*Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*
*Vol. 3, Núm.3, noviembre, 2000, pp. 321-338.*

# Escolarización del saber y de las relaciones: efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas[1]

Bruno D'Amore*

## RESUMEN

Se dan varios ejemplos que provienen de investigaciones recientes, de la transferencia faltante, es decir, de la incapacidad de los estudiantes para asumir sus responsabilidades respecto a su propio comportamiento. Se conjetura que esto depende de varios factores vinculados con el rechazo del estudiante a la elección de su manera de aprender, dejando la responsabilidad de dicha elección a la institución escolar y al maestro.

## ABSTRACT

Some examples are given, derived from recent research, of the missing transference, that is of the student's non acceptance of personal responsibility for their own behaviour. lt is hypothesised that this depends on various factors connected with the student's refusal to choose for himself how to learn, leaving the responsibility of choosing to the scholastic institution and to the teacher.

## RÉSUMÉ

Plusieurs exemples en provenance de recherches récentes sont présentés. Des exemples du transfert manqué, c'est à dire, de l'incapacité des étudiants à assumer leurs responsabilités par rapport à leur propre comportement. Il est supposé que cela dépend de plusieurs facteurs liés au rejet par l' étudiant du choix de son mode d'apprentissage, laissant la responsabilité dudit choix á l'institution scolaire et à l'enseignant.

## RESUMO

São incluídos vários exemplos, que procedem de pesquisas recentes, da transferência faltante, isto é, da incapacidade dos estudantes de assumirem suas responsabilidades com relação a seu próprio comportamento. Especula-se que isto depende de vários fatores vinculados com a rejeição do estudante à escolha de sua forma de aprender, deixando a responsabilidade dessa escolha à instituição escolar e ao professor.



* NRD de Bolonía, Departamento de Matemáticas, Universidad de Bolonia, Italia.
Facultad de Ciencias de la Formación Primaria Libre Universidad de Bolzano, Italia.

[1] *Trabajo realizado en el ámbito del Contrato de Investigación CNR 98.01000.CT01 y de los Contratos de investigación MURST.*

## EL MARCO TEÓICO

La investigación en didáctica de las matemáticas de los últimos 20 años ha insistido, de modo particular, en el análisis de las múltiples y variadas posibilidades que subyacen en el "triángulo" que tiene como vértices al *maestro*, al *saber* y al *alumno* (Chevallard & Joshua, 1982). Se trata de un modelo sistémico que sirve sobre todo para ubicar y analizar la naturaleza de las múltiples relaciones que se instauran entre los tres "sujetos" que se hallan en los vértices, en el sentido de lo que, al interior de la didáctica de las matemáticas, se ha terminado por denominar *didáctica fundamental* (Henry, 1991).[1]

En este sentido, el saber representa el polo ontológico o epistemológico, el alumno representa el polo genético o psicológico, el maestro el polo funcional o pedagógico. En un primer momento, el "lado" saber-alumno de tal "triángulo" se podría resolver en el verbo "aprender", el "lado" saber-maestro en el verbo "enseñar" [que trae consigo toda la problemática de la "transposición didáctica" (Chevallard, 1985) y de la ingeniería didáctica (Artigue, 1992)]; el "lado" maestro-alumno a veces se resume en el verbo "animar" (pero esto, me parece, porque en tal relación asimétrica, se tienden a ver las cosas desde la parte del maestro hacia el alumno ...).

Pero este modo de interpretar las cosas se ha revelado reduccionista, dado que no se trata únicamente de establecer o evidenciar relaciones entre alumno y saber, entre maestro y saber y entre alumno y maestro; en este último caso se trata también de relaciones entre seres humanos, en situación de fuerte asimetría desde varios puntos de vista, a uno de ellos, por así decirlo, se le reconoce como el depositario del saber, mientras que al otro sujeto se le obliga a una escolarización forzada, cuyo objetivo social declarado es, precisamente, el acceso al saber.

En este tipo de estudios, adquiere gran relevancia la problemática de la *devolución:*[2] el alumno construye conocimiento sólo si asume personalmente, si se hace cargo personalmente, si se interesa personalmente de lo que se le ha propuesto a través de la situación didáctica (Perrin-Glorian, 1994). Y es evidente la profunda relación que existe entre *devolución e institucionalización:* «la institucionalización de la entrega es el acto social a través del cual el maestro y el alumno reconocen la devolución» (Brousseau, citado en Perrin-Glorian, 1994, p. 128).[3]

Naturalmente, se debe hacer una profunda diferencia en este punto, entre el saber personal y el institucional: el primer saber es aquel que constituye un «objeto [que] *existe para cada uno de nosotros*» (Chevallard, 1992, p. 87: las itálicas son del autor) pero no necesariamente perteneciente a una institución (lo que implica que podría no tener un nombre propio institucionalmente reconocido) mientras el segundo es aquel objeto del cual las instituciones se han ocupado, dándole un nombre específico.

Es a partir de estas consideraciones (o, mejor, en el ámbito de estas consideraciones) que se plantea la rica problemática de la "relación al saber" (Chevallard, 1996), tan bien ilustrado en una situación concreta por María Luisa Schubauer Leoni (1997).

[1] La didáctica fundamental se define como «una ciencia que se interesa en la producción y en la comunicación de conocimientos ( ... ) en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específico de los conocimientos» (Brousseau, 1988, p. 18).

[2] En italiano, el término se traslada de un uso que se da en Derecho: «Transmitir a alguien un bien o un derecho», de fácil interpretación metafórica.

[3] Se recomienda la lectura de Sarrazy (1995).

## EL PROBLEMA

Con el término "escolarización del saber" me refiero aquí a aquel acto, en gran medida inconsciente, a través del cual el alumno, en un cierto punto de su vida social y escolar (pero casi siempre en el curso de la Escuela Primaria), delega a la Escuela (como institución) y al maestro de escuela (como representante de la institución) la tarea de *seleccionar para él los saberes significativos* (aquellos que lo son socialmente, que tienen un estatuto reconocido y legitimado por la noósfera), renunciando a hacerse cargo directamente de su elección con base a cualquier forma de criterio personal (gusto, interés, motivación .... ). Dado que esta escolarización implica el reconocimiento del maestro como depositario de los saberes que socialmente cuentan, es también obvio que existe, más o menos contemporáneamente, una escolarización de las relaciones interpersonales (entre estudiante y maestro, así como estudiante y compañeros) y de la relación entre el estudiante y el saber: es aquello que en el título se llama "escolarización de las relaciones".

Nos podemos preguntar que papel juega la escolarización no sólo en la eficacia de los aprendizajes sino también en la actitud que el estudiante asume en el salón de clases, con respecto a las matemáticas en general. Creo que es oportuna cualquier aportación con ejemplos significativos en este campo, para conocer mejor el fenómeno y para estudiar los aspectos que se presentan multiformes y variados. Se trata, en cierto sentido, de constituir una especie de banco de datos al cual hacer referencia en el momento en que se tenga necesidad de ejemplos.

Para contribuir a realizar este "banco" estoy tomando en consideración algunas de las investigaciones conducidas por mi mismo o por mis colaboradores en los últimos años, para filtrar e interpretar, a partir de las respuestas de los alumnos, informaciones en el sentido precisado líneas arriba.

Pero, antes -de llegar a los ejemplos y a la consideración final, son necesarias, dos premisas que constituyen los orígenes de mis reflexiones. Tomaré tales premisas de textos de dos queridos amigos y colegas, el mexicano Luis Moreno Armella y el francés Bernard Sarrazy.

## PRIMERA PREMISA: EL CONOCIMIENTO SITUADO

En Moreno (1999) se plantea con fuerza el problema de la contextualización del conocimiento: por un lado, se afirma (y se sostiene con varios ejemplos) que la cognición es intrínsecamente contextual; pero por el otro, que las matemáticas son abstractas, dado que sus enunciados no se refieren a nada real. Como estas afirmaciones son irreconciliables, ¿qué se puede hacer? «Es necesario afrontar el problema; de cara a la naturaleza contextualizada, situada, del conocimiento, el problema del profesor es el siguiente: ayudar con el propósito de que el conocimiento contextual del alumno alcance un nivel de articu lación que le permita trasladarlo como instrumento de conocimiento, a nuevos contextos para generar allí nuevo conocimiento» (Moreno, 1999).

Pero: ¿cómo lograr este objetivo?

Diferentes investigadores han señalado las dificultades que las personas encuentran en el intento de generar procesos de decontextualización. En los estudios de algunos psicólogos, por ejemplo en J. Lave a finales de los 80's, se sostiene incluso que todo acto cognitivo debe verse ni más ni menos que como una respuesta específica a circunstancias específicas. En particular, para las matemáticas, Noss & Hoyles (1996) señalan como esta afirmación pone un reto formidable: las matemáticas consideran inaceptable que sus propios enunciados queden ligados a referentes fijos, es decir, que queden dependientes de las casualidades del contexto. Pero entonces, ¿cómo tratar simultáneamente, por un lado, con la naturaleza contextual de lo aprendido (por ejemplo en la escuela) y por el otro, con una concepción de las matemáticas que promueva la descontextualización?

Entre los muchos ejemplos que se pueden dar, recordamos los estudios sobre la así llamada "matemática de la calle", desarrollados sobre todo en Brasil por parte del grupo de Teresinha Nuñes. Ellos han explorado las diferentes estrategias que siguen los estudiantes en la escuela para resolver problemas aritméticos, y aquellas que ponen en práctica los vendedores ambulantes (a veces adultos y a veces niños en edad escolar). Los resultados de estos estudios ponen en evidencia que una de las mayores diferencias entre las matemáticas escolares y las de la calle consiste en el hecho que las matemáticas escolares ponen en juego y se expresan a través de manipulaciones casi exclusivamente sintácticas, mientras que las matemáticas de los vendedores ambulantes parten precisamente del significado específico del contexto en el cual los problemas surgen.

Por ejemplo, las manipulaciones sintácticas de la escuela vuelven sensato, en una ausencia de contexto real, que se puedan realizar operaciones del tipo «el valor de una almeja multiplicado por el número de almejas", mientras que ésta es una operación inadmisible para las estrategias numéricas de los pescadores (¡que jamás contarían las almejas contenidas en una caja!).

Y no hay que olvidar los estudios de Saxe (1985, 1988, 1991) sobre los efectos de la escolarización en los niños vendedores ambulantes: niños obligados a valerse por si mismos, puestos en situaciones instituciona les, no parecen estar en posibilidades de efectuar aquellas mismas operaciones aritméticas que, en la calle, dominaban con evidente maestría. La devolución no se desarrolla y el ser puesto en una institución es considerado como algo no natural y forzado: en este caso la escolarización es inmediata y tal vez violenta.[4]

«Aunque de modo general -concluye Moreno (1999)- se podrá usar el conocimiento contextual de una persona como un soporte para la expresión de relaciones más generales y de la cual se puede extraer una reflexión sobre su actividad (lo que se presenta en la teoría piagetiana como *abstracción reflexiva*)».

## SEGUNDA PREMISA: EL CONOCIMIENTO FILTRADO POR UN VÍNCULO RELACIONAL

En Sarrazy (1995) se buscan las raíces históricas de la idea y de las investigaciones sobre el contrato didáctico y se da un amplio panorama de las diversas formas (¡increíblemente diferentes!) en las cuales se usa hoy tal término. En el ámbito del párrafo sobre el "contexto empírico", el autor afirma que el concepto de contrato didáctico fue introducido por G. Brousseau en 1978 como una posible causa del fracaso "electivo" en matemáticas (« se trata de aquellos niños que presentan un déficit de adquisición, dificultades de aprendizaje o una falta de gusto pronunciados en el campo de las matemáticas, pero que tienen éxito en otras materias», IREM Bordeaux, 1978, p. 172). En seguida, en 1981, G. Brousseau y J. Péres aunaron

[4] Para quedar siempre en el tema de la necesidad de destrezas matemáticas reales, fuera del contexto artificial de 1a escuela y sobre el hecho que las habilidades alcanzadas en la escuela no parecen proporcionar ayuda(es más, a veces parecen inhibir el uso de las habilidades mismas), se puede ver Noss (1998).

sus observaciones relativas al estudio de un caso emblemático que se volvió famoso en el ámbito de la didáctica de las matemáticas: el caso Gaël.

¿De qué se trata? Sigamos la descripción que hace Sarrazy (1995, pp. 134-135). Gaël es un alumno de ocho años y medio que está repitiendo el primer año de la escuela primaria: «Ya en el primer encuentro, los investigadores constatan su incapacidad para empeñarse en un proceso en el que el conocimiento sería el producto de una construcción resultante de la interacción con el ambiente didáctico». Para Gaël el conocimiento no tiene ningún sentido, sino el de una «actividad ritual en la que se repiten modelos». En este comportamiento existe una continua apelación a la autoridad pedagógica de la maestra: «lo que me enseñaron», «lo que la maestra dice que se necesita hacer».... son las respuestas unívocas que Gaël da a las preguntas de explicación sobre lo que hace o lo que sabe. «A partir de este momento, el objetivo de las sesiones sucesivas consiste en provocar en Gaël una ruptura en su concepción de situación didáctica. Progresivamente él entra en el juego y llega a modificar su relación con la situación didáctica, aceptando empeñarse en el problema que se le plantea.[5] Este empeño se manifiesta a través de anticipaciones, apuestas con el investigador, verificación de las propias previsiones [ ... 1. Él intenta dominar la incertidumbre de las situaciones propuestas sin "refugiarse" detrás de algoritmos o procedimientos que serían útiles aplicar, como hacía antes, pero adaptando sus conocimientos a las necesidades de la situación a-didáctica".[6]

«Que el concepto de contrato didáctico aparezca a propósito de una investigación que tiene que ver con los fracasos electivos no es una simple coincidencia. Reconducido en el contexto de las investigaciones en sociología de la educación de este período, el contrato didáctico señala, al mismo tiempo, la afirmación de las especificidades y de la pertinencia de la didáctica naciente, además de una ruptura respecto a los modelos explicativos dominantes en sociología de la. educación» (Sarrazy, 1998, p. 135).

No puede dejar de impactar el hecho, reconocible en cualquier contexto de un salón de clases, y ¡no cierto sólo en Francia!, que el alumno débil no accede directamente al conocimiento, al saber; si no que lo hace sólo para satisfacer cláusulas de un contrato y sólo mediante un "puente" relacional, mediante la mediación del maestro. Esto puede valer para fracasos electivos o, más en general, en situaciones de dificultades incluso menos específicas.

## UNA RÁPIDA CONSIDERACIÓN

Más allá de las increíbles diferencias de situacienos de investigación en las que los dos autores precedentes trabajan, se puede obtener una reflexión común: el saber vuelto institucional condiciona las normas no sólo del acceso a él, sino también las normas de su uso. Por lo que no sólo debe interesamos la cuestión de la escolarización del saber, sino también qué actitudes de los estudiantes se derivan como consecuencia.

## ALGUNOS EJEMPLOS

**1.** De: Cassani et al. (1996). En esta investigación conducida entre 1992 y 1995, a muchachos al final de 3º de secundaria (a finales de mayo) (estudiantes de 13-14 años) se les invitó a resolver un problema clásico en condiciones estándar (individualmente, hoja protocolo, pluma, mesa) en el que se

[5] Se trata de evaluar el número de objetos que quedan en un saco, conociendo el número total de objetos y el número de objetos sacados del saco.

[6] Recordamos que éste es el contexto interactivo característico de la situación didáctica (definido sobre la base de tres elementos: el maestro, el alumno y el conocimiento) y que es precisamente a partir de aquí que G. Brousseau definirá sucesivamente el contrato didáctico.

debe calcular el volumen de una pirámide recta de base cuadrada, dadas las medidas del lado de la base y de una de las aristas laterales; y después a obtener el volumen de una pirámide real, de madera, teniendo eventualmente a disposición una regla. Para decirlo brevemente, mientras en el test escrito se tuvo generalmente un resultado positivo en un porcentaje muy alto, en la prueba empírica se tienen situaciones de confusión, de rechazo, de abandono, incluso reacciones rabiosas.

Menciono algunos ejemplos.

Stefano no desea saber nada de medir y cuando insistimos nos dice claramente que no sirve de nada; en compensación obsesivamente repite para sí mismo que: «La altura de la pirámide coincide con la del prisma que la contiene». Es evidente el intento de refugiarse en vacíos esquemas institucionales, que precedentemente dan resultados satisfactorios, pero que, en esta ocasión, no bastan. Después que prácticamente se le obligó a medir, enojado, declara que este procedimiento «no es escolar». Es evidente la investigación obsesiva y trabajosa de una respuesta de carácter escolar, es decir, insertada en el contexto de los saberes que se considera, con razón o sin ella, a ser aceptada por la institución escolar.

Muchos muchachos piden Ios datos", pero no usan la regla para procurárselos; es evidente el resultado de la escolarización del concepto mismo de problema geométrico.

Muchos estudiantes, de frente a una pirámide llena, declaran que la altura no se puede medir porque no existe; parece clara la referencia a una situación en la que, en cambio, la altura aparece y se dibuja de manera evidente: el estudiante se lo espera. Limitarse a disponer la regla vertical, apoyándola sobre la mesa, y después calcular la altura es un recurso visto con sospecha, rechazado: no forma parte de los saberes escolares aceptables (quien, empujado por nosotros a seguir esta técnica, la rechaza, motivando su rechazo en términos de «procedimiento inexacto», «resultado aproximado», etc.). Aparece muy clara la voluntad de hacer uso sólo de saberes y de actitudes escolares aceptables, que entran en los estándares usuales.

Entre las reacciones de rabia, hay algunas que demuestran la lucha entre el querer usar las habilidades institucionales y las externas Giada, durante la entrevista, declara que las únicas pirámides que conoce son las escolares «La pirámide la hallamos en el libro de geometría y después aprendimos las fórmulas».

**2.** De: D' Amore et al. (1995). En esta investigación nos planteamos el problema de intentar entender como los niños de escuela primaria (8-11 años) (con algunas pruebas en la escuela secundaria, 11- 14 años) se imaginan la escena descrita en el texto de un problema aritmético estándar, cuando tal texto es de tipo narrativo, y como lo reelaboran en su intimidad, adaptándolo a lo que han vivido, aún antes de pasar a la fase resolutiva.

Entre otros fenómenos observados, es obsesiva la solicitud de libertad para salir, al menos idealmente, de los muros escolares, apropiándose de realidades externas, y después poder hacer uso de ello en el salón de clases. Por ejemplo, muchísimos niños piden de sustituir la "leche" (que aparecía en un problema sobre el consumo medio familiar) por la "Coca Cola" (con declaraciones explícitas del tipo «Con la Coca Cola nos sale mejor porque nos interesamos»[7]); la necesidad de dar nombres reales, conocidos, a las personas anónimas involucradas en las historias; la necesidad de ubicar en el tiempo situaciones que en el texto

[7] En las pruebas que hicimos, en cambio, parece no existir correlación alguna entre las elecciones terminológicas de los niños y la supuesta mejor solución de los problemas. Es decir, tener Ieche" o "Coca Cola" en el texto, m modifica los porcentajes de éxito, al contrario de lo que declaran muchos niños.

son atemporales...

A propósito de la escolarización se puede introducir en este discurso un fenómeno ya evidenciado por muchos autores en varias ocasiones y por otros motivos. Durante la discusión colectiva, emerge varias veces la inutilidad de hacer ciertas operaciones (como, por ejemplo, 30:1); y todavía, en situación de resolución, los *mismos* niños (también en la secundaria) no se sienten libres de usar directamente 30 (que es un dato), si no después de haberlo usado en la operación 30:1, considerada como necesaria desde un punto de vista operatorio («La maestra quiere que hagamos todos los pasajes»...).

Aquí la escolarización de los saberes juega varios roles, pero quisiera poner el acento en uno en particular. El estudiante sabe muy bien, dentro de sí, que 30:1 es igual a 30 y que entonces sería inútil escribir de manera explícita tal operación. Más aun, también sabe que su conocimiento personal no coincide sólo con lo que supuestamente el maestro espera de él (y aquí estamos en pleno contrato didáctico) si no que ni siquiera coincide con aquello que se le permite saber por vía personal: el estudiante cree que puede usar aquel “30” sólo después de haberlo obtenido gracias a una operación que lo vuelva susceptible de utilización como resultado de una operación, la que legitima y confirma el conocimiento intuitivo, volviéndolo escolarmente aceptable.

**3.** De: D’Amore y Martini (1997a). En esta investigación, conducida con estudiantes de las escuelas preparatorias (14-19 años), se quería mostrar sustancialmente como es posible crear un “ambiente de referencia cognitivo”, obligando casi al estudiante a dar respuestas haciendo referencia no a todo el propio potencial cognitivo, sino sólo a aquel que en esa investigación definimos como “contexto natural”, es decir el conjunto formado por el lenguaje cotidiano y por el conjunto *N* de los números naturales. El resultado es que estudiantes también desarrollados dan respuestas que parecen a primera vista revelar ignorancias abismales y que en cambio se deben al hecho que están buscando la respuesta en un ambiente cognitivo no suficiente mente amplio. Naturalmente eso implica que algunas de las preguntas puestas en el cuestionario fuesen expresadas en lenguaje natural y no mediante formalismos, con toda la obvia, pero buscada, ambigüedad que la lengua común trae consigo. Por ejemplo, frente a las preguntas: «¿Cuál es según tú el número más pequeño del mundo?», las respuestas «Cero» son numerosísimas también entre estudiantes que conocen bien los números reales y en particular los negativos. Pero lo que más interesa, en este caso, es la respuesta institucional detrás de la cual se atrincheran muchísimos, «-$\infty$», pero revelando de manera explícita, durante las entrevistas, la lucha interior que han debido sostener para elegir entre lo que venía espontáneo (extra-escolar) y lo que sabían debían decir (clase de matemáticas). Davide (5° de Instituto Técnico Industrial, ITIS) escribe *«-$\infty$»* pero confiesa verbalmente: «Quizá era más apropiado decir algo cercano a cero, no lo sé»; Giampiero (5° de ITIS): «Pensé en cero porque es nada y no existe nada menos que nada». Tenemos entonces ejemplos de lucha violenta entre lo que viene espontáneo decir (en aquel contexto natural creado por nosotros de manera artificial, gracias a las primeras preguntas) y lo que se consideraba que debían decir, expresando un saber escolar.

**4.** De: D’Amore y Giovannoni (1997). En esta investigación, que duró cuatro años (uno de preparación y tres de verdadera y propia investigación-acción), y que involucró no sólo a los autores sino también a ocho maestros de matemáticas de dos escuelas secundarias de la provincia de Mantova (alumnos de 11-14 años), se ideó y después experimentó un currículum matemático radicalmente nuevo, sobre todo en lo que concierne a las modalidades didácticas (pero también en los contenidos), privilegiando los aspectos afectivos y metacognitivos, pero con positivos resultados vistosos en el plano cognitivo (a decir de los mismos maestros). Entre otras cosas, a las actividades matemáticas oficiales, académicas, estándar, se agregaron muchas otras actividades con contenido matemático, pero consideradas por lo general no rutinarias y que aquí, en cambio, tenían la misma Elisa: relevancia de las primeras. Por ejemplo: desarrollo de temas escritos con sujeto matemático; descripción de figuras matemáticas no en base a criterios... euclidianos, sino a criterios estéticos; además, involucramientos muy fuertes en el plano personal, por ejemplo, conferencias, investigaciones de historia, inmersión en el ambiente extra-escolar...

La fuerza de la experiencia, lo que desde mi punto de vista provocó el éxito, estuvo en el hecho que se podía continuamente mezclar lo institucional con lo no institucional, y los muchachos (después de un poco de tiempo) entendieron que el contrato usual se había roto totalmente, aceptando situaciones didácticas diferentes de las usuales, aceptando la devolución, es decir, haciéndose cargo de todo el aprendizaje en primera persona. De las declaraciones de los alumnos en el curso del trienio la cosa es evidente y aparece muchas veces. Hay declaraciones sobre la simpatía de los maestros, pero también de ciertas figuras u otros "objetos" matemáticos; sobre los colores admitidos para ciertas figuras y para los nuevos colores... de los cabellos de las maestras; comentarios muy personales sobre algunos matemáticos de los cuales se aprendía la historia (anecdótica, un poco novelada).

Pero, y aquí hay un punto interesante, también entre las declaraciones de los docentes involucrados en la experiencia se tienen algunas que no dudo en definir análogas, de repensamientos sobre el "oficio de maestro" y sobre el papel de los alumnos en el aula. Las declaraciones de los muchachos son muchas veces profundas y maduras; Jason: «Creía ser la única sin habilidad en matemáticas, en cambio descubrí que mis compañeros estaban a mi nivel y así me tranquilicé»; «En las horas de matemáticas me gusta hacer el maestro junto con mis compañeros como si me fueran a preguntar, prácticamente una interrogación en forma de maestro». O revelan la total aceptación de una situación liberatoria; Manuela: «La figura que prefiero es el triángulo porque es una figura que expresa felicidad»; Luca: «Antes yo jamás había inventado un problema porque todos me los proponía la maestra». En esta larga investigación, nos parece que podemos decir que la aceptación de la devolución está ligada también al hecho que el estudiante fue empujado *a creer en sí mismo, a osar*[8], a no identificar el saber que era lícito expresar con el saber escolar, agregando el suyo, aquel obtenido de manera personal.

**5.** De: Arrigo & D'Amore (1999). En esta investigación, conducida con estudiantes de los últimos grupos de escuela preparatoria en Suiza y en Italia (alumnos de 17-19 años en Italia, 16-18 años en Suiza), se mostró a los grupos un video, en el que se habían grabado tres demostraciones relativas a cuestiones que involucran, de diferentes maneras, al infinito y en particular el famoso teorema de G. Cantor sobre la equipotencia entre el con-

[8] Escribe Sarrazy (1995): « [ ... ] es con el disimulo de la voluntad didáctica en el ambiente a-didáctico que la ruptura del contrato asume todo su sentido pedagógico y didáctico. La necesidad de esta ruptura podría ser resumida por el siguiente aforismo: *Créeme*, dice el maestro al alumno, *osa utilizar tu propio saber y aprenderás* - fórmula que no puede no reclamar la afirmación de E. Kant [ ... ]: Ten el valor de servirte de tu *propio* entendimiento».

junto de los puntos de un cuadrado y el conjunto de los puntos de uno de sus lados. Si bien los estudiantes tenían los prerrequisitos necesarios para comprender este teorema, lo rechazan y, en el caso de aceptación, se hace por motivos institucionales (no sólo de contrato) y no por motivos de comprensión. Aquí, más que en otro lado, existe una lucha visceral e intensa entre lo que viene espontáneo (el rechazo del teorema a causa de su absoluta no evidencia, de su aparente contradicción lógica) y lo que se debe aceptar en ámbito institucional. Entonces, si bien son bastantes los estudiantes que parecen dispuestos a aceptar el resultado del teorema por motivos institucionales, un análisis sucesivo mas refinado demuestra que, por el contrario, el 67% lo rechaza (estos, por lo menos, lo entendieron; queda el problema de saber si el restante 33% entendió verdaderamente lo que se propuso). Los obstáculos para el aprendizaje, analizados a fondo en aquella investigación, son tanto de tipo epistemológico, como de tipo didáctico. Por lo que la escolarización no sólo se refiere al saber conceptual, si no también al argumentativo (por ejemplo, las demostraciones) y a las actitudes.

**6.** De: D'Amore(1998). En esta investigación se proponían a estudiantes de escuela primaria, secundaria y preparatoria (9-15 años) cartones de formato A5 sobre los cuales se representó una relación binaria escrita según diferentes registros: en forma proposicional (es decir: descrita a palabras), diagrama cartesiano, diagrama de Venn, diagrama de Carroll. El objetivo de la prueba era de verificar si los estudiantes podían reconocer que se trataba del mismo mensaje escrito en cuatro modalidades diferentes y, en caso positivo, buscar entender cual de ellos es el más aceptado y mejor comprendido por parte de los estudiantes. Entre los resultados hallados, aquel que salta a la vista es que el primero, el proposicional, es mirado con escándalo por parte de los más pequeños, porque: Ruggero (4° de primaria): «no tiene nada que ver con las matemáticas, porque por lo general se usan números y no se escribe una cosa ya hecha, pero puse unas palabras y después los números para hacer matemáticas»; Elisa (4° de primaria): «[...] no está bien en matemáticas».

Honestamente, uno de los resultados inesperados de la investigación se debe al descubrimiento que los estudiantes buscan informaciones escondidas más allá de nuestras intenciones, como si en las actividades escolares todo fuese organizado por parte de los maestros y no casual, incluso en los mínimos detalles. Por ejemplo, en una tabla en la que figuraban a lo largo del eje vertical los siguientes nombres de ciudades: Atenas, Milán, París, Roma, algunos estudiantes quisieron ver un orden alfabético (verdadero, pero del todo casual), otros un orden de importancia de las ciudades, otros un orden del Norte al Sur etcétera, mientras que en cambio todo mi interés de investigador se dirigía a otro lado, y no pensé ninguna de tales informaciones (algunas verdaderas, otras evidentemente falsas) ni tenía de ninguna manera necesidad de ellas. La tendencia a querer hallar informaciones extra era tan fuerte, que un estudiante llegó a sostener que todas eran capitales; después de una última verificación sobre este punto, se dio cuenta que la cosa no funcionaba; y entonces, con tal de no cambiar de opinión, afirmó que «Roma es la capital de Italia del Sur y Milán la capital de Italia del Norte».

La escolarización cambia no sólo los saberes, sino también la actitud: el estudiante va a la caza de sutilezas que ni siquiera imaginamos. Surge una curiosa imagen de escolarización total de los saberes y de las situaciones que se podría pensar provocada por la investigación constante, por parte del alumno, de mensajes de carácter “meta”, señalados por diferentes autores. Mi hipótesis es que también esta trabajosa y constante investigación tenga uno de sus orígenes justamente en la escolarización de los saberes y de las actitudes.

**7.** De: D’Amore & Sandri (1996). En esta investigación la idea era de estimular a los estudiantes de 2’ de secundaria (12-13 años) a hacer uso espontáneo del lenguaje común en contexto matemático, con la hipótesis que eso pudiera servir para comprender mejor cuales son las ideas reales que los estudiantes se hacen de las matemáticas y de sus conceptos más usuales. A los estudiantes se les sugirió asumir un papel diferente del usual y se les dio una tarea de carácter matemático pero con modalidades tales que fueran obligados a usar el lenguaje común. Como observamos, son muy pocos los estudiantes dispuestos a hacer uso del lenguaje común; apenas se dan cuenta que el argumento es matemático, se activa un mecanismo de profunda convicción en base al cual las matemáticas *no pueden* ser tratadas en el lenguaje común, sino en aquel lenguaje semiartificial particular al que en el pasado le dio el nombre de “matematichese” (D’Amore, 1993, 1996). Por ejemplo, es también aceptado el hecho de tener que explicar a niños muy pequeños cómo se halla el área del rectángulo, muchos no logran salir de la estereotipada fórmula: $A = b \times h$. O, queriendo explicar a un niño muy pequeño qué cosa es la altura de un triángulo, muchos no pueden renunciar a ... dibujar segmentos perpendiculares desde un vértice a algún lado... O, debiendo calcular la velocidad media de un tren, para responder a un pasajero, muchos niños transformados en controladores ferroviarios no pueden hacer a menos que transformar 1 h 30’ en 90’ o en 5400”, aunque esto no sirva para nada. Pero la renuncia más vistosa es aquella de: «dejo esta tarea a los verdaderos maestros», comentado en D’ Amore y Sandri (1996). Se descubre, en el fondo, que se requiere mucho valor para asumir un papel diferente al de estudiantes, cuando el objeto de la comunicación es matemático: ¡que el estudiante continúe al realizar el proprio “oficio”! (Sarrazy, 1995). Pero éste es otro de los aspectos de la devolución que falta, debido precisamente a la escolarización no sólo y no tanto de los saberes, sino de las actitudes.

**8.** De: D’ Amore (1997). El objetivo de esta investigación era el de verificar si es verdad que los estudiantes necesariamente se tienen que hacer una imagen detallada de la situación descrita por el texto de un problema, o si es suficiente que se hagan una imagen, por así decirlo confusa, incluso no detallada. La prueba fue conducida en los diferentes niveles escolares. Se puso a los estudiantes frente a dos situaciones problemáticas de traspaso de mercancías por un vendedor a un comprador, en la primera todo era descrito claramente, tanto el contexto, como todos los particulares; en la segunda se daba una descripción general coherente de la situación, pero los objetos de la transacción comercial se describieron con palabras inexistentes. La palabra “lápiz” a veces se sustituyó con la palabra “oretola” y otras veces con “przxetqzyw’. Una serie de pruebas demuestra que esta diferencia no modifica el porcentaje de éxito, en ninguno de los niveles escolares.

Quiero observar que estudiantes de todas las edades, pero especialmente los más pequeños, no quisieron admitir que se descontrolaron frente a palabras inexistentes y no quisieron denunciar la situación. En cambio intentaron de todo para darse una razón, para reconstruir situaciones coherentes, para dar sentido al texto; por lo que, a esas palabras desconocidas les atribuyeron varios significados.

También en este caso, me parece poder afirmar que la particular situación escolarizada empuja al estudiante a crear un clima de coherencia, también donde tal coherencia se halla ausente, con tal de reflejar el modelo fuerte, institucional, en el que este tipo de actividades se desarrolla. Es probable que el mismo problema, puesto en un ambiente diferente, habría empujado al estudiante a pedir a su interlocutor explicaciones acerca de sus palabras misteriosas. Así, las «palabras extrañas» fueron transformadas en tipos especiales de verduras, en marcas de caramelos, etcétera, con tal de darles sentido. En el fondo, en su "oficio de alumno", el estudiante está en una continua investigación de dar sentido a cosas que, muchas veces, esconden este sentido

**9.** De: D'Amore & Martini (1 997b). En esta investigación quisimos rehacer las pruebas de Schoenfeld (1987) sobre divisiones no enteras[9], pero poniendo más de dos variables didácticas, o sea: 1) dando o no la posibilidad de usar la calculadora, 2) variando las edades de los estudiantes. Si es verdad que los resultados de Schoenfeld en USA fueron desastrosos, con la calculadora a disposición la situación... empeora notablemente. El hecho es que para responder bien al ejercicio se necesita reflexionar sobre la incongruencia entre la respuesta numérica que se obtiene de los cálculos (31.333333) y el texto, que necesita en cambio una respuesta entera (32, es decir, el número entero que sucede a 3.13). De hecho, entre los que hacen los cálculos a mano, existe sólo un pequeño porcentaje que se da cuenta del hecho que la pregunta necesita una solución entera y, aunque con mucho esfuerzo, logra responder «32», pese a que tal valor no es el que se obtiene con los cálculos formales; pero es también verdad que si un estudiante usa la calculadora, la tendencia a dar como respuesta final un valor numérico diferente del que aparece en el display es casi nada y crece muy poco con la edad (como decía, la prueba se hizo en diferentes niveles escolares).

Para estudiar si el mecanismo metacognitivo necesario para dar la respuesta correcta se inhibe por el hecho de hacer cálculos de cierta complejidad, y en la medida en que imaginarse, cuando menos, la situación descrita ayude o desvíe de dar la respuesta correcta, dimos también un "problema" cuya solución, aunque del mismo tipo, no requiriese de cálculos.[10] Y bien, hubo estudiantes y en porcentaje no irrisorio, que declararon que es más simple el primer problema que el segundo, «porque en el primero sabes que hacer [en el sentido de saber: que operación usar] pero en el segundo no», «porque el primero lo ves» [obviamente se interpreta como: lo haces recaer en las situaciones usuales, ¡de otra manera parece decir exactamente lo contrario!]. Hay estudiantes que hacen cálculos para resolver el segundo problema y, obviamente, algunos de estos logran hacerlos mal: por otra parte administrar la división escrita 6:4 no es del todo irrisorio. Por lo que, frente a tantos niños (y muchachos) que dan respuesta correcta usando la intuición, sin cálculos, imaginando la situación concreta, existen otros que no tienen el valor de asumir la resolución del problema, dado en ámbito escolar, siguiendo una costumbre no escolar.

Es increíble, pero el resultado de las pruebas es el que se muestra en la siguiente Tabla.

Nosotros tuvimos la hipótesis (ingenuamente) que 100% de respuestas serían correctas al test niños y automóviles, al menos en la escuela secundaria y ¡ciertamente en el bienio de preparatoria!

[9] Un camión del ejército transporta 36 soldados. Si 1128 soldados deben ser transportados en camión al campo de adiestramiento, ¿cuántos camiones deben ser utilizados?

[10] Un automóvil transporta 4 niños. Si deben ser transportados 6 niños a la escuela, ¿cuántos automóviles se necesitan?

| | Test de Schoenfeld | | Test b. y a. |
|---|---|---|---|
| | Sin calculadora | Con calculadora | |
| 5º de primaria (10 - 11 años) | 36% | 0% | 88% |
| 2º de secundaria (12 - 13 años) | 37% | 12% | 83% |
| Bienio de preparatoria (14 - 16 años) | 70% | 38% | 92% |

Tabla

La escolarización de los saberes actúa aquí en modo muy evidente, incluso en las convicciones de los estudiantes relativas al grado de dificultad de los problemas.

## OTRA CONSIDERACIÓN

Con el pasar de los años, sobre todo gracias al notable y continuo intercambio de ideas y experiencias con los maestros y con los alumnos de todos los niveles escolares, a causa de un estudio siempre más específico, me convencí que muchos (aunque, obviamente, no todos) de los aspectos relativos a *contratos, devoluciones* y *situaciones,* muchas de las problemáticas relativas al cognitivo y su meta, a imágenes de las matemáticas, a problemas afectivos y cognitivos, se pueden, al menos en parte, resumir en una sola consideración, relativa a la doble motivación de "oficio": *oficio de alumno, oficio de maestro.* Es decir que, una de las mayores dificultades de la relación enseñanza-aprendizaje es que: el maestro debería convencer al alumno y a sí mismo que lo que se aprende, se aprende de por vida y no sólo para el breve espacio de tiempo ligado a un examen, a una prueba, a una forma cualquiera de evaluación.

Ciertamente, el problema es antiguo y por lo tanto lo hemos escuchado siempre, y abre viejas y jamás cerradas heridas. ¡Y aquí no se trata de intentar siquiera el dar posibles solu ciones estratégicas nuevas! Por otra parte, ¿cómo convencer a un adolescente a impli carse en un cognitivo del que no ve, del que no puede ver, utilización futura? Y, por otra parte, ¿cuáles usos de la trigonometría, de los logaritmos y del álgebra se podrían, razo nablemente proponer?

Es obvio que ningún maestro propone aprendizajes destinados sólo a pruebas de verificación; el maestro actúa de buena fe y sabe bien que lo que está dando es material cognitivo para la vida; pero el hecho es que a veces el estudiante, que no tiene instrumentos críticos proyectados hacia el futuro, valora como finalizada en sí misma la propuesta cognitiva del maestro, devaluándola ... Sobre cambio de los contenidos, por otra parte, el maestro puede poco; mientras sobre el cambio de la metodología, podría más, pero se necesitaría entonces intervenir con fuerza en el momento de la formación, obligando también al maestro a repensar su misma función (y no se excluye entonces que, al final, podría reemerger una visión jamás superada de educador fruto de una elección consciente, fuertemente deseada). Esto implicaría profundas revisiones metodológicas y una radical redefinición en la elección de los contenidos: se vería influenciada una gran parte de la elección del saber a ser enseñado, la elección de las modalidades y de los contenidos de la devolución, la puesta en acción de estrategias, y como consecuencia se vería influenciado el contrato didáctico.

Además, pero no menos urgente, el maestro debería convencer al alumno que está aprendiendo para la vida: su empeño en la escuela dejaría de ser sólo el intentar mostrar al maestro que sabe reproducir modos, lenguajes y actitudes y se convertiría en cambio en la explicitación de un interés genuino a asumir en primera persona la responsabilidad de una voluntad cognitiva explícita, regulada por una demanda constante de nociones y relaciones estructurales; en primera persona: es decir, directamente y no sólo a través de la escolarización del saber, rechazando de aceptar como único criterio de selección de los saberes la elección por parte de la institución, y por lo tanto, como consecuencia, de la mediación y la aprobación del maestro que tal institución representa.

Si se pide a un adulto expresar una opinión sobre la importancia del aprendizaje de las matemáticas en la escuela, se tienen respuestas medianamente orientadas a un parecer de nivel alto: es decir, las matemáticas se consideran *muy importantes.* Pero, si se profundiza, las motivaciones de estas opiniones tienen por lo general raíces vacías o triviales, poco escolares, ligadas a hechos de muy baja calidad en lo que concierne al nivel cognitivo. Este modo de pensar explica de manera explícita las respuestas de los alumnos a las mismas preguntas: la importancia del aprendizaje de las matemáticas se hallaría, en efecto, en el «no dejarse engañar en las tiendas», en el «poder controlar el cambio en el supermercado», etcétera; la posición de los alumnos refleja entonces la de la noósfera (sobre todo la familia y el ambiente social). Cuando se materializa en algo de nivel más alto, entonces aparecen referencias tecnológicas o informáticas, muchas veces vagas e impropias. ¡Y todo esto no cambia con las edades de los alumnos!

Por otra parte, efectivamente, ¿por qué emplear meses del propio tiempo intelectual para aprender a usar complicados *instrumentos algorítmicos* para resolver problemas de interés concreto nulo y sin ninguna relación con la realidad externa (la verdadera)?; y después ¿a aprender la teoría misma de tales instrumentos? (convertidos mientras tanto misteriosamente en *objetos),* si en la vida social este aumento cognitivo no implica igual aumento de capacidades y potencialidades expresables en campos concretos, verificables. ¿Qué cosa, si no el condicionamiento social o la escolarización total de los saberes, la confianza en el maestro, convencen al estudiante a hacer su "oficio"? Pero si las bases del "oficio" son éstas, las justificaciones del aprendizaje vacilan y se toma al "caso Gaël", emblemático: todo aprendizaje es entonces fruto de una mediación: no existe aprendizaje por sí mismo, para la propia vida, para el propio futuro, si no sólo por motivos relacionales e institucionales; el aprendizaje es siempre un aprendizaje "situado", pero situado en sentido totalmente institucional.

Para romper este diafragma, para superar este obstáculo metadidáctico, el maestro debe jugar todas sus cartas en el "arte de la seducción", de la comunicación, del modelo humano...

Pero precisamente en esta actitud se esconde una metáfora que quisiera llamar *la metáfora del entrenador:* más el maestro convence usándose a sí mismo como argumentación, más se implica en el proceso didáctico, más lo objetivo y la justificación del aprendizaje se radicalizan en una situación institucionalizada; el aprendizaje se funda en circunstancias relacionales, situadas, institucionales, con objetivos extra-cognitivos, afectivos. Por otra parte, una falta de participación en la acción o una participación humana débil, basada sobre el envío a lo externo de la escuela, implica una *paradoja,* la de la *competencia externa:* el lugar de la competencia problemática se halla en otro lado, fuera de los muros escolares; el profesor es entonces un instructor cuya función es la de preparar a actividades externas, a una actividad futura que, por ahora, es otra cosa, respecto a la escuela; la función institucional de la escuela sería entonces la de una gimnasio de entrenamiento para pruebas futuras, externas, por venir. El profesor es un entrenador, pero la verdadera vida se halla en otro lado.

Prosigamos con esta metáfora. Cuando un joven viene atraído por una disciplina deportiva y pide ayuda a una sociedad o a un entrenador para ser activo en ella, no existe peor entrenamiento que intentar convencerlo a prepararse largamente antes de competir. Un largo, repetitivo y muchas veces tedioso entrenamiento termina con cansar, desalentar y desmotivar al joven, mortificando sus lícitas ambiciones y aspiraciones, las raíces mismas de su primitivo deseo. Un entrenador sabio alterna entrenamientos y pruebas: los entrenamientos en su ambiente, las competencias en el exterior, pruebas verdaderas... Ni sólo entrenamientos, ni sólo competencias, por obvios motivos: el futuro atleta, novicio, aún no bastante preparado, podría desalentarse como resultado de la confrontación con atletas expertos.

Esta metáfora, la del atleta, por lo que vale, nos puede ser de ayuda y podría tenerse presente, aún en las evidentes debilidades de la comparación. La primera de tales debilidades, quizá la más macroscópica, es que el joven atleta busca por su propia voluntad al entrenador, mientras al joven estudiante se le obliga a entrar en un institución, a veces con reglas vagas y misteriosas, muchas veces sin ningún deseo o estímulo individual, de frente a personas adultas que pretenden de él habilidades que no comparte y no pide, sus argumentos son desconocidos y por lo tanto no deseados. ¡Más "situado" que esto, no puede ser el aprendizaje!

## EL NIVEL PREESCOLAR. Y UNA CONCLUSIÓN

El nivel preescolar ¡no cae en esta red! Quizás porque en su "oficio de maestro", quien trabaja en el nivel preescolar no siente obligaciones de carácter evaluativo, no tiene un programa propio y verdadero para seguir, con las consiguientes y contemporáneas ansias de *omnipotencia* y de *negligencia...* Existe mayor posibilidad de crear situaciones didácticas con devolución del todo natural, sin esquemas y sin cláusulas negativas del contrato, Todo niño acepta situaciones didácticas sí y sólo si se hace cargo personal, de otra manera, simplemente,... ¡no las acepta!

La escolarización ha iniciado, si, pero aún no es exasperada.

El niño es también libre de no entender, no siempre se ve obligado a fingir de estar en el juego de su "oficio de estudiante"; es más, este no ha comenzado aún. En algunas de las investigaciones hechas por el grupo que dirijo en el nivel preescolar (Baldiserri et al., 1993; Aglì et al., 1997; etc.), mostramos ampliamente como los niños (3-6 años) aceptan libremente jugar; con qué libertad, con qué astucia logran ser ellos los que eligen, los que guían el juego. Incluso problemas de resta, que algunos maestros consideran riesgosos y difíciles a finales de primero de primaria, se afrontan... sin pudor, con rigor y corrección no siempre propios de la aritmética, pero llegando a soluciones. No formales, pero correctas. Actitudes que, sucesivamente, se pierden: no son más lícitas, no son más adecuadas al discurso matemático exclusivamente ligado a la institución escolar.

Frente al éxito cognitivo constante de los alumnos no sujetos a limitaciones institucionales, frente a los mediocres resultados en condiciones opuestas, ¿no valdrá quizás la pena de repensar en las modalidades según las cuales se administra la "historia de la clase"? ¿No valdrá quizás la pena crear "costumbres" didácticas (Balachef, 1988) más adecuadas al estudiante y no al saber o a la institución?

Si la característica de los estudiantes más pequeños es el a-dogmatismo, ¿no será el caso de repensar desde el inicio a toda la problemática de la comunicación, así como se desarrolla en el aula, siempre más rica de malentendidos metacomunicativos, a medida que se sube de nivel?

Comunicación directa pero no directiva, cuyo objetivo es hacerse entender, para promover posibilidades reales de aprendizaje: los dos oficios" se ponen en juego, y reemerge con extremo vigor e interés el perenne juego de la pareja: enseñanza-aprendizaje.

En el fondo, el problema se puede reducir a retomar en examen la posibilidad de presentar las matemáticas como hecho cultura¡ y no solo meramente como un "saber hacer", desarrollando el gusto del saber... Pero esta consideración, en esencia, tiene el sabor de un debate antiguo. ¿Es posible que no todo se reduzca a un saber rehacer aquello que otros han sabido hacer?

## BIBLIOGRAFÍA


Alglì, F., D'Amore, B., Martini, A. & Sandri, P. (1997). Attualità dell'ipotesi "intra-, inter-, trans-figurale" di Piaget e Garcia. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* 20A (4), 329-361.

Arrigo, G. & D'Amore, B. (en prensa). 'Lo veo, pero no lo creo". Obstáculos epistemológicos y didácticos en el proceso de comprensión de un teorema de Georg Cantor que involucra al infinito actual. *Educación Matemática.*

Artigue, M. (1992). Didactic engineering. En: R. Douady & A. Mercier (Eds.), Research in didactique of mathematics: Selected papers (Special issue). *Recherches en didactique des mathématiques,* 12, 41-65.

Balacheff, N. (1988). Le contrat et la coûtume: deux registres des intéractions didactiques. En: C. Laborde (Ed.), *Actes du premier colloque Franco-Allemand de didactique des mathématiques et de 1'informatique* (pp. 15-26). Grénoble, Francia: La pensée Sauvage.

Baldisseri, F., D'Amore, B., Fascinelli, E., Fiori, M., Gastaldelli, B. & Golinelli, P. (1993). 1 palloncini di Greta. *Infanzia,* 1, 31-34.

Brousseau, G. (1988, julio). Didactique fondamentale, didactiques des mathématiques et formation des maîtres. *Actes de l'Univ. D'été d'Olivet,* (pp. 10-25). Bordeaux, Francia: IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. & Péres, J. (198 l). *Le cas Gaël.* Université de Bordeaux I, IREM, Bordeaux, Francia. (documento mecanografiado).

Cassani, A., D'Amore, B., Deleonardi, C. & Girotti, G. (1996). Problemi di routine e situazioni "insolite". 11 "caso" del volume della piramide. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* 19B(3), 249-259.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grénoble, Francia: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactíque: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 12(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1996). La fonction professorale: esquisse d'un modèle didactique. *Actes de la VIII École et Université d'Été de dídactique des mathématiques* (pp. 83-122) août 1995. Clermont-Ferrand, Francia: IREM de Clermont-Ferrand.

Chevallard, Y. & Joshua, M. A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en didactique des mathématiques,* 3(1), 159-239.

D'Amore, B. (1993). Esporre la maternatica appresa: un problema didattico e linguistico. En: B. Jannamorelli (Ed.), *Insegnamento/Apprendimento della Matematica: linguaggio naturale e linguaggio della scienza,* Qualevita ed., Sulmona 1994; Atti del I Sem. Internaz, di Didattica della Matematica, Sulmona marzo 1993.

D'Amore, B. (1996). Schülersprache beim Lösen mathematischer Probleme, *JournaI für Mathematik Didaktik,* 17(2), 81-97.

D'Amore, B. (1997). Lápíces-Orettoles-Przxetqzyw. ¿Las imágenes mentales de los textos de las situaciones-problemas influencian su resolución? *Suma,* 26,111-116.

D'Amore, B. (1998). Oggetti relazionali e diversi registri rappresentativi: difficoltà cognitive ed ostacoli. *L'educazione matlematica, 3(1),* 7-29

D'Amore, B., Franchini, D., Gabellini, G., Mancini, M., Masi, F., Matteucci, A., Pascucci, N. & Sandri, P. (1995). La ri-formulazione dei testi dei problemi scolastici standard, *L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* l9A(2), 131-146.

D'Amore, B. & Giovannoni, L. (1997). Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico. *La matematica e la sua didattica,* 4, 359-399.

D'Amore, B. & Martini, B. (1997a). 11 "contesto naturale". Influenza della lingua naturale nelle risposte a test di matematica. *L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* 21A(3), 209-234.

D'Amore, B. & Martini, B. (I 997b). Contratto didattico, modelli mentali e modelli intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard. *La matematica e la sua didattica,* 2, 150-175.

D'Amore, B. & Sandri, P. (1996). Fa' finta di essere... Indagine sull' uso della lingua comune in contesto matematico nella scuola media. *L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* 19A(3), 223-246.

Henry, M. (199 l). *Didactique des Mathématiques.* Besançon, Francia: IREM de Besançon.

IREM de Bordeaux I (1978), *Étude de l'influence de 1'interprétation des activités didactiques sur les échecs électifs de l' enfant en mathématiques.* 18, 170-181.

Moreno Armella, L. (1999). Epistemologia ed Educazione Matematica. *La matematica e la sua didattica,* 1, 43-59.

Noss, R. (1998). *Nuove culture, nuove Numeracy.* Bologna, Italia: Pitagora.

Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meaning.* Kluwer, Dordrecht.

Perrin-Glorian, M. J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. En: M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavignot (Eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau el Gérard Vergnaud* (pp. 97-148). Grénoble, Francia: La Pensée Sauvage.

Sarrazy, B. (1995). Le contrat didactique. *Revue FranÇaise de Pédagogie,* 112, 85-118.

Saxe, G. B. (1985). The effects of schooling on arithmetical understanding: Studies with Oksapmin children in Papua New Guinea. *Journal of Educational Psychology,* 5(77), 503-513.

Saxe, G. B. (1988). The mathematics of child street vendors. *Child Development,* 59, 1415-1425.

Saxe, G. B. (1990). Venditori ambulanti e conoscenze matematiche. *Età evolutiva,* 40, 3-16.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? En: A. H. Schoenfeld. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Edúcation, (pp.* 189-215). Hillsdale, NJ, EE. UU.: Lawrence Erlbaum Ass.

Schubauer Leoni, M. L. (1997). Rapporto al sapere del docente e decisioni didattiche in classe. En: B. D' Amore (Ed.), *Didattica della Matematica e realtá scolastica. (pp.* 53-60). Bologna, Italia: Pitagora.