidades y las proporciones entre los tiempos” [op. cit., p. 194]. En grafía actual expresaríamos esto como: $s_2/s_1 = (v_2/v_1)\cdot(t_2/t_1)$.

Recordemos que el álgebra comienza a desarrollar sus aplicaciones hasta finales del siglo XVII y que las relaciones entre magnitudes (aquí son tres, que varían simultáneamente) se expresan en forma de proporción, siguiendo las directrices dadas ya por Euclides (siglo IV a.C.) en el Libro V de *Los Elementos*.

El Libro II de los *Discorsi* aborda el movimiento “naturalmente acelerado” (uniformemente acelerado, MUA), que es definido como: "Aquel que partiendo del reposo adquiere, en tiempos iguales, iguales incrementos de rapidez” [p. 205]. Para ilustrar tal enunciado, Galileo hace una representación abstracta de tipo geométrico del movimiento (Figura 2)[2], donde la línea vertical AB da cuenta del tiempo transcurrido, mientras que las horizontales son las velocidades en cada instante. Así, transcurrido un tiempo[3] AE, el “grado de velocidad” (velocidad instantánea) es PE y en el momento inicial (A) el grado de velocidad es cero.

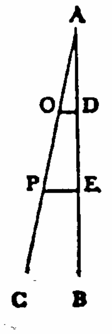


FiG.2

El esquema del triángulo rectángulo se acomoda perfectamente a la definición y permite deducir fácilmente la relación de proporcionalidad que hay entre la velocidad y el tiempo. Así, dados dos intervalos de tiempo cualesquiera, AE y AD, y sus respectivas velocidades al final de ellos, PE y OD, se cumple que PE/OD = AE/AD, o en grafía actual: $v_2/v_1 = t_2/t_1$.

Una vez explicitada la definición, que señala una proporcionalidad directa entre velocidades y tiempos, ¿cómo establecer la relación entre los espacios recorridos y los tiempos? ¿Cómo procede Galileo para deducir, a partir de la relación *v-t*, la correspondiente *s-t*? La solución consiste en **asimilar el MUA a un MU,** siguiendo la “regla del grado medio” del Merton College.

La versión de Galileo, que va acompañada de la Figura 3, constituye el teorema I: “El tiempo en el cual un espacio dado es recorrido por un móvil que parte del reposo con movimiento uniformemente acelerado, es igual al tiempo en el que aquel mismo espacio habría sido recorrido por el mismo móvil con un movimiento uniforme cuyo grado de velocidad fuese la mitad del grado de velocidad máximo alcanzado al final del movimiento uniformemente acelerado precedente” [op. cit., p. 208]. De manera esquemática, si el tiempo es igual, entonces **S** (MUA) = S (MU de Vmax/2).

[2] Esta figura, y las que siguen, están tomadas de los *Discorsi*.
[3] AE, PE, AD, OD son matemáticamente segmentos, pues representan valores concretos de las magnitudes tiempo y velocidad. AB y AC son, en cambio, semirrectas, pues representan magnitudes cuyo valor mínimo es cero. Lo mismo puede decirse con respecto a las figuras siguientes.

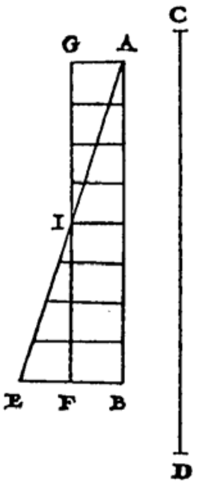


FiG.3

La demostración del teorema es más o menos como sigue: Todas las líneas horizontales (como EB) que se tracen desde cada punto de AB (instantes del movimiento) y limitadas por $\overset{\Delta}{AEB}$ [4], representan los grados de velocidad en aumento del MUA. Del mismo modo, todas las líneas horizontales (como FB), limitadas por el rectángulo AGFB, representan los grados de velocidad igual e invariable del MU.

Ahora bien, como F es el punto medio de EB, el área $\overset{\Delta}{AEB}$ es igual a la del rectángulo AGFB, ya que las áreas de $\overset{\Delta}{AGI}$ y $\overset{\Delta}{EFI}$ lo son también. Entonces, los grados de velocidad que pueden faltar en la primera parte del MUA (contenidos en $\overset{\Delta}{AGI}$) se compensan con los que sobran en la segunda (contenidos en $\overset{\Delta}{EFI}$). Puesto que la velocidad de los dos movimientos es equivalente ($v_{(\mathrm{MU})} = v_{m\,(\mathrm{MUA})}$) y el tiempo es idéntico, también lo serán los espacios recorridos.

Del razonamiento anterior se deriva que las **áreas** de las figuras dan cuenta del espacio recorrido, aunque Galileo puso el énfasis en las líneas que muestran los grados de velocidad, limitadas por los triángulos y rectángulos. Según Koyré (1966, p. 149), esto se debió a que Galileo estaba consciente de que la representación de la distancia por una superficie era poco natural e iba a ser origen de críticas. Por ello, en la *Figura 3* aparece a la derecha una línea, CD, que es el espacio recorrido en la caída y no juega papel alguno en la demostración ni tiene el carácter abstracto de la representación de la izquierda.

Una vez establecida la equivalencia entre el MUA y MU sólo le restaba a Galileo dar el último y definitivo paso, que llevó a cabo en el teorema II: “Si un móvil cae, partiendo del reposo, con un movimiento uniformemente acelerado, los espacios por él recorridos en cualquier tiempo que sea están entre sí [...] como los cuadrados de los tiempos” [op. cit., p. 209].

Para ilustrar tal demostración aparece la Figura 4. La distancia (HM) recorrida en el tiempo (AE) es la misma que si el movimiento fuera uniforme de velocidad (½PE); lo mismo puede decirse de la distancia HL. Si retomamos el teorema IV del Libro I para el MU, que en términos actuales sería $s_2/s_1 = (v_2/v_1)\cdot(t_2/t_1)$, podemos entonces escribir:

$$\frac{HM}{HL} = \frac{\frac{1}{2}\,PE}{\frac{1}{2}\,OD}\cdot\frac{AE}{AD}$$

[4] El símbolo Δ denota a un triángulo con vértice en AEB.

y si se recuerda que de la definición del movimiento (Figura 2) se deduce que PE/OD = AE/AD , se tiene finalmente:

$$\frac{HM}{HL} = \frac{AE \cdot AE}{AD \cdot AD} \qquad \text{(o en términos actuales: } \frac{s_2}{s_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2}\text{)}$$

donde se expresa claramente la relación de proporcionalidad directa entre los espacios y los cuadrados de los tiempos.

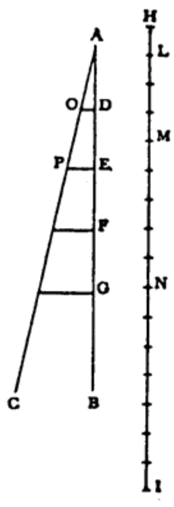


FiG. 4

A continuación, en el corolario I, Galileo ofrece otra forma de expresión de la ley, que diversos investigadores creen que así la concibió y corroboró empíricamente por primera vez (Berrone, 2001): los espacios recorridos en intervalos iguales y sucesivos de tiempo están entre sí como los números impares, es decir, como 1, 3, 5, 7... [op. cit., p. 210].

En esto consiste la ley de caída de graves y la deducción que Galileo hizo de ella en los *Discorsi*. Sin embargo, le faltó la prueba experimental, una tarea ardua debido a la rapidez del fenómeno y la poca fiabilidad de los instrumentos de medición en esa época. Galileo recurrió de manera sumamente ingeniosa a "diluir" el movimiento de caída haciendo caer una bola a lo largo de un plano de sólo unos grados de inclinación [op. cit., pp. 211-212]. Esto equivale a un ejercicio de extrapolación, donde se supone que la caída libre es el caso donde el ángulo vale 90º.

Aspectos epistemológicos

Desde el punto de vista epistemológico, la ley de caída ejemplifica un nuevo concepto de ciencia y un nuevo método de hacerla. Galileo abandonó la explicación por causas últimas y buscó las regularidades del fenómeno ("los accidentes"). Su intención fue describir matemáticamente el movimiento natural de caída; no se detuvo a indagar la causa que lo provocaba ni lo que lo hacía ser como era; pasó por alto la gravedad y la causa de la aceleración [op. cit., p. 202]. La nueva ciencia podía acoger a la pura **cinemática**. En opinión de Aristóteles, sólo la dinámica se aproximaría a la ciencia verdadera.

Aquí también se va a decidir cuál va a ser el papel de las matemáticas en la descripción del mundo natural. Según Aristóteles, las matemáticas eran una abstracción de carácter puramente mental y, por tanto, **no** podían estar presentes en el estudio del mundo terrestre, que es corruptible, imperfecto y cambiante. Su campo de aplicación estaba reservado al estudio de los cielos que, a diferencia de la tierra, pertenecían a un mundo perfecto, con movimientos regulares y eternos. Galileo piensa, en cambio, que el mundo natural –terrestre o celeste– ha sido erigido por Dios con patrones matemáticos, de tal modo que si hay propiedades en los cuerpos que no responden a tal patrón (cualidades secundarias como olores, sabores o colores) no son reales, sino subjetivas (Solís, 1976: p. 25 y ss.).

Para abordar el estudio de los fenómenos naturales no vale una observación atenta y paciente, sino que hay que construir previamente una representación **idealizada** del acontecimiento (Matthews, 1990). Esto es lo que hemos visto con el movimiento de caída representado por un triángulo, donde el lado vertical, lejos de dar cuenta del espacio recorrido en la caída, simboliza el tiempo transcurrido. Así se puede estudiar matemáticamente el fenómeno, clarificarlo y desarrollar conclusiones bien fundamentadas. Como podrá advertirse, el nuevo método supone un despegue y un distanciamiento de la realidad, pero mantiene vínculos con ella.

En sintonía con lo anterior, cualquier experimento diseñado para comprobar una hipótesis (como el movimiento de las bolas por un plano inclinado para la ley de caída) tratará de **aproximarse** a las condiciones ideales (una bola lo más esférica posible; un plano pulido al máximo; el rozamiento con el aire, despreciable). Por ello, una vez recogidos los datos, no hay que ser estrictos en su concordancia con los resultados predichos por la teoría, sino se debe permitir un margen razonable bajo la premisa de que la realidad sólo puede, como máximo, aproximarse a las condiciones ideales sin llegar a alcanzarlas (Drake, 1986, p. 61).

Aspectos físico-matemáticos

Para Kuhn (1987, p. 269 y ss.), uno de los máximos logros de Galileo es su clara **diferenciación** entre los conceptos de velocidad media y de velocidad instantánea, que durante la Edad Media fueron considerados idénticos en su esencia. Según Ford (2003), esto fue posible a través de una construcción conceptual y empírica, basada en la geometría del triángulo rectángulo, que asignó un significado empírico a sus partes. Así, las relaciones entre distancia, tiempo, velocidad media y velocidad instantánea pudieron expresarse siguiendo las conexiones matemáticas dadas por el triángulo.

Las nociones de velocidad media y velocidad instantánea están presentes en la exposición de la ley de caída, donde no sólo hemos comprobado la contribución decisiva de la primera, sino que también hemos asistido, a propósito de la segunda, a un intento de abordar el problema de la correspondencia entre conjuntos continuos e infinitos (por ejemplo, v y t), al igual que a una valiosa contribución al desarrollo del concepto de función, con las leyes establecidas entre magnitudes cinemáticas.

Por otra parte, resulta interesante señalar que el orden expositivo de la ley, que hemos visto anteriormente, **no** coincide con su génesis y fundamento. Galileo conoció en 1604 que las distancias eran proporcionales al cuadrado de los tiempos, una relación que había comprobado de forma experimental con la caída de bolas por planos inclinados (Drake, 1989, capítulo 5). Sin embargo, no se conformó con la mera ley descriptiva, sino trató de **fundamentarla** para buscar la “esencia” del movimiento natural de caída, e intentará llegar a una definición que exprese sus cualidades más características; su prueba de acierto consistirá en que, a partir de ella, pueda deducirse teóricamente la ley (Koyré, 1966, p. 87 y ss.).

El camino por el que transcurre la exposición de la ley de caída es deductivo y sigue el patrón euclidiano a partir de la definición del movimiento. Pero previamente Galileo tuvo que enfrentarse al problema de elegir de entre **dos** definiciones teóricas posibles de MUA que se adaptan al movimiento real de caída. La primera, más intuitiva, establece que la velocidad aumenta en proporción directa al espacio ($v \propto s$); la segunda, que el aumento es con relación al tiempo ($v \propto t$). Al principio Galileo creyó que la primera le conducía a la ley $s \propto t^2$ (que ya conocía de antemano), pero cuando se dio cuenta del error en que había estado durante varios años, eligió la segunda, que verdaderamente daba cuenta de la ley.

En la modernidad, cuando hablamos del MUA, aludimos al movimiento teórico que escogió Galileo porque se adaptaba al movimiento real de caída, que establece la proporcionalidad directa entre velocidades y tiempos, esto es, $v_2/v_1 = t_2/t_1$, y cuya representación abstracta se indica en la Figura 2; tal relación, en nuestros libros, suele indicarse con la ecuación $v = at$ y, en cuanto a la representación, ha pasado a ser una de índole cartesiano.

Como podemos comprobar en la Figura 5, en ambas hallamos las dos magnitudes (v y t) que se explicitan en la definición –relacionadas matemáticamente– y la magnitud implícita (a). Esta última, en la representación cartesiana, viene dada por la inclinación de la recta (más concretamente, a=tgα) y en la galileana por el ángulo CAB. La concordancia parece tan estrecha (AD≡t_1; AE≡t_2; OD≡v_1; PE≡v_2) que algunos historiadores han sugerido que las coordenadas cartesianas son el resultado de una evolución de la representación geométrica empleada por Galileo, heredada de la escolástica del siglo XIV (Boyer, 1986, pp. 340-341).

Una vez establecida la relación velocidad-tiempo, es preciso deducir de ella la relación que existe entre el espacio recorrido y el tiempo empleado. Hoy día esto no supone ningún problema, ya que se resuelve mediante una simple operación de cálculo integral, alternativa que ocupan los textos avanzados:

si $v = f(t)$, entonces $s = \int f(t)dt$; o más concretamente, si $v = at$, entonces $s = \int_0^t at\,dt = ½\, at^2$

Como en su época aún no aparecía el cálculo integral, Galileo utilizó el recurso de asimilar el MUA a un MU cuya velocidad era la mitad de la máxima del primero, sobre la base geométrica de que el área del triángulo que representaba al primero era igual al área del rectángulo que definía al segundo (Figura 3). De este modo llegó a la relación entre el espacio y el tiempo, dedujo la ley y demostró por extensión la “esencia” del movimiento natural de caída.

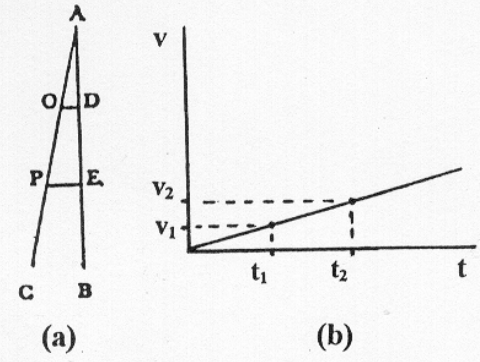
El desarrollo de la Ley en los libros de texto

Al revisar los actuales libros de texto de secundaria en España –que son los referentes de la enseñanza–, encontramos que su tratamiento de la ley del movimiento natural de caída suele ser meramente descriptivo y centra el tema en de dos puntos: la caída igualmente acelerada de todos los cuerpos (si el rozamiento es despreciable) y las ecuaciones de la velocidad y el espacio. A este nivel a veces se ejemplifica el MUA (que no aparece como tal) en el movimiento de caída; sin embargo en los ámbitos medio y superior se contempla como un caso particular del MUA. En estos niveles rige el enfoque explicativo y, por ello, se presenta el movimiento de manera muy estructurada, parte de la definición y sigue una secuenciación semejante a la ya utilizada por Galileo.

Desde el punto de vista didáctico, el ámbito educativo más problemático es el medio, pues el afán de explicar no puede valerse de los instrumentos del cálculo infinitesimal. En el grado superior se llega de manera directa a la relación espacio-tiempo por la integración, a partir de la definición de movimiento. Pero, en el nivel medio, ¿qué estrategia se emplea para recorrer el mismo camino, de manera deductiva?

Un análisis de nuestros manuales (consultar la bibliografía) constata que suelen seguirse dos alternativas, coincidentes en el fondo. La primera, y la más común, consiste en mostrar que la velocidad media en el MUA viene dada por la media entre las velocidades inicial y final: $v_m = ½\,(v_0+v)$ y, entonces, como $v = at$ (para v_0=0), el espacio será $s = ½\,(v_0+v)\,t = ½\,at^2$ (para v_0=0).

La segunda demuestra con la gráfica *v-t* del MU que el área comprendida entre la recta y el eje de los *t* coincide numéricamente con el espacio recorrido, y generaliza el resultado para cualquier movimiento, incluido el MUA. Aquí, como sabemos, sale un triángulo (si v_0=0, Figura 5b) de cuya área se deduce la ecuación conocida.



Como se puede notar, la primera alternativa que siguen nuestros manuales actuales es la misma que usó Galileo hace casi cuatro siglos. En cuanto a la segunda, la del área bajo la curva (Figura 5b), ¿no equivale a la estrategia de Galileo de asimilar el movimiento, o más concretamente el espacio, al área del triángulo correspondiente (Figura 5a)? ¿No coincidiría la representación geométrica (5a) con la cartesiana (5b) si se girase la primera en el plano y en el espacio de modo que AB coincidiera con el eje de los *t* de la segunda?

A Galileo le faltó la poderosa herramienta del cálculo infinitesimal para conducir sus razonamientos de una manera rápida y efectiva. Aunque nosotros contamos con ella, su uso en el ámbito de educación media no es aconsejable debido a su complejidad conceptual, y normalmente se trata en un grado más avanzado. Nos encontramos, pues, ante dos situaciones que, aunque separadas por varios siglos, tienen afinidades conceptuales.

Conclusiones didácticas

Acabamos de señalar las dificultades explicativas que se presentan en el ámbito de educación media para desarrollar el MUA, debido a las limitaciones para recurrir al cálculo matemático y el uso, en su lugar, de procedimientos que lo sustituyen. Por tal motivo, la regla de la velocidad media, además de ser introducida habitualmente sin demostración, puede inducir en el alumno la falsa idea de que su validez es general y termine aplicándola a cualquier movimiento. Creemos que es más conveniente emplear el área de la gráfica *v-t* para deducir la ecuación del espacio porque se vale del cálculo integral, sin mencionarlo ni estudiarlo como tal y, supone un anticipo de lo que va a estudiarse en el nivel superior. Este procedimiento conlleva una propuesta didácticamente más coherente.

Otro punto digno de reflexión a propósito del desarrollo de la caída de graves es la manera histórica de exponer una ley o, en general, una relación entre magnitudes. La época histórica que consideramos todavía es heredera de la antigüedad clásica, donde la relación entre magnitudes se expresaba en forma de **proporción** (descrita verbalmente) entre magnitudes homogéneas dos a dos. El álgebra comenzará a desarrollarse hasta finales del siglo XVII, pero las expresiones proporcionales del estilo $v_2/v_1 = t_2/t_1$ o $s_2/s_1 = t_2^2/t_1^2$ van a perdurar hasta bien avanzado el XIX, donde las ecuaciones algebraicas correspondientes, como $v = at$ o $s = ½ at^2$, terminarán por imponerse.

No obstante, desde la perspectiva didáctica, creemos interesante retomar y revitalizar la proporcionalidad (Fernández, 2001) para combatir una de las causas más señaladas de deficiencias en el aprendizaje de la física: el formulismo operativo. Numerosos autores señalan, y nuestra experiencia de aula nos lo corrobora, que los alumnos suelen estudiar la física con la memorización de las fórmulas y no tienen conciencia de los significados que conllevan. Una forma de resarcir tal situación es insistir en las relaciones de proporcionalidad que encierra cualquier fórmula y en su significado (por ejemplo, que en el movimiento de caída, si $t_2=2t_1$, entonces $s_2=4s_1$).

Por otra parte, merece ser comentado el uso que hizo Galileo de las representaciones del movimiento (Figuras 3 y 4) ya que, como hemos visto, están muy próximas a las gráficas cartesianas de nuestros textos. Más que meras ilustraciones de lo descrito, son auténticas representaciones **teóricas** de las que se sirve Galileo para avanzar por el camino deductivo. No ocurre lo mismo con la parte que incluye a la derecha de las figuras.

La trayectoria de caída seguida por el cuerpo tiene un carácter ilustrativo, como salta a la vista en la Figura 4, donde el espacio recorrido en el tiempo AE es decir, HM, es 4 veces mayor que HL, recorrido en el tiempo AD, siendo AE=2AD. Si se traslada esta contraposición entre lo real y lo abstracto a nuestras aulas, diremos que es procedente, en este y en cualquier caso semejante, **marcar tal separación** entre los dos ámbitos (Jiménez y Perales, 2002), a fin de evitar un error que se señala repetidamente en los alumnos: la interpretación de gráficas con criterios reales (una recta ascendente es "que el móvil está subiendo una cuesta").

Por último, hay que subrayar el valor educativo que, desde el punto de vista epistemológico, poseen las ideas y concepciones enfrentadas en torno a la ley de caída, que hemos tratado de poner de manifiesto, como la evolución de la ciencia a partir de la ruptura, su naturaleza y el método empleado para su elaboración. Estos son campos de la epistemología que deben tener cabida en una enseñanza de la ciencia enmarcada en un contexto, es decir, más actual.

Vemos que la historia de la ciencia, protagonizada en este caso por Galileo, así como una vigilancia epistemológica sobre ciertos saberes físico-matemáticos, pueden contribuir a nuestra formación y, cruzando los siglos, ser fuente de propuestas aptas para llevar a la práctica y hacer más sugerente y efectiva nuestra enseñanza.

Bibliografía

Berrone, L. R. (2001). Galileo y la génesis de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado. *Llull 24*, 629-648.

Boyer, C. B. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid, España: Alianza Universidad.

Clavelin, M. (1996^2). *La philosophie naturelle de Galilée*. Paris, France: Albin Michel.

Crombie, A. C. (1974). *Historia de la ciencia: De San Agustín a Galileo* (II Vols.). Madrid, España: Alianza Editorial.

Drake, S. (1986). *Galileo*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Drake, S. (1989). *History of free fall*. Toronto, Canada: Wall & Thompson.

Fernández-González, M. (2001). Matemáticas en los textos de física del s. XIX. ¿Enfoque didáctico para el s. XXI? *Enseñanza de las Ciencias* (VI Congreso, número extra), 241-242.

Fernández-González, M. (1993). Algunas precisiones sobre el estudio de la dinámica en Aristóteles. *Revista Española de Física 7* (2), 58-62.

Ford, M. J. (2003). Representing and meaning in history and in classrooms: developing symbols and conceptual organizations of free-fall motion. *Science & Education 12*, 1-25.
Galileo (1638/1976). *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Madrid, España: Editora Nacional.

Grant, E. (1995). *La physique au moyen age*. Paris, France: Presses Universitaires de France.

Jiménez-Valladares, J. D., y Perales Palacios, F. J. (2002). Modélisation et représentation graphique de concepts. *Bulletin de l'Union des Physiciens 96*, 397-417.

Koyré, A. (1966). *Études galiléennes*. Paris, France: Hermann.

Kuhn, T. S. (1971). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Fondo de Cultura Económica.

Kunh, T. S. (1987). *La tensión esencial*. México: Fondo de Cultura Económica.

Matthews, M. R. (1990). History, philosophy and science Teaching: a rapprochement. *Studies in Science Education 18*, 25-51.

Matthews, M. R. (1994). *Science teaching. The role of history and philosophy of science*. New York, USA: Routledge.

Nielsen, H., y Thomsen, P. V. (1990). History and philosophy of science in physics education. *International Journal of Science Education 12* (3), 308-316.

Solís, C. (1976). Introducción. En *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* (pp. 9-41). Madrid, España: Editora Nacional.

Libros de texto de secundaria consultados

Corresponden al penúltimo curso de secundaria en España (16-17 años). Todos llevan por título *Física y Química. 1ero. de bachillerato*. Creemos que para su identificación basta con mencionar la editorial y el año de publicación:

Algaida, 1996; Anaya, 2002; Bruño, 1998; Edebé, 2000; Edelvives, 1997; Everest, 1998; McGraw Hill, 2002; Oxford, 1999; Santillana, 2002; SM, 1996; Vicens Vives, 2000.

Manuel Fernández González

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Granada
18071, Granada, España
mfgfaber@ugr.es

Carlos Rondero Guerrero

Área Académica de Matemáticas-ICBI, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.
rondero@uaeh.reduaeh.mx