



Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

relime@mail.cinvestav.mx

ISSN (Versión impresa): 1665-2436

MÉXICO

2003

Luisa Andrade / Patricia Perry / Edgard Guacaneme / Felipe Fernández

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: ¿EN CAMINO DE TRANSFORMACIÓN?

*Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, julio, año/vol. 6,

número 002

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

Distrito Federal, México

pp. 81-105



## **La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación?**

**Luisa Andrade\***  
**Patricia Perry\***  
**Edgard Guacaneme\***  
**Felipe Fernández\***

### **RESUMEN**

Describir la enseñanza de las matemáticas es una tarea ardua, imposible de agotar. Por eso, para mirar la enseñanza, se requiere una perspectiva específica que permita enfocar aspectos particulares. En instituciones de educación básica secundaria de Bogotá, la práctica docente del profesor de matemáticas observada bajo el lente de una conceptualización construida con tal fin, se percibe como una práctica que difiere en alguna medida de la denominada "tradicional", pero que aún así no alcanza a transformar la manera de abordar las matemáticas.

**PALABRAS CLAVES:** Pedagogía, Práctica docente, Enseñanza de las matemáticas, Interacción en clase, Secundaria.

## **Mathematics teaching: on the way to transformation?**

### **ABSTRACT**

Describing mathematics teaching is a hard task, impossible of exhaust. In order to explore teaching a specific perspective that allows to focus particular aspects is required. In secondary schools of Bogota, mathematics teachers practice observed under the lens of a conceptualization constructed with this purpose, was in a sense perceived as different from the called "traditional practice"; although it does not transform the way mathematics is taught.

**KEY WORDS:** Pedagogy, Teachers practice, Mathematics teaching, Classroom interaction, Secondary school.

## L' Enseignement des Mathématiques: ¿En Cour de transformation?

### RÉSUMÉ

Décrire l' enseignement des mathématiques est un devoir ardu, impossible de finir. C' est ainsi que pour observer l' enseignement il faut une perspective spécifique qui permet de mettre en point des aspects particuliers. Dans des collèges à Bogotá, la pratique des enseignants des mathématiques observé à travers la lentille d' une conceptualisation construite à ce propos, il se perçoit comme une pratique qui diffère d' une certaine façon de celle appelée « traditionnel », cependant cette pratique n' a pas encore atteint la transformation complète dans la manière d' aborder les mathématiques.

**MOTS CLÉS:** Pédagogie, pratique d' enseignants, enseignement des mathématiques, interaction en classe, collègue.

## Ensino da matemática: ¿em caminho da transformação?

### RESUMO

*Descrever o ensino da Matemática é uma tarefa árdua e impossível de esgotar. Assim, olhar para o ensino requer uma perspectiva específica que permita focar aspectos particulares. Em instituições de Educação do Básico ao Secundário de Bogotá, a prática docente do professor de Matemática, observada sob a lente de uma conceptualização construída para tal fim, percebe-se como uma prática difere, de algum modo, de uma denominada 'tradicional', mas que mesmo assim não consegue transformar o modo de abordar a Matemática.*

**PALAVRAS CHAVES:** Pedagogia, Prática docente, Ensino da matemática, Interação na classe, Escola secundária.

### Introducción

Las entidades educativas distritales de Bogotá (Colombia), con el ánimo de financiar proyectos de innovación en la escuela que realmente apunten a superar dificultades e introducir cambios esenciales, se interesan en tener información confiable sobre la manera

en que allí se enseñan las matemáticas. Aún cuando numerosos estudios internacionales y algunos nacionales han realizado y reportado descripciones de la llamada "práctica tradicional", viendo la oportunidad de acrecentar el conocimiento acerca de la enseñanza de las matemáticas en nuestro medio y de hacerlo de una manera sistemática que permitiera sus-

tentar y confirmar percepciones anteriores, adelantamos un estudio<sup>1</sup> con la intención de describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemáticas en instituciones de educación básica secundaria de Bogotá.

El estudio acopió información de diversas fuentes, elaboró un marco conceptual para hacer la descripción y consideró una gran y variada cantidad de aspectos que pueden ayudar a comprender cómo sucede la enseñanza en tanto práctica sociocultural.

En el contexto amplio de la institución, interesaba conocer las actividades primordiales en las que los profesores se involucran como parte de su carga laboral y las características esenciales de cómo se llevan a cabo. En el contexto del salón de clase, interesaba conocer y describir las acciones que de manera más predominante realiza el profesor, el contenido matemático abordado y su didáctica, los rasgos más característicos del discurso que se da allí, la interacción entre los integrantes del grupo y la autoridad que se reconoce sobre el conocimiento matemático.

Los resultados permiten argumentar que algunos aspectos de la práctica docente de los profesores no encajan en las descripciones de práctica tradicional en sentido estricto, principalmente en cuanto a las acciones y actitudes del profesor y a la forma de las actividades que se realizan en clase. No obstante, con referencia a la manera en que se aborda el contenido matemático —v.g., los tópicos que se tratan, su secuencia, los énfasis que se hacen— se evidencia que las variaciones son mínimas con respecto a la forma en que se viene haciendo desde muchos años atrás.

El propósito de este artículo es presentar dichos resultados, los cuales pueden dirigir tanto las acciones de los profesores y las entidades financiadoras en relación con proyectos innovadores en la escolaridad como las acciones de formación de profesores de matemáticas en ejercicio. Para comenzar se exponen algunas ideas que caracterizan la práctica tradicional. Luego se incluye una descripción del marco conceptual elaborado y de la metodología usada en el proceso de indagación y análisis. A continuación se presentan los resultados y una discusión en torno a ellos. Las reflexiones del final sintetizan esta discusión.

### **Perspectivas de la práctica tradicional**

Aunque la enseñanza es un fenómeno dinámico que cada día puede tener muchas variaciones, —y, de acuerdo con Schön (1983) es un fenómeno complejo, incierto, inestable, singular y que contiene una carga de valor— las investigaciones que al respecto se han hecho muestran que existen tendencias marcadas en la forma en que los profesores desarrollan sus clases. En el ámbito de las matemáticas escolares, adherimos a la hipótesis de Cuban (1984, citado en Gregg, 1995) según la cual la organización y la estructura de los colegios, así como la cultura de la enseñanza, promueven y perpetúan prácticas tradicionales de enseñanza, en cuya producción y reproducción participan activamente profesores, estudiantes y administradores. En el mismo sentido se expresa Skovsmose (1999) cuando señala que la escuela reproduce el conocimiento, las rutinas y las competencias, al igual que sustenta las creencias ideológicas.

<sup>1</sup> Este estudio fue realizado por el grupo de investigación "una empresa docente" de la Universidad de los Andes de Bogotá, y contó con el apoyo del Instituto para la Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico, IDEP.

En esta práctica tradicional consideramos que hablar en forma asertiva es la acción del profesor que predomina en la clase para exponer, ilustrar, aclarar los contenidos matemáticos que se tratan, dar instrucciones relativas a la metodología de trabajo, enunciar las tareas para sus estudiantes, recordar y hacer énfasis acerca de puntos que considera importantes. Las preguntas que formula oralmente a todo el grupo suelen ser muy generales porque no incluyen información que hace parte del contexto de la tarea o del asunto que se trata. El intercambio oral con los alumnos, es coordinado por el profesor y es quien le da dirección y decide cuándo terminarlo; por lo general, no propicia oportunidades para que un estudiante exprese a todo el grupo sus argumentos. Escribir en el tablero es también una acción preponderante del profesor, pero se limita al uso de símbolos matemáticos o de representaciones gráficas. En concordancia con esto, Gregg (1995) da cuenta de una forma dominante de instrucción conocida como "instrucción centrada en el profesor", en la que es el profesor quien habla principalmente y determina cómo se usa el tiempo en la clase, el trabajo con todo el grupo prevalece sobre el trabajo individual o en grupos pequeños y los estudiantes se sientan en filas frente al profesor.

La secuencia de actividades a través de la cual los profesores realizan estas clases difiere básicamente en el contenido matemático a tratar y consiste en: revisar el desarrollo de tareas asignadas en la clase anterior (en ocasiones se revisa si el estudiante hizo o no la tarea) y aclarar dudas o errores que se vislumbren en la revisión; iniciar o continuar la presentación del tema matemático, con la ex-

posición a través de ejemplos de la teoría que consideran necesaria para que los estudiantes entiendan; proponer ejercicios de aplicación del tema tratado; y hacer algún tipo de comprobación para explorar si los estudiantes aprendieron el tema. Gregg (1995) describe un patrón de comportamiento del profesor —común a muchas de las clases independientemente del nivel de ellas— con el que coinciden las descripciones de una clase tradicional hechas por otros autores (Fey, 1981, Stodolsky, 1988, Stigler y Hiebert, 1997, citados en Stein, Smith, Henningsen y Silver, 2000; Romberg y Kaput, 1999): el profesor empieza por revisar con todo el grupo las respuestas a las tareas anteriores, luego indica y explica el tema a tratar, introduce material nuevo, ilustra con ejemplos lo que ha explicado y asigna trabajo individual para realizar en clase o en la casa; las preguntas que hace son sobre hechos, de tal forma que las respuestas pueden ser producidas de memoria. En el caso colombiano, en un estudio realizado en Bogotá, Perry, Valero, Castro, Gómez y Agudelo (1998) reportan que en las clases predomina una interacción controlada por el profesor a través de actividades como la presentación del contenido, la resolución individual de ejercicios y la solución de dudas por parte del profesor.

Para Ernest (1989a, 1989b) la forma de enseñanza está relacionada con las concepciones del profesor acerca de las matemáticas; uno de los criterios<sup>2</sup> que la diferencian se refiere a la manera de considerar el cuerpo de conocimientos que se abordan: como hechos y como el dominio de tareas centradas en el éxito y la respuesta correcta, o como conocimientos significativos, comprendidos y uni-

<sup>2</sup> Otro de los criterios se refiere al tipo de tareas bien sea concebidas con carácter instrumental y básicas, o más bien creativas y con fines exploratorios; el otro criterio apunta al uso del material curricular: seguir estrictamente un texto o esquema, o construir los materiales curriculares, o situarse en un punto medio en el que el profesor enriquece el texto con problemas y actividades adicionales.

ficados. Gregg (1995) aduce que las visiones de los profesores con respecto a la naturaleza de las matemáticas y del aprendizaje, hacen que las matemáticas sean presentadas como una colección de hechos y procedimientos, y las interacciones en el aula se estructuran a medida que la información se transfiere del profesor al estudiante.

En coherencia con lo anterior, vemos que el profesor es principalmente quien determina en la clase lo que es matemáticamente correcto, usando como criterios la puesta en acción de los algoritmos que ha presentado previamente sin una conexión clara con los conceptos asociados. Escucha sobre todo las ideas de los estudiantes que parecen coincidir con lo esperado. Usualmente es quien detecta y señala los errores de los estudiantes, y enfatiza lo que es correcto repitiendo enunciados generales que contravienen el error. Gregg (1995) corrobora que en las clases tradicionales, el profesor y el libro de texto son vistos como las autoridades en la clase, se considera que los estudiantes comprenden cuando pueden seguir instrucciones procedimentales para obtener las respuestas correctas y la evaluación de las respuestas de los estudiantes se limita a mirar si ellas son correctas o no. Cooney (1994) argumenta que normalmente los profesores no conciben distintos niveles de respuestas de los estudiantes a menos que sea decir hasta qué grado siguen un procedimiento conocido, y por lo tanto el análisis de estas respuestas está basado en una orientación procedimental de las tareas. Para Hewitt (2002c) una acción en que sólo se señala el error o se aprueba una respuesta, involucra únicamente la consciencia del profesor con respecto a las matemáticas y no tiene en cuenta la consciencia relativa a la enseñanza y el aprendizaje y a la misma consciencia del estudiante: el estudiante está abandonado a su suerte para trabajar en el porqué de su error.

## La conceptualización construida

En el intento de caracterizar un fenómeno tan complejo como la enseñanza de las matemáticas, resulta imprescindible construir un marco conceptual que permita mirar y comprender cómo hace el profesor lo que hace. Es inevitable que al asumir la perspectiva que provea este marco se dejarán de percibir otros aspectos que afectan y determinan tal fenómeno.

La propuesta conceptual a la que se llegó en este estudio y, de hecho, fue utilizada para observar y analizar la práctica del profesor en el aula, implicó un proceso cíclico de definición y afinamiento de categorías, fundamentado en nuestra experiencia, en la literatura revisada, en la consideración de la información recogida y en nuestra reflexión. Desde un principio fue claro que la caracterización que se esperaba concretar debería proporcionar una mirada con cierta profundidad a lo que pasa en la clase de matemáticas que fuera más allá de reportar las actividades realizadas. Se quería así describir la práctica docente cubriendo la mayor cantidad de hechos, actividades y asuntos implicados en ella. Aunque es posible que mediante algunos de estos asuntos se pueda hablar de la enseñanza en otras asignaturas, siempre se consideraron desde una perspectiva ligada a las matemáticas que se abordan.

A partir de una idea general de lo que se buscaba observar, se definieron a grandes rasgos los aspectos relevantes de la práctica docente del profesor de matemáticas; esta conceptualización fue evolucionando a medida que se recolectaba información, se analizaba, se consultaba literatura y se reflexionaba, hasta llegar a la versión final.

Para empezar se consideraron actividades de la práctica docente que dependen del

momento en que es usual realizarlas. Se reconocieron dos momentos distintos pero intrínsecamente relacionados entre sí, que han sido identificados por autores como Jackson (1975, citado en Llinares, 2000), Schön (1983), Schoenfeld (1996) y Mason (1996): las fases preactiva y activa que corresponden a la preparación de clase y a la clase misma respectivamente. Así se tuvieron en cuenta dos tipos de actividades, que según Llinares (2000) configuran el trabajo de enseñar a nivel de una clase: las que hacen parte de la planificación (como diseñar, elegir o modificar los problemas que proponen a los estudiantes, determinar la organización del contenido, definir los problemas y las cuestiones de evaluación); y las que hacen parte de la gestión del proceso de enseñanza aprendizaje para un clase, tanto específicas del conocimiento matemático que subyace a los problemas que se proponen y relativas a la interacción entre los estudiantes, como de carácter general (ejemplificadas por la coordinación de los distintos segmentos de la clase, del trabajo y discusión en grupo, la interpretación y respuesta a las ideas de los estudiantes, la introducción de material didáctico o informático). También se contemplaron actividades que se llevan a cabo en otros momentos, que para Llinares (2000) hacen parte de una conceptualización amplia de la práctica del profesor docente —ya que ésta no está

inscrita únicamente en lo que sucede en el aula— como las actividades que la institución programa y las que los profesores llevan a cabo como reuniones de área, actividades de formación, etc.

Al mirar en detalle las actividades de la clase se determinaron diferencias entre el tipo de aspectos involucrados en éstas. Se destacaron aspectos relativos al discurso en el aula<sup>3</sup>, como el contenido de éste, específico de las matemáticas o no, y el modo de interactuar de los participantes. Así se determinó separar las cuestiones relativas al contenido matemático y al intercambio social, considerado como la principal circunstancia donde el estudiante puede construir o modificar significados matemáticos (Cobb, 2000), en concordancia con la visión acerca del aprendizaje de las matemáticas como una actividad inherentemente social y cultural y no como una actividad individual (van Oers, 1996, Schoenfeld, 1987, Bauersfeld, Krummheuer y Voigt, 1988, citados en Yackel, 2000; Greeno, 1991, Sfard, 1994, citados en Gravemeijer, Cobb, Bowers y Whitenack, 2000; Cobb y Yackel, 1996).

Atendiendo a la especificidad del contenido matemático y a las características particulares de su enseñanza<sup>4</sup> comparadas con las características de la enseñanza de otras asignaturas, se consideraron en principio distintos

<sup>3</sup> Para Ponte, Boavida, Graça y Abrantes (1997), el discurso supone el modo en que los participantes en clase negocian y atribuyen significados a las ideas matemáticas y la forma en que éstas se presentan. Puede ser oral, escrito o gestual y existe siempre, de una manera u otra, en todas las situaciones de enseñanza y aprendizaje. De manera similar para Sfard (2000a, 2001) el discurso se refiere a cualquier forma de comunicación, e incluye no sólo las proposiciones y reglas que constituyen el contenido del discurso sino también las reglas que gobiernan dicho contenido (reglas de nivel de los objetos) y las que regulan el flujo del intercambio (reglas metadiscursivas o metarreglas).

<sup>4</sup> Como lo anota la investigadora Sfard, para Russell (1904, citado en Sfard, 2000b) en las matemáticas 'el no saber de qué se está hablando' es una característica única que ubica el discurso matemático aparte de cualquier otro discurso. Para la misma Sfard (2000b), esta diferencia tiene que ver con las formas en que los significados son construidos y comunicados. En matemáticas la mediación perceptual en el discurso es escasa y sólo es posible con la ayuda de lo que se conoce como sustitutos simbólicos de los objetos que se consideran, mientras que en otras asignaturas la comunicación puede estar mediada perceptiblemente por los objetos mismos sobre los que se está discutiendo.

enfoques que eventualmente se podrían privilegiar al enseñar álgebra y geometría en las clases observadas. Se estudiaron entonces las conceptualizaciones del álgebra propuestas por Usiskin (1988)<sup>5</sup> y los enfoques complementarios para enseñar geometría planteados por Alsina, Fortuny y Pérez (1997)<sup>6</sup>. Sin embargo, se evidenció que era difícil ajustar la realidad de lo que el profesor hace en clase a uno de dichos enfoques en particular, y así se optó por dar cuenta de la manera más completa y detallada del contenido matemático tratado.

También al observar las clases fue claro que era necesario abarcar aspectos de la cultura<sup>7</sup> que se constituye en las clases por las prácticas habituales que allí se dan como las respuestas y el conocimiento matemático que se aceptan como válidos en clase, quién los valida y cómo se validan.

Dada la naturaleza de los asuntos de la práctica docente contemplados y para simplificar la mirada y el análisis, se establecieron cuatro grandes categorías, estrechamente relacionadas pero que separan y organizan los diversos asuntos observados, a saber: el esquema general de la clase, la visión panorámica del contenido matemático tratado en la clase, la interacción a través de la cual discurren la enseñanza y el aprendizaje, y la valoración de las producciones de los estudiantes.

Enseguida se presentan los asuntos considerados en cada una de las categorías.

### **Esquema de las clases**

El esquema de las clases se concibe como el esquema usual de cada profesor para hacer su clase conformado por las actividades de la clase que se repiten y para las que detectan regularidades en el modo en que ocurren y su intención. Se consideran tanto actividades específicas para el aprendizaje de las matemáticas como actividades que se relacionan indirectamente con éste.

### **Visión panorámica de los temas abordados**

La visión panorámica pretende esbozar el camino seguido al tratar el contenido matemático. Se identifican los tópicos abordados en clase, su secuencia y las tareas propuestas.

Se establece el tipo de conocimiento que se enfatiza en la clase de acuerdo a la organización que propone Rico (1995, 1997), en la cual los hechos, conceptos y estructuras conceptuales constituyen el conocimiento conceptual, caracterizado tanto por la cantidad de unidades de información como por la riqueza de relaciones entre ellas; y las destrezas, razonamientos y estrategias constituyen el conocimiento procedimental, que hace re-

<sup>5</sup> De estas conceptualizaciones se desprende la importancia relativa que se da a los usos de la variable; ellas son: el álgebra como aritmética generalizada, el álgebra como el estudio de estructuras, el álgebra como el estudio de relaciones entre cantidades, y el álgebra como el estudio de procedimientos para resolver problemas.

<sup>6</sup> Estos enfoques son: la geometría como ciencia del espacio, la geometría como encuentro entre la teoría y los modelos matemáticos, y la geometría como el estudio de la visualización de conceptos y procedimientos.

<sup>7</sup> Subyacente al ambiente de cada clase hay, según Ponte, Boavida, Graça y Abrantes (1997), una cultura que regula las normas de comportamiento y de interacción, y establece las expectativas de los participantes. A veces estas normas se negocian y definen de manera directa, pero con frecuencia se manifiestan a través de mensajes indirectos. La cultura del salón de clase se configura entonces tanto por las acciones, intervenciones y gestos visibles de los participantes como por las que no se explicitan y son tácitas.

<b>ESQUEMA GENERAL DE LA CLASE</b>	
<b>Actividades</b>	<p>Relativas al trabajo con matemáticas (v.g., asignación de tareas, presentación del tema, evaluación, coordinación de discusiones plenarias, trabajo de los estudiantes para desarrollar tareas asignadas).</p> <p>Que apoyan el trabajo con matemáticas (v.g., motivación del interés de los estudiantes con asuntos no matemáticos, consideración de técnicas de estudio).</p> <p>Referentes a asuntos de interés para la formación integral del estudiante y para el funcionamiento de la clase como parte de una comunidad educativa (v.g., planeación de la participación de los alumnos en algún evento, información sobre fechas y eventos de la institución, rezo, revisión de asistencia).</p>
<b>Rasgos característicos de las actividades relativas al trabajo con matemáticas</b>	<p>Participación y papel de alumnos y profesor en las actividades (v.g., quién las propone, quién las coordina, quién decide cuándo se terminan, qué hacen los estudiantes).</p> <p>Énfasis que se hacen (v.g., relacionados con la comprensión de los estudiantes, con la justificación del contenido matemático que se estudia, con el desarrollo de destrezas).</p> <p>Modo de realización (v.g., acciones que integran las actividades, límites claros entre las diferentes actividades, recursos usados, tiempo invertido).</p> <p>Tipos de tareas propuestos.</p> <p>Tipo de actividad matemática implicado en las tareas (v.g., hacer matemáticas, razonar matemáticamente, resolver problemas, comunicar ideas, hacer conexiones, consultar información).</p> <p>Propósito o intención que parecen tener las tareas vistas desde una perspectiva global que tiene en cuenta la articulación de sus otros rasgos (v.g., en su realización y propósitos centrados en la comprensión, en la obtención de respuestas, en el desarrollo de competencias, en la memorización, en la concentración y disciplina de trabajo, en el orden y la organización, en el cumplimiento).</p>

ferencia a los modos de ejecución ordenada de una tarea.

### **Interacción a través de la cual discurren la enseñanza y el aprendizaje**

Esta categoría registra la interacción que se da entre profesor y estudiantes, y entre los estudiantes mismos en los distintos escenarios a través de los cuales transcurre la clase —identificados con las grandes actividades que allí se llevan a cabo— en los que el intercambio se manifiesta de diferentes maneras.

### **Valoración de las producciones de los estudiantes**

Esta categoría comprende el conocimiento que se considera importante aprender en la clase, la manera en que se determina este aprendizaje y quién lo hace.

### **El proceso de indagación**

El estudio realizado se ubica en la investigación cualitativa consistente con la orientación interpretativista. Esta corriente filosófica, como toda actividad humana, es fundamentalmente una experiencia social que pretende

VISIÓN PANORÁMICA DEL CONTENIDO MATEMÁTICO TRATADO	
<b>Organización temática</b>	Cómo es (i.e., se hace alrededor de un tema o de varios, se explicitan o no conexiones entre los temas, sufre modificaciones de acuerdo con lo que va sucediendo en clase, cuál es la secuencia de los temas).
<b>Conocimiento matemático y su didáctica</b>	<p>Los términos, nociones, conceptos, definiciones y enunciados trabajados; las notaciones y convenciones empleadas; los procedimientos ilustrados y usados.</p> <p>Tareas matemáticas mediante las cuales se concreta el aprendizaje (v.g., aplicación de procedimientos, generalización de regularidades, formulación de conjeturas, particularización, resolución de problemas).</p> <p>Uso de representaciones (v.g., tipo de representación predominante, hay traducción entre sistemas de representación).</p> <p>Tipo de conocimiento enfatizado: conceptual (i.e., hechos, conceptos, estructuras conceptuales) o procedimental (destrezas, razonamientos, estrategias).</p> <p>Características del tratamiento que se hace (v.g., sustentado en razones provenientes de las matemáticas o en razones de índole no matemática; enfoque empírico o deductivo).</p> <p>Alusión a temas ya vistos recurriendo a las ideas matemáticas involucradas o a anécdotas.</p> <p>Las cuestiones que se tratan de forma arbitraria siendo de naturaleza necesaria según la distinción que hace Hewitt (2002a, 2002b, 2000c).<sup>8</sup></p> <p>Uso de recursos (v.g., tecnológicos, instrumentos).</p>

darle un sentido al mundo, la investigación relevante sobre la vida humana es un intento por reconstruir esa experiencia y los métodos utilizados deben ser moldeados por ésta. Tal y como lo indican Denzin y Lincoln (1998); Eisenhart (1988), Quinn (2002), Emerson, Fretz y Shaw (1995, pp. 142-168) para la investigación cualitativa, este estudio contó con diversas fuentes de información y con la recolección y el estudio de una variedad de materiales.

### Fases del proceso

Las actividades que conformaron las diversas fases a través de las cuales se desarrolló

el estudio, relativas a la conceptualización, recolección, análisis e interpretación de los datos, se llevaron a cabo desde septiembre de 2001 a noviembre de 2002. El trabajo en el estudio se comenzó con la actividad de construcción del marco conceptual para mirar la práctica docente del profesor de matemáticas, actividad que se extendió a lo largo de todo el estudio y por lo tanto fue simultánea a las demás fases del estudio.

Antes de observar las clases, se elaboró un cuestionario para el profesor, cuyas preguntas se formularon en coherencia con la conceptualización de la práctica docente construida hasta ese momento. Una versión preliminar

<sup>8</sup> Este autor designa los nombres y convenciones matemáticos como arbitrarios, han sido adoptados por una comunidad, son imposibles de descubrir y deben ser comunicados y las propiedades y relaciones entre objetos matemáticos como necesarias, pues los estudiantes pueden explorarlas y llegar a enunciarlas.

INTERACCIÓN A TRAVÉS DE LA CUAL DISCURREN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	
<b>Contenido de la interacción</b>	<p>Cuestiones de control y administración (v.g., cómo deben llevar el cuaderno, llamados de atención sobre puntualidad, excusas presentadas por los alumnos, cómo es la asignación de puntos o calificaciones).</p> <p>Cuestiones relativas a la ética (v.g., principios de vida, comportamientos deseados, valores).</p> <p>Cuestiones matemáticas (v.g., explicación, argumentación, formulación de enunciados categóricos sobre ideas y/o procedimientos matemáticos) en el contexto de la teoría o en el desarrollo de tareas.</p>
<b>Rasgos de la interacción</b>	<p>Monólogo del profesor o diálogo (v.g., oportunidad y tiempo para consideración de las intervenciones de los integrantes del grupo social de la clase; conversación centrada en un objeto específico o dispersa; intervención por iniciativa propia o solicitada; participación de todos los estudiantes o de un grupo reducido, razones que motivan el intercambio).</p> <p>Preguntas (v.g., que inducen a explorar, que se pueden contestar con respuestas cortas y puntuales, que representan adivinanzas para los estudiantes, que exigen razones y explicaciones).</p>

del cuestionario se puso a prueba con varios profesores. Esto permitió afinar la versión definitiva, la cual fue aplicada a 63 profesores de matemáticas de básica secundaria, de instituciones de Bogotá, privadas y distritales. El cuestionario del profesor está compuesto de cuatro secciones donde: se indaga por información sobre las actividades que se realizan en las clases, las tareas que se proponen y los tópicos matemáticos que se tratan; se pregunta acerca de la preparación de clase y la planeación anual institucional; y se solicitan datos personales de los profesores y generales sobre su labor y su formación académica.

Se realizaron más de cuatro observaciones consecutivas de las clases de seis profesores de cinco colegios distritales, para dos cursos de aritmética, uno de geometría y dos de álgebra en los grados de básica secundaria (6° a 9°), que constituyeron los cinco casos del estudio. Con base en las preguntas acerca de la clase incluidas en el cuestionario del profesor y en las categorías determinadas, ini-

cialmente se elaboraron unos formatos que definían asuntos específicos a observar (las actividades que se realizan en clase, v.g., revisar, asignar y desarrollar tareas, exponer información, etc.; el tipo de tareas matemáticas que se proponen a los estudiantes; las interpelaciones e intervenciones del profesor), y un documento con una serie de pautas que indicaban como llenar tales formatos, es decir qué tener en cuenta para cada asunto. Aunque con esto se intentaba facilitar el registro de la información en las observaciones de clase, en la prueba piloto de la observación fueron evidentes las dificultades para registrar la información allí, por la imposibilidad de incluir la cantidad de datos requeridos en cada momento y de ubicar con rapidez en los formatos el asunto que se observaba. En consecuencia los investigadores asistentes a las clases tomaron notas de campo, destacando cuestiones que les llamaban la atención. Las clases se grabaron en audio y video. Los formatos se emplearon después de cada observación para organizar y clasificar la informa-

Valoración de las producciones de los estudiantes	
<b>Producciones consideradas como válidas</b>	Cuál es el foco (v.g., las respuestas numéricas correctas, los procedimientos o pasos realizados, explicaciones, argumentos, interpretaciones que reflejen lo entendido, varias estrategias o soluciones diferentes). Cómo debe ser la presentación (v.g., notación y convenciones especiales, oraciones completas que hagan referencia al objeto del que se está hablando).
<b>Papel del profesor y estudiantes</b>	Quién aprueba o desaprueba el trabajo de los estudiantes (v.g., el profesor, el grupo de estudiantes, el libro de texto).
<b>Estrategia usada para validar</b>	Tipo de acciones, gestos y frases a través de los cuales se manifiestan los juicios (v.g., frases directas que califican o indirectas, señalamiento del error, llamada de atención sobre aspectos que no son errores, planteamiento de otra situación para cuestionar al estudiante).  Propósitos de la validación (v.g., cuestionar a los estudiantes en su conocimiento, precisar y/o enfatizar aspectos del contenido tratado, explorar la comprensión del estudiante, trabajar en la consciencia del estudiante, como lo sugiere Hewitt (2002c) acerca de sus errores).  Los estudiantes conocen e interpretan las manifestaciones de aceptación o rechazo de sus producciones, reaccionan a regañadientes, sin interés, o aceptando de buena gana.  Se valida cuando se comete un error públicamente, cuando hay producciones insólitas, cuando hay producciones que aunque correctas podrían no ser indicio de comprensión apropiada, en todo momento.

ción obtenida a partir de las notas de campo y la transcripción de las grabaciones de audio.

Luego, con cada uno de los profesores de tales cursos, se llevó a cabo una entrevista semiestructurada según un guión predefinido. Dicho guión era propio de cada caso y atendía a asuntos particulares referentes a las categorías establecidas, que los investigadores habían detectado en las observaciones y sobre los cuales se quería ahondar. La entrevista involucró también preguntas que surgieron en el momento de realizarla. Se grabó en audio.

En paralelo con las observaciones de clase se elaboró un cuestionario para el estudiante, que apuntaba a recoger información desde su perspectiva, sobre acciones y tareas implicadas en su aprendizaje. Este trabajo se basó en el cuestionario del profesor, las observaciones

de clase y las preguntas formuladas en el estudio TIMSS (1994). Una prueba piloto con varios estudiantes aportó a mejorar la versión final del cuestionario, que fue respondida por 65 estudiantes de los cursos observados.

Así, la información recogida para la descripción de la enseñanza de las matemáticas provino de tres fuentes: el cuestionario del profesor, las observaciones de clase y las entrevistas. Las transcripciones de audio, las notas de campo e información del video, se consiguieron en un documento que se utilizó como fuente principal, el cual consiste de una narración, que obviamente no es exhaustiva —nunca podrá serlo—, pero que registra de la manera más completa y objetiva posible las intervenciones, acciones y gestos del profesor y de los estudiantes, lo que se escribe en el tablero y en los cuadernos y papeles de los estudiantes.

La dinámica de trabajo de los investigadores participantes en el estudio combinó el trabajo individual con el trabajo en grupo. Se llevaron a cabo reuniones periódicas entre los investigadores donde se compartía el trabajo individual realizado, se tomaban decisiones al respecto de asuntos operativos y académicos, se establecían lineamientos generales de trabajo, se definían nuevos criterios y categorías y se reelaboraban los ya considerados, se asignaban tareas y compromisos individuales y para todo el grupo.

### **Análisis, interpretación y validación**

A pesar de que varios de los resultados se apoyan en estadísticas sobre las respuestas a los cuestionarios, el análisis realizado en el estudio fue predominantemente cualitativo y permeó toda la recolección de datos y definición de categorías del marco. En la narración elaborada para cada clase, luego de revisada y complementada con información de la grabación de video, se buscó información sobre cada uno de los asuntos incluidos en los formatos, la cual se organizó en ellos. Se identificaron también, en las situaciones en que era pertinente, citas textuales que justificaran e ilustraran la clasificación. Los investigadores revisaron, discutieron y ajustaron estas primeras clasificaciones. Posteriormente se complementaron con datos de las grabaciones de audio de las entrevistas. Luego la información consignada en los formatos de todas las clases observadas para cada caso se miró en conjunto y se empezó a construir la descripción de la práctica docente de ese caso de acuerdo a las categorías establecidas. Se

constituyó así un proceso cíclico que abarcó varias pasadas y que implicó revisar muchas veces tanto las narraciones como las grabaciones de audio y video de clases y entrevistas, con el fin de advertir nueva información que encajara en las categorías, de detectar matices que pudieran originar una reclasificación, de redefinir las mismas categorías, de hacer comparaciones entre los casos que permitieran garantizar una clasificación de forma similar.

El análisis estuvo inmerso en un proceso de trabajo de los investigadores en el que cobró mucha importancia el juego dialéctico y crítico de confrontar los resultados parciales que se iban obteniendo con los resultados anteriores y con la literatura. Con base en estas discusiones y en una actitud de búsqueda objetiva de consenso se organizó y revisó la información en las categorías definidas; éstas se afinaron y se llegó a la caracterización final.

Este análisis cualitativo se acerca a una combinación de análisis deductivo e inductivo de acuerdo con la definición de Quinn (2002), es decir, se leen los datos y a partir de una idea general se hace una primera codificación que incluye citas del texto para ilustrar los temas establecidos *a priori*; la lectura de esa codificación permite refinar el marco teórico; se hacen más pasadas a los datos, buscando otros temas, cambios o confirmaciones de los ya definidos; se organizan de nuevo los temas.

Varios elementos, contemplados en los estándares de validez<sup>9</sup> que Eisenhart y Howe (1992) proponen para la investigación en edu-

<sup>9</sup> Estos estándares pueden resumirse en: 1. Debe haber articulación entre la pregunta de investigación, el procedimiento para la recolección de datos y la técnica de análisis. 2. La selección de los participantes, los procedimientos para recoger la información y las técnicas de análisis deben responder a razones lógicas y creíbles, y respetar los principios existentes para la recolección de datos. 3. Los argumentos deben estar basados en teorías existentes o deben contribuir a alguna área; la subjetividad del investigador, interpretaciones personales y suposiciones deben hacerse explícitas. 4. El estudio tiene limita-

cación, aportan validez a la investigación realizada: el empleo de distintas técnicas para la recolección de datos que proporcionan información sobre el fenómeno estudiado —la enseñanza de las matemáticas— desde una variedad de perspectivas; el proceso de definición de las categorías que conforman el marco conceptual y el proceso de análisis e interpretación de los datos, que contó con la participación activa de los cuatro investigadores como observadores y descriptores de los mismos eventos, pero también como lectores críticos y permanentes, e incorporó los datos recogidos que iban surgiendo a las categorías y caracterizaciones en construcción; el proceso crítico y cíclico seguido por los investigadores para llegar a consensos; la lectura comentada por parte de los profesores observados de los documentos que se elaboraron, la cual permitió corroborar y profundizar lo dicho.

### **Los cambios registrados**

Los docentes de matemáticas no son ajenos a los numerosos indicativos que en años recientes han puesto en evidencia la deficiente calidad de la formación matemática de los estudiantes. Este reconocimiento se ha visto además enfatizado por los movimientos de reforma que constantemente hacen declaraciones, propuestas y recomendaciones para la educación y en particular para la educación matemática, y por la divulgación de teorías en boga que son conocidas en el medio. Hay así una aceptación de parte de los profesores de la necesidad de cambio. Los profesores enfrentados a tal necesidad y con el ánimo de asumir este reto, se esfuerzan por hacer modificaciones a sus clases en diversas direcciones

y con todas las dificultades e implicaciones que esto conlleva.

En esta sección se presentan con algún detalle algunos hechos de la práctica docente en el aula de los profesores participantes en los casos de este estudio, en los que vislumbramos cambios que contrastan en un sentido estricto con las prácticas identificadas como tradicionales. Primordialmente se perciben cambios en cuanto a las acciones que realizan durante la clase y su forma, aun cuando éstas se enmarquen en actividades que sí son concordantes con las descritas en la enseñanza tradicional. Detrás de tales acciones reconocemos intenciones y esfuerzos de parte de estos profesores, encaminados a abordar problemas específicos de su práctica docente que han identificado y, en general, a implementar estrategias —puntuales o no— para solucionarlos. También se pueden establecer distinciones con respecto a la enseñanza tradicional, relativas a las actitudes que los profesores muestran durante la clase y a la relación que allí entablan con los estudiantes.

Hay modificaciones en el tiempo de clase dedicado a las actividades que se desarrollan durante ella. Por ejemplo, aunque es notorio que la mayoría de los profesores exponen información matemática, el tiempo empleado para ello es poco, mientras que al trabajo de los estudiantes se asigna gran parte de la sesión. La realización de tareas por parte del estudiante para su proceso de aprendizaje en horario diferente al de la clase, es algo que no necesariamente se puede garantizar, así que el profesor percibe que la clase es el espacio donde el aprendizaje puede ocurrir principalmente y en consecuencia, aprovecha lo más posible el tiempo de la clase en el desa-

---

ciones externas que se refieren al valor de los resultados de la investigación, a si mejoran e informan la práctica educativa, y a las características sociales, políticas y culturales del contexto y de los participantes; y limitaciones internas relativas a la ética de los investigadores, es decir a la forma como la investigación se realiza.

rollo de ejercicios del tipo que se quiere que el estudiante llegue a realizar diestramente. Esto no quiere decir que obligatoriamente la exposición sea al comienzo de la clase y el resto de ésta se destine luego a que los estudiantes trabajen, sino que si se totalizaran los tiempos empleados en cada una de estas actividades, sería notablemente mayor el tiempo que se gasta en la última. Es más, en uno de los casos el trabajo de los estudiantes ocupa todo el tiempo de la clase.

En sus exposiciones orales del contenido matemático que consideran que los estudiantes deben aprender, los profesores se preocupan por implementar variaciones a la llamada exposición magistral —tan criticada por muchos—, a través de las cuales desempeñan y hacen jugar a sus estudiantes papeles un tanto diferentes al de conferencista “dueño de la palabra” y al de auditorio pasivo, respectivamente; parecería entonces que intentan dar un participación más preponderante al estudiante en sus clases como una de las condiciones importantes para que aprendan los temas tratados allí. Involucran a sus estudiantes en las exposiciones mediante preguntas y tareas que les formulan y que esperan que contesten; en cierto sentido, no sólo hacen la exposición *para* los estudiantes sino también *con* ellos. La extensión y profundidad tanto de las preguntas y tareas como de las respuestas esperadas tienden a ser menores pero varían según el profesor. Es usual que la exposición continúe sólo cuando ha surgido la respuesta adecuada, pero de igual manera, la reacción del profesor a las respuestas es variable. Algunos profesores ante la imposibilidad de obtener una respuesta adecuada terminan por proporcionar la respuesta ellos mismos; otros incorporan la respuesta de los estudiantes a nuevas preguntas que van planteando; en general no exploran en las respuestas no adecuadas, mientras que en contadas ocasiones abordan detalladamente las respuestas, correctas o no, para intentar aclarar

el sentido de las mismas. No obstante esta variación en los papeles desempeñados, la información que se expone se refiere prioritariamente a procedimientos matemáticos y ocasionalmente a conceptos matemáticos; se comunica simplemente nombrando y/o definiendo el concepto y exhibiendo cómo se aplican los procedimientos para resolver ejercicios.

Mientras los estudiantes trabajan, se evidencia el esfuerzo de los profesores por asumir un papel diferente, mediante el cual apoyan al estudiante y establecen interacciones con él, pues usualmente los profesores se pasean por el salón, mirando lo que los estudiantes hacen y eventualmente deteniéndose junto a alguno, por razón de que éste lo solicita o porque el profesor se da cuenta de algo que le merece su atención. Estos intercambios son igualmente distintos en profundidad y duración; el sentido de algunos de ellos es señalar los errores, recordar cómo hacer el trabajo, indicar la notación que se debe utilizar. En contadas ocasiones en el intercambio se aborda la dificultad detrás de los errores o se cuestiona o reta al estudiante de manera que pueda ampliar su comprensión. Incluso cuando el profesor se sienta en su escritorio a adelantar otras labores mientras los estudiantes trabajan, está abierta la posibilidad de que los estudiantes se acerquen e interactúen con él. Además los estudiantes interactúan entre sí y se comunican con motivos diversos relacionados con las tareas que desarrollan y con la clase o ajenos a ella. Esto ocurre obviamente cuando el trabajo debe hacerse en parejas o en grupos, pero también con mucha frecuencia cuando se ha indicado que el trabajo es individual.

Otro signo del interés de los profesores por fomentar una participación activa de los estudiantes en clase son las oportunidades que generan para que el estudiante exponga —usualmente en el tablero— el desarrollo de

sus tareas, lo que además podría indicar una intención de propiciar discusiones en clase. Los estudiantes pasan al tablero a presentar su desarrollo por invitación del profesor, quien además casi siempre se encarga o bien de repetir lo que el estudiante ha dicho o de exponerlo oralmente cuando aquél no lo ha hecho.

Se confirmó que el profesor y en algunos casos el libro de texto también, son la autoridad reconocida por la clase frente al conocimiento matemático; es decir, por un lado, lo que el profesor o el libro de texto dicen es correcto por ser ellos quienes son, y por otro lado, es a través del profesor o del libro que los estudiantes determinan la validez de su trabajo. No obstante esta situación, se percibe que los profesores han modificado la forma en que aprueban pero sobre todo en que desaprobaban las respuestas o producciones de los estudiantes. Aunque las expresiones que incluyen calificativos como "muy bien" siguen existiendo en algunas situaciones, no es común encontrar expresiones que descalifican directa y expresamente, tales como "está mal". Es más usual que los profesores indiquen tácitamente, mediante sus reacciones, la validez o no del trabajo. Por ejemplo, con frecuencia los profesores parafrasean la respuesta del estudiante, hacen un gesto que evoca la aceptación, e incluso continúan el trabajo sin cuestionar la respuesta, reacciones que los estudiantes aprenden a reconocer como aprobaciones. De la misma manera ellos parecen saber que sólo para las respuestas incorrectas o incompletas los profesores repiten la pregunta varias veces, no prosiguen la clase hasta encontrar la respuesta esperada, anuncian explícitamente que van a hacer algo (fuera del libretto o guión de la clase) para que los estudiantes puedan responder correctamente, o si acaso las cuestionan; particularmente, frente a las respuestas erróneas se señalan los errores cometidos, pero no hay un trabajo acerca de la dificultad que subyace al error

evidenciado. Este tipo de reacciones parece configurar parte de la cultura del salón de clase y particularmente de las clases de matemáticas, cultura que los estudiantes comparten y asumen de manera natural; así, interpretar tales eventos culturales constituye para los estudiantes la forma de saber si la respuesta presentada es o no correcta.

En uno de los casos hay cambios con respecto a la manera de validar el trabajo más hondos. Allí, como parte de la cultura del salón de clase se intenta que la argumentación sea un elemento de validación de las producciones de los estudiantes; son precisamente los estudiantes quienes apoyados por el profesor con las discusiones que promueve, tienen que "convencerse" y "convencer" a sus compañeros de grupo y al profesor de que han comprendido, que la solución al problema es adecuada, que lo que escriben es suficientemente claro y da cuenta efectiva del proceso seguido en la solución de la tarea y de la respuesta.

La motivación y disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas es un asunto que concierne abordar al profesor y en consecuencia implementa estrategias especiales —que normalmente no hacen parte del repertorio de estrategias empleadas para desarrollar los temas matemáticos— que les permitan a los estudiantes tener una vivencia de la clase de matemáticas algo diferente de la que tienen a través de las actividades usuales de la clase y por ende se motiven. Por ejemplo, los profesores abren espacios durante las clases para la formulación y desarrollo de acertijos matemáticos, que pueden no estar vinculados a los temas que allí se tratan, y que son vistos por los estudiantes como la oportunidad para tomar un descanso del trabajo "pesado" con las matemáticas en clase. Involucran a los estudiantes en tareas con planteamientos de contextos de la vida real que creen que les son familiares o con exigencias de manipular materiales.

Tanto los tipos de tareas que los profesores proponen al estudiante mencionados en el párrafo anterior, como las tareas de lectura que varios de ellos introducen en sus clases para que los estudiantes se informen sobre algún tema, son tareas diferentes y pueden implicar una actividad matemática distinta para el estudiante, si se comparan con las tareas que es común asignar en la enseñanza de las matemáticas. El uso de materiales físicos no es parte natural de las clases de matemáticas —con excepción del papel milimetrado en álgebra, y la regla y el compás en geometría— y menos usuales aún son las tareas de lectura que se proponen allí; aunque de hecho en los libros de texto se encuentran tareas con contextos de la vida real, no necesariamente éstos son cercanos a la vida cotidiana de los estudiantes o los datos no son reflejo de lo que sucede en su propia realidad, y podrían clasificarse como semirreales según Skovsmose (2000) o como contextos camuflados o artificiales de acuerdo con De Lange (1995). También algunas estrategias de trabajo en clase empleadas por varios de los profesores, presentan variaciones con respecto a las que es usual encontrar en el aula de matemáticas: invitan a los estudiantes a trabajar en grupo para realizar las tareas asignadas o por lo menos aceptan que interactúen entre ellos en torno a asuntos puntuales de las tareas; solicitan a los estudiantes que expresen en sus palabras lo que han entendido de una lectura o la solución que dieron a un problema; los llevan a que discutan entre ellos la solución a un problema.

Los profesores han incluido en su lenguaje profesional términos que circulan en el medio y emplean palabras distintas a las usualmente utilizadas en su práctica docente con

las que se refieren a diversos asuntos de su labor. Se detecta por ejemplo el uso de la palabra “taller” para denominar casi que cualquier trabajo que los estudiantes deben llevar a cabo por escrito, así sea resolver un conjunto de ejercicios del libro de texto. Hablan enfáticamente de “aprendizaje significativo” y de “construcción del conocimiento matemático” por parte de los estudiantes mismos, para describir lo que pretenden con los estudiantes y se muestran convencidos de estar impulsando tales procesos en sus clases mediante las actividades que hacen. Así mismo, designan como facilitador del aprendizaje su papel en la clase.

Las intenciones de la enseñanza matemática dirigidas durante mucho tiempo primordialmente al aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, se perciben ampliadas a incluir aprendizajes o entrenamientos relativos a otro tipo de capacidades o habilidades. Así, se observan acciones específicas de los profesores guiadas a transmitir mensajes a los estudiantes o a hacerlos vivir experiencias que podrían contribuir a desarrollar tales capacidades. En ese sentido es claro que los valores, entendidos como las cualidades afectivas profundas que los profesores promueven y estimulan en clase (Bishop y Clarkson, 1988)<sup>10</sup>, son prioritarios para la formación de los estudiantes. Los profesores por ejemplo: intercalan con frecuencia y reiteradamente durante las clases, alusiones a comportamientos adecuados y recomendaciones para la vida, de las que esperan que a la larga algo les quede a los estudiantes; en ocasiones propician el trabajo en grupo con el fin, entre otros, de que los estudiantes aprendan a colaborar; a veces piden a los estudiantes que expongan en público sus respuestas, o que las

<sup>10</sup> Un análisis inicial realizado por estos autores, revela que hay tres clases de valores que los profesores transmiten: los valores generales de la educación, los valores matemáticos y los valores específicos de la educación matemática.

compartan entre ellos, con el propósito de que sus compañeros aprendan a escuchar y respetar a los demás. Igualmente sobresale como urgente en la formación del estudiante, que avance en la comprensión de lectura y en la manera de expresarse, tanto escrita como oral. Esto es particularmente evidente en uno de los casos, donde el profesor insiste y cuestiona verbalmente al estudiante para que relate y escriba el proceso realizado y lo haga de forma coherente y clara.

La relación entre profesor y estudiantes se manifiesta más cercana en el sentido de que los estudiantes tienen menos reservas y más confianza para dirigirse a él. Igualmente los profesores demuestran un trato más amistoso y laxo con ellos, situación que los ubica en posiciones casi de igual a igual en cuanto a la forma y posibilidad de acceder uno a otro. Vinculado con esto se detecta entonces que los requerimientos relativos a la disciplina de los estudiantes en clase son menos exigentes y hay gran permisividad por parte del profesor. Los estudiantes se paran de sus puestos, van a donde sus compañeros, hablan en voz alta, llaman a gritos a sus amigos, se ríen, hacen labores distintas a las de la clase, llegan tarde, etc. En ocasiones las clases son bastante ruidosas. Los profesores hacen algunos llamados de atención e invitan a bajar el nivel de ruido, a hacer silencio, a escuchar al otro, pero no siempre todos los estudiantes están dispuestos a ello o pueden oír lo que se pide. También estas reacciones de los estudiantes parecen ser constituyentes de la cultura de la clase de matemáticas asumida y puesta en práctica tanto por el profesor como por los estudiantes.

### **Transformaciones que apenas tocan las matemáticas**

Sin desconocer la importancia relativa de los cambios descritos, consideramos que éstos no

son suficientes para incidir drásticamente en los resultados concernientes a la formación matemática de los estudiantes. Aunque diversos factores afectan el aprendizaje matemático de los estudiantes y por tanto su formación matemática, es el profesor quien tiene la mayor responsabilidad en el asunto. Al examinar su enseñanza consignada en la caracterización de la práctica docente del profesor de matemáticas construida por Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández (2002), y al considerar los hechos anteriormente narrados emergen ideas sobre posibles razones que inciden tanto en el desempeño poco satisfactorio de los estudiantes en matemáticas como en su limitada formación al respecto, y que pueden verse como explicaciones de lo que pasa en los estudiantes.

Así, aunque en principio el hecho de que los estudiantes dispongan de un mayor tiempo en la clase para trabajar ellos mismos y de que se propicie el trabajo en grupo podría ser coherente con visiones del aprendizaje centradas en la interacción social, no se propende por un intercambio verdadero cercano al diálogo entre el profesor y los estudiantes ni entre los mismos estudiantes. La interacción que se da es en general corta, la participación del profesor y los estudiantes no es necesariamente en igualdad de condiciones pues es el primero quien usualmente inicia el intercambio, habla la mayor parte del tiempo y decide cuando terminarlo. Además es frecuente que, tal y como Hewitt (2002c) lo describe, la conversación gire principalmente alrededor de cuestiones de control y de administración, de enunciados descriptivos o de la enumeración de las acciones realizadas, pero muy poco en torno a lo que guía las acciones y las ideas matemáticas.

A pesar de que vemos los intentos del profesor por dar una mayor participación a los estudiantes en las diversas actividades de la clase como oportunidades que podrían aportar

situaciones en las que el trabajo de los estudiantes posibilitaría desviarse del camino trazado con fines de explorar el tema para una mayor comprensión de parte de ellos.

A través del estudio realizado se evidencian variaciones mínimas con respecto a lo que se viene haciendo desde años atrás, en cuanto al contenido matemático que se presenta y a la manera en que éste se aborda. Para empezar los tópicos que se tratan y su secuencia, por lo menos con relación a los temas de las clases observadas, corresponden a la lista secuencial de temas y subtemas de los programas para cada curso, definidos hace tiempo. Independientemente del juicio, positivo o no, que se pueda emitir sobre esto, uno de los problemas detectados es el tratamiento parcial de los tópicos; en particular resalta la ausencia de conexiones que se explicitan o que se propone explorar, y la irrelevancia o debilidad de las que sí se indican, entre los temas mismos que se abordan y con otros que podrían incluirse, ya sea de la asignatura matemática o de otras relacionadas. Así, por ejemplo, en el tratamiento de los polinomios no se recurre a la geometría para proveer un significado que pueda darle algún sentido a aquéllos, ni para los objetos geométricos se profundiza en sus propiedades.

Se reconoce que en la mayoría de los casos se aborda fundamentalmente un conocimiento procedimental de las matemáticas, pero muchos de los procedimientos se presentan sin justificar matemáticamente y no se establecen conexiones con los aspectos conceptuales que los sustentan. Aun cuando se tratan algunas nociones, términos y notaciones matemáticas, el estudio de elementos conceptuales se relega a un segundo plano. Esto es evidente para los casos de las asignaturas de aritmética y álgebra donde el centro de atención son los procedimientos algorítmicos para solucionar ejercicios. Señala Bodin (1993, citado en De Lange, 1995) que como conse-

cuencia de la enseñanza enfocada en aprender los nombres de los conceptos y en seguir procedimientos específicos, los estudiantes solucionan ejercicios sin ser capaces de describir los pasos realizados, de justificar los resultados sino saben a qué tipo de problema corresponden y de usar los procedimientos como herramientas en otras situaciones. Vinculado a esto está la insistencia que se hace durante las clases en que los estudiantes hagan las cosas tal cual son mostradas por el profesor, bien sea con respecto a los procedimientos seguidos, a la notación utilizada o a la forma de expresarse verbalmente.

La aproximación que los profesores plantean para los significados matemáticos de los términos tratados, no siempre conduce a los estudiantes a abandonar la significación cotidiana de tales términos y a asumir una significación matemática específica. Con referencia a los enunciados matemáticos que se enuncian en clase, y luego se ejemplifican con casos particulares, nuestra percepción es que dichos acercamientos quedan a medio camino, son incompletos o superficiales, y por tanto los estudiantes aprenden el enunciado sin lograr una comprensión efectiva de las ideas matemáticas que le dan significado. El hincapié que en algunos casos se hace en el uso correcto e imprescindible de la forma de anotar parece estar ligado a las visiones de los profesores sobre la rigurosidad, precisión y orden de las matemáticas como ciencia, pero también a que estos elementos ayudan a la comprensión y a su vez son indicios de ésta, mueve para los estudiantes el foco del aprendizaje a esto y deja de lado, la comprensión cabal de las ideas matemáticas.

Las oportunidades que se propician en clase para que sean los estudiantes quienes puedan intuir o descubrir asuntos del conocimiento matemático que se trata, son pocas. Es común que los profesores presenten la mayor parte del conocimiento matemático en la cla-

se como si fuera una convención establecida que es necesario respetar y por lo tanto tiene que ser informada; es decir, normalmente no sólo tratan las notaciones y denominaciones como arbitrarias en el sentido señalado por Hewitt (2002a; 2002b; 2002c) sino el resto de las ideas matemáticas.

Para referirse a temas matemáticos ya estudiados, que el profesor considera que es valioso recordar porque pueden contribuir a la comprensión por parte de los estudiantes de lo que se trata en clase, el profesor después de mencionar el nombre del tema, sin que esto traiga a cuento en los estudiantes lo que se quiere, recurre a anécdotas relativas al momento, circunstancias o materiales empleados cuando se abordó la temática y no necesariamente a las ideas matemáticas involucradas en ella. Esto no ayuda a que los estudiantes puedan asociar los términos matemáticos con las ideas respectivas y con su significado.

No sorprende encontrar el tipo de tareas que los profesores proponen, que incluyen elementos distintos de las tareas tradicionales, pues en las reformas recientes aquéllas han sido impulsadas extensamente. Sin embargo, los cambios introducidos en este sentido no alcanzan a lograr su cometido con relación a la comprensión de las matemáticas mismas. Sin desconocer las bondades de la utilización de contextos reales para el desarrollo de ideas matemáticas, resaltadas por Treffers y Goffree (1985, citados en De Lange, 1995)<sup>11</sup>, vemos por ejemplo que en las clases observadas la utilización de contextos de la vida real en los problemas puede ser de hecho un elemento motivador para los estudiantes pero no se llega a tratar la cuestión matemática implicada

en ellos. De forma similar, las tareas que exigen la manipulación de materiales y que tienen alguna relación con el tema tratado, no apuntan a ahondar en él ni a establecer las conexiones con los conceptos y procedimientos implicados de manera significativa. Como se manifestó anteriormente las tareas de lectura para los estudiantes difícilmente desempeñan un papel relevante para su propósito. Cuando se plantean problemas para solucionar la estrategia sugerida se limita a aplicar algoritmos o a lo más, en situaciones que podrían verse como de resolución de problemas, a buscar soluciones al tanteo.

Rara vez los profesores hacen preguntas de porqué a las respuestas de los estudiantes, que lleven a pensar que están interesados en que las respuestas se argumenten y que se den razones que le permitan al estudiante ganar más comprensión acerca de lo que se trata, o en obtener más información sobre los logros de los estudiantes. En las pocas situaciones observadas donde esto ocurrió, los argumentos que esgrimen los estudiantes no corresponden a razones matemáticas que sustenten sus respuestas. Así, no se exige argumentar en la clase. Esto es cierto también para los mismos profesores quienes al suministrar información matemática, tampoco argumentan matemáticamente las ideas presentadas. Por ende la validez del conocimiento matemático tratado en clase no recae en la racionalidad matemática sino en la autoridad en la clase, que bien puede ser el profesor, el libro de texto, otro estudiante, y está ligada directamente a una respuesta correcta en la forma prevista. Para Cooney (1994) esto es reflejo de una orientación procedimental de las tareas.

<sup>11</sup> Los problemas con contextos de la vida real aportan al desarrollo de ideas matemáticas y para estos autores cumplen una serie de funciones en este desarrollo: posibilitan un acceso natural y motivador a las matemáticas; suministran una base firme para el aprendizaje formal de operaciones, procedimientos, notaciones y reglas en conjunto con otros modelos; son una fuente y un dominio de aplicaciones; ejercitan habilidades específicas.

Además, el hecho de que en la cultura del salón de clase esté establecido, tácita o explícitamente, que las respuestas adecuadas no se cuestionan ni se amplían, que para las respuestas no adecuadas se señala el error pero no se abordan las posibles dificultades detrás de éste, lleva a los estudiantes a ver las matemáticas como un conjunto de enunciados, definiciones y hechos fijos que se deben memorizar y por lo tanto se saben o no.

### **Reflexiones finales**

Es probable que algunos de los hechos descritos como cambios en la práctica docente del profesor de matemáticas, si no todos, representen para los profesores comprometidos en ellos, modificaciones importantes si se tiene como referencia el inicio de su práctica profesional; también es probable que comparada con la práctica docente de otros profesores, los hechos mencionados puedan verse como innovaciones.

Al examinar con cuidado cómo ocurren tales hechos en las clases, encontramos que detrás de por lo menos algunos de ellos puede no haber una reflexión seria de parte de los profesores para buscar soluciones reales a los problemas identificados y en su defecto se han implementado las estrategias que de manera más intuitiva vienen a la mente del profesor, o estrategias que parecen interpretaciones adecuadas para teorías del aprendizaje conocidas en alguna medida por los profesores. Adicionalmente, es posible que el profesor esté dispuesto a hacer cambios menores que no le imponen transformar partes esenciales de su práctica docente, o se lance a hacer modificaciones que dan la apariencia de ser sustanciales pero que terminan siendo adaptadas a su forma usual de proceder, influida por sus visiones acerca de las matemáticas, el

aprendizaje y la enseñanza, y en especial por su conocimiento matemático. Es claro que ambas posibilidades lo llevan a sentirse más cómodo y en control de la situación.

Se necesitan cambios más de fondo que apunten a transformar la forma en que los estudiantes se aproximan y trabajan el conocimiento matemático, de manera que tales cambios tengan una incidencia real en el aprendizaje de los estudiantes. Se requiere entonces un mayor compromiso de los profesores con el diseño y desarrollo curricular específico para cada tópico que se pretenda estudiar; esto incluye entre otras cosas, tomar decisiones fundamentadas con respecto a los tópicos matemáticos que es relevante que el estudiante aprenda, a la formación matemática que se quiere lograr en el estudiante (conocimiento conceptual, conocimiento procedimental y conocimiento actitudinal), a la selección o diseño de tareas con objetivos de aprendizaje claros, al desarrollo de estrategias de observación en clase y mecanismos de seguimiento al aprendizaje de los estudiantes, etc.

También es esencial que los profesores desarrollemos la capacidad de mirarnos objetivamente y de ser conscientes de lo que hacemos habitualmente como parte de nuestra práctica, en especial en el salón de clase. Dice Mason (1996) que la sobrecarga cognitiva implicada en la labor de enseñar conduce a que usualmente lo que se hace en clase sea simplemente reaccionar para manejar y despachar los asuntos que surgen de la mejor forma posible. Para crear el cambio Osterman y Kottkamp (1993) señalan que se requiere "examinar cuidadosamente nuestros propios comportamientos, hacer conscientes los supuestos que no hemos examinado y auto-monitorear conscientemente tanto nuestros comportamientos como nuestros supuestos".

## Bibliografía

- Alsina, C., Fortuny, J. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid, España: Editorial Síntesis, S. A.
- Andrade, L., Perry, P., Fernández, F. y Guacaneme, E. (2002). Rutas pedagógicas de las matemáticas escolares. Una mirada a la práctica del profesor (documento no publicado). Bogotá, Colombia: Una Empresa Docente.
- Bishop, A., y Clarkson, P.C. (1988). What values do you think you are teaching when you teach mathematics? En J. Gough y J. Mousley (Eds.), *Exploring all angles* (pp.30-38). Melbourne: Mathematics Association of Victoria.
- Cobb, P. (2000). From representations to symbolizing: Introductory comments on semiotics and mathematical learning. En P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms* (pp. 17- 36). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- Cobb, P. y Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175-190.
- Cooney, T. (1994). Teacher education as an exercise in adaptation. En D. Aichele y A. Coxford (Eds.), *Professional development for teachers of mathematics* (pp. 9-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- De Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. En T. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp. 87-172). Albany, USA: State University of New York Press.
- Denzin, N. y Lincoln, Y. (1998). Entering the field of qualitative research. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* (pp. 1-34). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Eisenhart, M. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (2), 99-114.
- Eisenhart, M. y Howe, K. (1992). Validity in educational research. En M. LeCompte, W. Millroy y J. Preissle (Eds.), *The handbook of qualitative research in education* (pp. 643-680). San Diego, CA: Academic Press.
- Emerson, R. Fretz, R. y Shaw, L. (1995). *Writing ethnographic fieldnotes*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.
- Ernest, P. (1989a). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. En C. Keitel (Ed.), *Mathematics, Education, and Society* (document series 35, pp. 99- 101). Paris: UNESCO.

Ernest, P. (1989b). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15 (1), 13-33.

Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J. y Whitenack, J. (2000). Symbolizing, modeling and instructional design. En P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms* (pp. 225- 274). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Gregg, J. (1995). The tensions and contradictions of the school mathematics tradition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (5), 442-466.

Hewitt, D. (2002a). Lo arbitrario y lo necesario: una forma de ver el currículo de matemáticas. *Revista EMA*, 7 (1), 43-64.

Hewitt, D. (2002b). Lo arbitrario y lo necesario: apoyo a la memoria. *Revista EMA*, 7 (2), 206-226.

Hewitt, D. (2002c). Lo arbitrario y lo necesario: educación de la consciencia. *Revista EMA*, 7 (3), 310-343.

Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. Ponte y L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verao-1999* (pp. 109-132). Portugal: Sociedade de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Mason, J. (1996). *Personal enquiry: Moving from concern towards research*. United Kingdom: The Open University.

Osterman, K.F. y Kottkamp, R.B. (1993). *Reflective practice for educators. Improving schooling through professional development*. California, USA: Corwin Press, Inc.

Perry, P., Valero, P., Castro, M., Gómez, P. y Agudelo, C. (1998). *Calidad de la educación matemática en secundaria. Actores y procesos en la institución educativa*. Bogotá, Colombia: una empresa docente.

Ponte, J.P., Boavida, A.M., Graça, M. y Abrantes, P. (1997). Funcionamiento de la clase de matemáticas. En *Didáctica da matemática* (pp. 71-95). Lisboa, Portugal: Ministerio de Educação, PRODEP.

Quinn, M. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.

Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA*, 1 (1), 4-24.

- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Barcelona, España: ICE-Horsori.
- Romberg, T. y Kaput, J. (1999). Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding. En E. Fenema y T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 3-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- Schoenfeld, A. (1996). Elements of a model of teaching (documento no publicado). Berkeley, USA: University of California at Berkeley.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York, USA: Basic Books.
- Sfard, A. (2000a). On reform movement and the limits of mathematical discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, 2 (3), 157-189.
- Sfard, A. (2000b). Symbolizing mathematical reality into being—or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. En P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms* (pp. 37-98). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46 (1/3), 13-57.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6 (1), 3-26.
- Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M. y Silver, E. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction. A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- TIMSS Study Center (1994). *Student questionnaire*. Boston: The Hague.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. En A. Coxford y A. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K - 12* (pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yackel, E. (2000). Introduction: Perspectives on semiotics and instructional design. En P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms* (pp. 1-13). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

**Luisa Andrade**

**Patricia Perry**

Una empresa docente  
Universidad de los Andes  
Cra. 1 Este # 18-70  
Casita Rosado  
Bogotá, Colombia  
Tel. 3394949 ext. 2717  
Fax 3394999 ext. 2709

**Email:** landrade@uniandes.edu.co **Email:** pperry@uniandes.edu.co

**Edgard Guacaneme**

**Felipe Fernández**

Una empresa docente  
Universidad de los Andes  
Cra. 1 Este # 18-70  
Casita Rosado  
Bogotá, Colombia  
Tel. 3394949 ext. 2717  
Fax 3394999 ext. 2709

**Email:** eguacane@uniandes.edu.co **Email:** fefernan@uniandes.edu.co