

Variables institucionales en el conocimiento profesional del docente: el caso de la función

Gloria García O.*
Celly Serrano C.*

RESUMEN

Este artículo presenta un estudio del conocimiento profesional del docente en matemáticas sobre el concepto de función. El estudio acoge la relación entre el significado personal sobre sujeto-objeto, mediada por el significado institucional. El estudio de caso se realiza con un grupo de siete profesores de matemáticas en Educación Básica, quienes recientemente habían participado en un programa de actualización y cualificación sobre la temática.

Los resultados muestran la compleja relación entre el significado personal sobre el objeto función y el significado institucional desarrollado a través del programa de cualificación y demuestran que la posibilidad de cambio del conocimiento profesional del docente en Matemáticas en la Educación Básica depende de los cambios en las concepciones institucionales sobre la Matemática y su Didáctica.

ABSTRACT

A study of the Mathematics teacher's professional knowledge, of the concept of function, is presented. The study accepts that the relation personal significance, between subject - object, is mediated by the institutional significance. The case study was carried out with a group of seven Middle School Mathematics teachers who had recently participated in an in service training program on the topic.

The results show the complex relationships, with respect to the function object, between personal significance and the institutional significance developed throughout the in service program, and proves that the possibility of change in the professional knowledge of a Middle School Mathematics teachers depends on the changes in the institutional conception about Mathematics and its didactics.

RÉSUMÉ

Voici une étude de la connaissance professionnelle du professeur de mathématique sur le concept de fonction. L'étude admet la relation signifié personnel entre sujet-objet, produite par le signifié institutionnel. L'étude de cas se réalise à l'aide d'un group de sept enseignants de mathématiques en Éducation Basique, qui ont récemment participé à un programme d'actualisation et de qualification sur la tématique.

Les résultats, montrent la relation complexe qu'il existe entre le signifié personnel sur l'objet fonction et le signifie institutionnel developpé à travers un programme de qualification et,

* Universidad Pedagógica Nacional. Santafé de Bogotá. Colombia.

demonstrent que la possibilité de changement de la connaissance professionnelle du professeur de mathématiques dans l'Éducation Basique dépend des échanges dans les conceptions institutionnelles sur les mathématiques et sa didactique.

RESUMO

Apresenta-se um estudo do conhecimento profissional do docente de Matemáticas sobre o conceito de função. O estudo acolhe o significado pessoal sujeito objeto, atravessado pelo significado institucional. O estudo de caso realizou-se com um grupo de sete docentes de matemáticas em educação básica, que recentemente tinham participado em um programa de aperfeiçoamento sobre o tema. Os resultados mostram a complexa relação entre o significado pessoal sobre o objeto função e o significado institucional desenvolvido através do programa de aperfeiçoamento, e demonstram que a possibilidade de modificação no conhecimento profissional do docente de Matemáticas na educação básica, depende das mudanças nas concepções institucionais sobre a Matemática e a sua Didática.

INTRODUCCIÓN

Este estudio analiza cómo las concepciones institucionales, sobre la didáctica de la noción de función y promovidas en los programas de formación, actualización y cualificación profesional en educación matemática, deben ser tomadas en cuenta como posibles variables explicativas de las inconsistencias y errores de profesores y estudiantes.

El estudio se justifica porque el grupo de investigación ha tomado como problemática el establecimiento de los elementos que han de ponerse en juego para propiciar el aprendizaje de las matemáticas en situación escolar. En particular, se resalta la necesidad de contribuir a la sistematización del área de la Didáctica Matemática como área académica disciplinar en la profesionalización del docente en matemáticas, puesto que las posibilidades de un cambio en los programas dependen, en gran medida, de cómo se caracterice el entramado de relaciones institucionales que forman parte de los cambios, y de los cuales es necesario tomar conciencia para su control. Con esta afirmación pretendemos adoptar una visión holística para el estudio del conocimiento pro-

fesional del docente, no simplemente como proceso cognitivo, sino como proceso inscrito en un marco de procedencia: lo institucional.

La variable institucional, desarrollada en programas y textos, ha sido incluida como variable explicativa de las concepciones de profesores (Ruiz Higuera, 1994; El Bouazzaoui, 1988). El Bouazzaoui introduce la expresión "concepciones colectivas" para designar los distintos tipos de conocimiento matemático transmitidos por programas y textos escolares.

También la investigación sobre el conocimiento pedagógico del profesor, en el caso de la función y objetos asociados, (El Bouazzaoui, 1988; Llinares, 1996) ha venido integrando variables externas, como experiencia y formación, perspectiva biográfica de los docentes, en reconocimiento a que la experiencia previa de aprendiz de profesor hace parte esencial de su conocimiento profesional. Esta variante es relevante si se tiene en cuenta que los procesos institucionales cambian de un país a otro y, aun, dentro de un mismo país.

Nos basamos también en resultados de investigaciones (Carrillo & Contreras, 1995) en los cuales se muestra que las concepciones de los profesores sobre matemática tienen una influencia en el enfoque didáctico con el cual se aborda la enseñanza de un concepto, o pueden desempeñar un papel de filtro en la adaptación de innovaciones y desarrollos curriculares.

El estudio se realizó con siete profesores de Matemáticas en la Educación Básica quienes, algunas semanas antes, participaron en un curso vacacional de cualificación sobre la didáctica del concepto de función.

DELIMITACIÓN DEL CONSTRUCTO, VARIABLES DE REFERENCIA

En la noción de concepción se distinguen dos sentidos: cognitivo, referido al sujeto, y epistemológico, referido al estudio de la génesis histórica de los conceptos, o a las transmitidas por la enseñanza.

Chevallard (1991) propone ir más allá en la significación de la concepción cognitiva, al señalar que la significación, uso y restricciones de un concepto pueden ser diferentes en cada institución y, las concepciones del sujeto estarán influidas por la institución de la cual forma o ha formado parte. Al enmarcar las concepciones cognitivas dentro del marco institucional, se resalta la dependencia institucional en la construcción del significado.

Chevallard (1991) ha elaborado un sistema teórico en tomo a lo que ha denominado “relación al saber”, en el cual establece que la posibilidad de existencia y conocimiento de un objeto radica en las relaciones entre un objeto (O) y un sujeto (X); o entre un objeto (O) y una institución (I). A la primera la de-

nomina relación personal y a la segunda institucional. Existe también una relación ternaria sujeto, objeto, institución. La formación de la relación al saber de un sujeto en una institución, supone la entrada del individuo en el contrato y la aceptación de las prácticas establecidas por la institución acerca del objeto. Chevallard describe esta relación como: “Un individuo X no puede tener, con respecto a un objeto de saber dado O, más que una relación personal, que emerge de un sistema de relaciones institucionales, relaciones ternarias, donde el individuo entra en relación con el objeto O y uno o varios agentes de la institución” (Chevallard, citado por Godino & Batanero, 1994, pp. 16-17).

La relación ternaria se realiza en el marco de prácticas institucionalizadas, es decir, la relación personal con el objeto emerge del sistema de tales prácticas institucionales. A su vez, las instituciones establecen relaciones específicas con el saber, puesto que fijan prácticas características para definir usos o empleos modelo del concepto, lo que caracteriza las relaciones que dicha institución mantiene con un determinado saber.

Godino y Batanero (1994), desarrollan un sistema teórico inspirado en la propuesta de Chevallard, a partir de la actividad de resolución de un campo de problemas y de los sistemas de práctica asociados. Dentro de éstas últimas, distinguen dos tipos: prácticas personales y prácticas institucionales. Las primeras dependen del sujeto, las segundas son socialmente compartidas por los sujetos de una misma institución. Estas últimas producen progresivamente la emergencia de objetos institucionales, los cuales se convierten en entidades culturales, pues son dotadas de propiedades y empleadas en la resolución de problemas. A este proceso lo definen como *significado institucional del objeto*. Para Godino y Batanero, la noción de concepción

del sujeto, puede describirse como emergente del sistema de prácticas personales asociadas a objetos institucionales. El objeto y el significado del mismo pueden observarse en el sistema de prácticas de la institución.

El aprendizaje y desarrollo de las personas, de los maestros en particular, se realiza en diversas instituciones, lo cual determina que el significado de ciertos objetos matemáticos y el conocimiento profesional puedan no ser los mismos de una institución a otra.

En efecto, cada institución manipula el saber para adaptarlo a sus propias características, tales como su misión, visión y objetivos. En el caso particular de la formación inicial de profesores de matemáticas la institución articula, además, el saber matemático escolar y la concepción de didáctica a las características descritas; en síntesis, realiza una transposición didáctica con el fin de convertirse en una institución caracterizada por un significado de la didáctica de las matemáticas y acorde con éste elabora el significado para el conocimiento profesional del profesor¹.

Por su parte, los estudios realizados sobre las instituciones responsables de la formación de profesores de matemáticas en Latinoamérica, hasta tiempo muy reciente, muestran que los programas compaginan la concepción tradicional de una didáctica instrumental, con una concepción epistemológica de las matemáticas como producto. En este marco, lo didáctico, centrado en la enseñanza de las matemáticas, se asegura por la organización lógica de las mismas. Por consiguiente, se privilegia un aprendizaje de definiciones axiomatizadas, aseguradas por el razonamiento deductivo y el rigor, con éste se pretende asegurar la lógica de los objetos a enseñar. La didáctica queda reducida al uso de estrategias,

como preguntas, para llegar a las definiciones,

En el caso particular de profesores con experiencia (como los participantes en este estudio), el significado personal es afianzado por la combinación de experiencia, tradición y las concepciones presentes en textos escolares y en el currículo oficial. De tal forma que, cuando el profesor con experiencia entra de nuevo en relación con un significado institucional (en un curso de actualización y cualificación) posee un significado didáctico personal que entra a interactuar con el significado institucional del programa de actualización y cualificación.

Con base en estos argumentos, se analiza el significado institucional sobre la didáctica de la función en el módulo «*Un tratamiento didáctico del concepto de función*» (Ardila et al., 1995), elaborado explícitamente con el fin de apoyar el desarrollo de un programa de actualización y cualificación en didáctica, y se contrasta con el significado personal de la didáctica de la función presente en el conocimiento profesional de los docentes.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Al ser éste un campo de investigación reciente, presenta problemas metodológicos delicados, por esta razón la construcción del modelo teórico para establecer las relaciones entre el significado institucional de la didáctica y el significado personal de los maestros, trata de ser un intento para avanzar en la superación de las dificultades al respecto.

El método empleado consistió en un estudio de caso con un grupo de siete profesores de matemáticas en la Educación Básica, con experiencia en los niveles escolares donde se enseña el concepto de función en Santafé de

¹ Aquí el conocimiento profesional del profesor se concibe como la articulación del saber disciplinar y la didáctica así concebida. Contrasta esta concepción de conocimiento profesional con la concepción actual en la cual se lo concibe como el conocimiento que relaciona el saber sobre el contenido matemático, como materia escolar y como temática curricular con las características del aprendizaje de las nociones curriculares y con el proceso instructivo (Llinares, 1995).

Bogotá. Cabe anotar que estos docentes procedían de una muestra más amplia, la selección de la muestra utilizada obedeció básicamente a la participación voluntaria de los profesores por cuanto este tipo de estudios tiene la connotación de evaluación para ellos.

Es importante resaltar que, en su formación matemática, los profesores participantes han cursado la carrera de Licenciatura en Matemática con diez semestres de duración. Por consiguiente, en lo referente a la formación disciplinar, todos han cursado líneas de formación en Cálculo, Álgebra y Geometría.

Para lo institucional, los datos fueron extraídos del módulo escrito "*Un tratamiento didáctico del concepto defunción*", antes nombrado y utilizado en el desarrollo del curso de cualificación, en el que se describen aspectos referidos al conocimiento propio del concepto de función y las orientaciones didácticas para su enseñanza y aprendizaje.

Para el análisis de la didáctica inducida en el módulo, se utilizó un análisis de contenido de las siguientes variables: modo de presentación del concepto de función y su relación con los problemas, ejercicios y ejemplos propuestos.

Para el significado profesional personal sobre el concepto defunción de los profesores, se elaboró un cuestionario que integra cuestiones referidas a ese concepto matemático, como contenido curricular, y a sus diferentes modos de representación. Para este último análisis se retoman las categorías de Alexander Norman (1992), quien propone identificar el conocimiento de función desde la comprensión,

Norman (1992) considera la comprensión determinada por dos aspectos: la comprensión instrumental y la relacional. La primera está

referida a una comprensión algorítmica, por cuanto el sujeto aplica reglas o fórmulas para resolver situaciones sin saber el por qué de la elección de esa herramienta, ni cuál es su relación con el concepto. Por ejemplo, cuando se usa, indiscriminadamente, la línea vertical como herramienta para determinar si una representación gráfica corresponde o no a una función, sin tener en cuenta las características de la representación, como en el caso de la representación gráfica polar de una función. En la misma forma, la identificación del signo "=", como señal que garantiza la unicidad de una y separado de una x puede ser asumida como algorítmica. En esta situación el signo igual actúa como signo ostensivo de carácter figurativo, en el mismo sentido que lo hace la recta, para expresar la unicidad.

En cuanto a la comprensión relacional, aquí se establecen relaciones entre el concepto y los procesos asociados; por consiguiente, el sujeto puede seleccionar en cuáles situaciones debe usar el concepto y los procesos adecuados. Para el caso del uso del test de la línea vertical, por ejemplo, se tiene una comprensión relacional cuando el estudiante discrimina la situación en donde es aplicable. Con base en esta teoría, Norman identifica los siguientes aspectos para determinar el significado del concepto de función:

1. Ejemplificación y caracterización de funciones realizadas a través de la definición personal y formal así como los correspondientes ejemplos.
2. Habilidad para el uso de funciones en una variedad de contextos: aplicaciones del concepto en situaciones de la vida real o científica.
3. Razonamiento funcional. habilidades para interpretar, generalizar y deducir propiedades relativas a las funciones en representaciones gráficas, algebraicas y tabulares.

Para obtener la información sobre los diferentes modos de representación de la función, desde la perspectiva de cada uno de los profesores, se incluyeron en la prueba ítems referidos a las distintas representaciones de las funciones (verbal, tabular, gráfica, cartesiana y simbólica) y cuestionamientos para indagar sobre la traslación entre los diferentes registros de representación.

Para obtener los datos correspondientes al conocimiento curricular se incluyeron, en el cuestionario, preguntas relativas a los fines y objetivos de la enseñanza del concepto de función en la Educación Básica, motivación y errores asociados al objeto de función. En cada pregunta se solicitó a los profesores argumentaciones de sus respuestas.

Se realizó un análisis vertical en un mismo individuo y un análisis horizontal entre individuos con el fin de minimizar las diferencias interpretativas.

SIGNIFICADO INSTITUCIONAL DE LA DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

En el módulo *“Un tratamiento didáctico del concepto de función”*, documento utilizado como material de instrucción en el curso recibido por los docentes de la muestra, se resalta, en primer término, la importancia del concepto de función dentro de la Matemática como “una noción fundamental en el desarrollo de la disciplina y todas sus ramas y también como instrumento de trabajo en todas ellas” (pág. 5). Se destaca también su poder como herramienta “para describir, expresar y explicar fenómenos de la ciencia y la vida real” (pág. 5).

El objetivo didáctico del curso es enunciado, en el texto, en los siguientes términos: “Proporcionar recursos prácticos para estudiar el

concepto de función en los diferentes niveles de la Educación Básica⁷ (pág. 20); pero tal parece que el conjunto de prácticas asociadas a la definición del objeto es lo que determina los recursos didácticos que el profesor trasladará a la enseñanza como se deduce del siguiente análisis, pues el módulo enfatiza, únicamente, la presentación del concepto de función.

El modelo de presentación del concepto podría considerarse a simple vista inductivo, puesto que se proponen una serie de actividades como “Funciones en el mundo real”, utilizando recibos de servicios públicos, o “Funciones a partir de situaciones prácticas” descritas en escenarios como la relación estudiantes y su estatura, o mediante la representación tabular, en las cuales el concepto puede ser herramienta de modelo, si se le ha asociado a una concepción de dependencia, pero la práctica de aprendizaje deja entrever que no es esta la intención, pues, afirmaciones como: “en la siguiente situación observe que a cada estudiante le corresponde una medida de estatura”, “ningún estudiante tiene dos estaturas”, muestran la unicidad como invariante lógica de la función como correspondencia.

Puede afirmarse que las actividades didácticas se conciben como estrategias instrumentales desde las cuales se trata de dar “una explicación, con los cánones de la matemática formal, a las situaciones provenientes de la problemática real” (Carrillo & Contreras, 1995, p. 83).

Una vez trabajadas estas situaciones se presenta la definición de función como tema y denotada como (f, A, B) ; sin embargo, los ejemplos y ejercicios propuestos inducen tanto a una concepción de aplicación, como de correspondencia; los ejercicios posteriores no son aplicación de la definición, sus escenarios corresponden a situaciones de dependencia

pero se insiste en preguntar el valor correspondiente de la variable dependiente para valores dados de la variable independiente para mostrar ostensiblemente la unicidad. Sin embargo, aparece una pregunta que se aleja de esta tendencia: “¿Cuál es el dominio y el rango de cada relación definida mediante la tabla?”, que claramente se inscribe dentro de la concepción de función como aplicación entre conjuntos.

En conclusión, el objeto privilegiado es la función como tema, como aplicación y correspondencia en su orden de presentación. Ésta última es la utilizada en los ejemplos, ejercicios y posteriores aplicaciones del concepto a otros objetos matemáticos (grafo, operación unaria y binaria, ...). Por su parte, la aplicación es ejercitada a través de la identificación del dominio y del rango de funciones propuestas. Específicamente estos objetos son los que van a convertirse en técnicas para los profesores, puesto que la gran mayoría de ellos los utilizó como único argumento para mostrar que expresiones algebraicas son funciones.

Aunque en las situaciones formuladas intervienen conocimientos subsidiarios como las parejas: número, medida; continuo, discreto; propiedades locales, globales, entre otras, es claro que la enseñanza y posibilidades de intervención de éstas en el significado del concepto se hizo a un lado, puesto que el interés principal de la presentación de la función es mostrar las invariantes en el sentido descrito. Las representaciones asociadas son: el diagrama cartesiano y el diagrama sagital² con el fin de identificar la correspondencia y la unicidad. Se incluyen representaciones gráficas pero no se propone un estudio global ni dinámico de la relación funcional, ni tampoco se proponen tareas que lleven a la interpretación de la variación y la dependencia de las variables.

En este sentido, la propuesta es coherente con la concepción de función que se propone institucionalizar, la tema, pues el rigor matemático que caracteriza esta definición oculta el carácter dinámico de relaciones funcionales entre variables. Por tal razón las representaciones tabulares de variación y dependencia son dejadas a un lado, para colocar el acento en la función como colección de pares ordenados que cumplen la propiedad de unicidad.

Este significado de la función es compartido por la presentación que los textos escolares realizan del concepto (García et al., 1998), pues éstos priorizan igualmente la concepción de aplicación y la representación asociada, el diagrama sagital.

Se puede concluir que no se reconocen las adaptaciones que debe sufrir el concepto cuando es trasladado al ámbito escolar, puesto que además de las afirmaciones descritas en párrafos anteriores, se expresa que las actividades didácticas propuestas se “pueden realizar en diferentes niveles de la Educación Básica” o declaraciones como “el tema de funciones puede ser introducido a través de diferentes tópicos para lograr su formalización en los cursos octavo y noveno”, explican que se desconocen adaptaciones y que el significado institucional de la didáctica se encuentra aún sustentado en el supuesto de “transparencia entre saber matemático y las matemáticas escolares”, puesto que la didáctica sigue asegurada por la lógica de la disciplina, por lo cual basta que el profesor conozca la formalización del concepto.

Esta concepción es claramente contradictoria con las construcciones y tendencias recientes para elaborar una teoría de la Didáctica de las Matemáticas que integre las dimensiones epis-

² El diagrama sagital de una función es una representación figurativa de la concepción de función como correspondencia unívoca, introducida como útil didáctico para mostrarla como relación entre conjuntos. Está constituido por dos conjuntos, en representación de Venn, y flechas que evidencian cómo se da la relación entre sus elementos.

temológica, social, psicológica (individual y colectiva) y antropológica presentes en los procesos de creación y difusión del conocimiento matemático.

Dentro de estas tendencias, compartimos el de desarrollo teórico sobre la Didáctica de las Matemáticas que vienen realizando Godino y Batanero (1994, p. 2), para proponer un modelo teórico sobre ésta que integre “una relatividad de los objetos matemáticos, intrínseca los diferentes grupos de personas e instituciones implicadas en el campo de problemas y también dependiendo de las diferentes formas expresivas y disponible”.

SIGNIFICADO PERSONAL DE LA FUNCIÓN. TENDENCIAS

Todos los profesores parecen estar a favor de utilizar la expresión algorítmica del concepto de función, en términos de dominio y rango, como técnica de identificación del concepto, tanto en su definición formal como personal. Argumentos como: “para determinar la funcionalidad de expresiones algebraicas se hace necesario especificar los conjuntos sobre los cuales se realiza la función”, y el uso de esquemas como “ $f: R \rightarrow R$ ”, evidencian esta tendencia. Esta argumentación se toma algorítmica por cuanto, para los profesores, parece ser suficiente identificar el dominio y el rango sin relacionarlos con las formas particulares como: “la regla funcional establece las correspondencias entre los elementos de estos conjuntos”.

Contrastan estos resultados con los hallados por Hitt (1996), quien señala que los profesores “no identificaron con facilidad las representaciones relativas a los subconceptos dominio y conjunto imagen”. Esto evidencia el carácter local institucional de los significados, pues mientras para el grupo de profesores

mexicanos participantes en el estudio de Hitt esta invariante parece no ser determinante a la hora de identificar el concepto, sí lo es para este grupo de docentes colombianos.

La tendencia en las definiciones personales los profesores revela una concepción restringida del objeto puesto que, para su identificación, necesitan comprobar la unicidad de la correspondencia. Para “ver” esta clase de asignación un profesor traduce la tabla al diagrama sagital, como modo de argumentar la funcionalidad.

x	0	1	-1	2	3	1/2
y	0	1	0	6	4	3/4

- 0 → 0
- 1 → 1
- 1 → 0
- 2 → 6
- 3 → 4
- 1/2 → 3/4

La representación usada con preferencia por todos los maestros, es el diagrama sagital. El uso repetido de este tipo de representación, aún en las tareas donde no es explícita, como es el caso de la situación descrita, muestra una tendencia grupal a identificar, en cualquier representación, a la correspondencia como condición de funcionalidad.

Cuatro de los siete maestros utilizaron, en su definición informal, la máquina, interpretada como procesador u operador que actúa para obtener un resultado. Si se entiende al operador como el símbolo que da sentido a la transformación a la que se somete un objeto no especificado para producir otro, el uso explícito de “→” hace pensar que existe una tendencia a aceptar la función como operador, desde luego, restringido porque éste es usado, por los maestros, siempre sobre conjuntos discretos.

La concepción de función como operador opaca propiedades de las clases de objetos que se relacionan, por ejemplo variables presentes en parejas como: número, medida; continuo, discreto; propiedades locales, globales; puesto que sólo pone de relieve la relación dominio imagen y, además, no enfatiza las formas como se da la variación entre los elementos de cada uno de los conjuntos relacionados.

Esta concepción es contraria a la concepción de función como dependencia, en ésta el papel del dominio y la naturaleza de los elementos, son poco relevantes pues lo que interesa es explicar cómo se da la variación entre elementos del dominio y cómo la regla funcional determina la variación entre los correspondientes del conjunto imagen. Esta concepción integra nociones subsidiarias diferentes a la concepción de operador, como son: variación, variable, patrones de variación.

La concepción institucional del programa es coherente con la que promueve el programa curricular. En éste se define a la función como una “relación especial que cumple la condición de unicidad y se le asocia también la representación sagital. Ésta, unida a la amplia experiencia en la enseñanza del concepto (seis años y medio), llevan a que el profesor ratifique esta concepción.

La anterior afirmación es ratificada por las prácticas repetidas, sobre esta concepción, realizadas en el proceso de formación inicial por los profesores. En los programas de formación de profesores, las concepciones de función que se enfatizan corresponden al momento histórico en el cual se inicia el período de generalización y formalización del concepto (Fourier, Cauchy, Dirichlet, Bourbaki).

Las respuestas dadas por los maestros a las preguntas sobre conocimiento curricular, en cuanto a fines y objetivos de la enseñanza del

concepto en la Educación Básica, una vez más enfatizan la tendencia, pues todos definen su importancia por ser “*un tema del currículo*”.

Esta tendencia aún se demuestra en las tareas donde se pide establecer la funcionalidad de representaciones gráficas, pues fueron contestadas tan sólo por dos profesores, siempre y cuando determinaran numéricamente el dominio y el rango. La funcionalidad de la representación gráfica polar fue contestada únicamente por estos dos maestros, quizá la dificultad de su establecimiento se debe a la imposibilidad de establecer la imagen para cada objeto relacionado.

Las respuestas de los profesores contrastan con los resultados encontrados por varios investigadores (Clements, 1984; Mundy, 1984), quienes encuentran que los estudiantes prefieren pensarlas simbólicamente. Hay algunos factores que pueden explicar esta tendencia: En primer lugar, la comparten las prácticas de aprendizaje del profesor, aún en las situaciones de dependencia con las cuales se trata de motivar su introducción, anotaciones como las descritas, junto con el diagrama sagital como única representación que la muestra ostensiblemente, conllevan a establecer este tipo de tendencia.

En segundo lugar, la definición presentada por el programa curricular oficial, cuyo cumplimiento es controlado y vigilado en las instituciones, por cuanto, al maestro se le controla en la ejecución y cumplimiento de los objetivos curriculares oficiales. La concepción también es apoyada por los textos escolares, en cuanto, en su gran mayoría, sólo son portadores de las concepciones curriculares oficiales.

La didáctica institucional, que mediatiza el aprendizaje y el desempeño del profesor, genera dificultades e inconsistencias con el saber

personal, puesto que en las respuestas a las tareas donde se solicita formular problemas para usar funciones, emergen ideas intuitivas sobre el objeto de función, tales como:

“crecimiento o decrecimiento en el consumo del café y su repercusión en la economía”

“producción cafetera por departamento en un mes dado”

“el índice de inflación en el transcurso del año (mes por mes)”

en donde la totalidad de los escenarios se refieren a fenómenos científicos o de la vida real de dependencia en enunciados verbales.

La dificultad es generada por el énfasis en concepciones formalizadas, presentes en lo institucional y en lo curricular, enfrentado a la necesidad sentida por el profesor para usar la función como modeladora de situaciones de cambio. Se explica cuando al profesor se le solicita el uso de la función en la solución de problemas; formula problemas de dependencia en contextos de la vida social en los cuales no es claro cómo la función es allí una herramienta para describirla dependencia. Paradójicamente ninguno de los profesores formula problemas con escenarios matemáticos donde la función pudiera usarse en su concepción de tema.

Estas consideraciones nos permiten identificar las ideas intuitivas como lo referente a aquello que el profesor asume como el poder de la función para modelar situaciones de cambio, pero que las concepciones institucionales contradicen.

En general, el tipo de asignación que convierte una relación en función se automatiza como técnica eficaz para caracterizar al concepto. Pero la técnica no es efectiva cuando la función se asume desde la perspectiva de herramienta disponible para el modelaje de

fenómenos de variación, relegando la comprensión a su carácter instrumental, lo que permite concluir que la restricción de la didáctica institucional tiene como efecto la pérdida de sentido de uso del concepto para el profesor, pues existe una gran dificultad para articular los diferentes sistemas de representación.

De esta dificultad surgen los errores de los profesores al no tener alternativas para proponer problemas que involucren el concepto, pues se bloquean en actividades más complicadas como la construcción de funciones.

De otra parte, la restricción de función como operador convierte al significante “ \rightarrow ” en una técnica algorítmica, en la cual el operador oculta que las propiedades que resultan de su aplicación son propias de él y no de los objetos sobre los cuales actúa y su poder para enunciar cómo transforma un objeto en otro.

CONOCIMIENTO PROFESIONAL

En las preguntas referidas a los fines y objetivos para la enseñanza del concepto en la Educación Básica, cuatro de los profesores argumentan su importancia *“porque son partes del currículo”*. Los tres restantes aducen *su aplicabilidad en el mundo real, sólo un profesor señala su importancia para el Cálculo*. Las respuestas de los cuatro profesores son coherentes con la definición que proponen en cuanto que las situaciones identificadas como motivadoras de su enseñanza, sitúan la noción de relación como preconcepto, escenificada en ejemplos de la vida cotidiana *“una fiesta, analizando las relaciones entre parejas; estableciendo relaciones entre los estudiantes y seleccionando las que vayan siendo funciones...”*. Los profesores (tres) que adjudican su enseñanza a la utilidad del concepto, motivan su introducción a través de la noción de máquina, en la cual lo importante es la transformación que

sufre un dato cuando entra.

Estas motivaciones son contradictorias con los errores adjudicados al manejo de la función por parte de los estudiantes:

“Se confunde la variable dependiente con la independiente; al alumno se le acostumbra a manejar variables x , y cuando se cambian estas variables por otras se bloquea; al hallar el valor de la función con un número determinado, no le resulta fácil reemplazar el valor de la variable, sobre todo si toca elevar a alguna potencia o sumar o restar; no reconoce la función idéntica o la constante”, puesto que se adjudican invariantes relativas a las representaciones algebraicas.

Los fines propuestos para su enseñanza no son coherentes con los objetivos, sólo uno de los profesores señala como fin de la enseñanza, *formar ideas claras sobre la función como relación ideal*. En general están orientados por la importancia del contenido en el currículo.

Los ejemplos de motivación dejan entrever una tendencia tecnológica de la educación matemática como la descrita por Carrillo y Contreras (1995), puesto que el profesor identifica el contenido a enseñar, y reproduce los procesos lógicos dinamizadores ideales del aprendizaje a través de ejemplos ingenuos de la vida real. Esta tendencia es coherente con el significado institucional de la didáctica. Allí su sentido es simular un proceso inductivo de construcción, para mostrar invariantes lógicas de la funcionalidad y de su eventual reproducción.

De esta manera, lo institucional mediatiza el funcionamiento de la didáctica, puesto que no se da al profesor la oportunidad de redescubrir la función, pues “no estuvo en ambientes de resolución de problemas en contexto” (Hitt, 1996, p. 258). Las prácticas institucionales

sólo buscan mostrar cómo la unicidad de la correspondencia modela el fenómeno, pero no se proponen desde la perspectiva del modelaje.

Lo didáctico, para los maestros, se presenta con la tendencia que reconoce que el alumno es el centro del aula, por eso la motivación se asume externa al estudiante, actuando a manera de estímulo para captar su atención. Esta tendencia, en boga en los años 80 y presente aún en algunas instituciones de formación docente, es también una posición institucional que mediatiza.

Así lo confirman cuatro maestros pues, cuando se les preguntó si tenían formación como profesores de matemáticas y cuáles eran los aportes de esta formación, todos afirmaron que sí, adjudicándose *al paso por la Normal*³. El papel fundamental del profesor es organizar estrategias expositivas atractivas: *“les pido que digan palabras relacionadas con función, tales como: funcionamiento, funcionamiento, etc. Acto seguido, tratamos de identificar el sentido que tienen dichas palabras, a continuación se pregunta por la función de algunos elementos obteniendo respuestas triviales como: molino, moler, batidora, batir, cobrador, cobrar; de esta forma se crea una primera idea de función”,* lo que muestra la coherencia con los significados institucionales de la didáctica. Los profesores que también tienen formación a nivel de licenciatura afirman *“que la licenciatura de matemáticas, además de la parte teórica, ayuda a estructurar y organizar procesos mentales que se reflejan en el que hacer diario, tanto a nivel personal como laboral”*. Es claro que los maestros comparten implícitamente el presupuesto institucional de transparencia entre el saber matemático y las matemáticas escolares.

CONCLUSIONES

Las investigaciones realizadas sobre las

¹ La Normales un proceso de formación, en la Educación Básica Secundario, orientada a la formación pedagógica de tipo general, prepara a los maestros para la Educación Básica Primaria.

concepciones de los estudiantes sobre el concepto de función (Vinner, 1983; Eisemberg, 1992), han mostrado que ellas son restringidas y podrían considerarse orientadas hacia una comprensión instrumental (Norman, 1992). Pero desde un punto de vista empírico se afirma que no se tiene una comprensión completa de un concepto hasta que éste no se enseña. Sin embargo, como afirma Norman, de tal aforismo podría concluirse que las investigaciones sobre profesores deben mostrar que su comprensión es relacional.

Los resultados de este estudio, comparados con los de Norman (1992), nos llevan a concluir que, a pesar de la experiencia profesional de los siete maestros no hay en ellos una aproximación a la comprensión relacional, es más de tipo instrumental, puesto que se exhiben fijaciones como $R \rightarrow R$; no establecen traslaciones entre los diferentes sistemas de representación, lo que imposibilita determinar la funcionalidad que no se enmarca en el uso eficaz de esta técnica.

En general, puede afirmarse que en términos de la comprensión, los resultados de este estudio coinciden con los encontrados por

Norman (1992): no existe coherencia entre la definición formal y la definición informal que proponen los profesores; muestran una fijación frecuente cuando interpretan funciones; identifican la funcionalidad en ejemplos estándares, pero en situaciones funcionales complejas no pueden identificarla; presentan serias dificultades para construir e identificar funciones en situaciones del mundo real.

La comprensión está estrechamente ligada a las invariantes didácticas que las prácticas institucionales muestran como determinantes para la comprensión del concepto. El significado personal, unido a prácticas institucionales, no logra dotar de sentido a las prácticas didácticas ni al concepto.

En estas complejas relaciones, las posibilidades de cambio tanto del significado didáctico personal como del significado institucional dependen del cambio en la concepción sobre las matemáticas y su incidencia en la concepción de Didáctica de las Matemáticas en lo institucional, y de que los conocimientos didácticos que se pretendan cambiar entren en conflicto con las concepciones personales en los profesores.

BIBLIOGRAFÍA

Ardila, R., Eslava, C. & Díaz, H. (1995). *Un tratamiento didáctico del concepto de función*, Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Carrillo, J. & Contreras, L. C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación matemática* 7(3), 15-21.

Clements, M. (1984). Terrence Tao. *Educational studies in Mathematics* 15, 213-238.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, Francia: La pensée sauvage.

Eisenber, T. (1992). On the development of sense for functions. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept o Function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 153-174). Washington, DC, EE. UU.: Mathematical Association of America.

El Bouazzaoui, H. (1988). *Conceptions des eleves et des professeurs a propos de la notion de continuité d'une fonction*. Tesis de Doctorado, Universidad de Laval, Canadá.

García, G., Serrano, C. & Espitia, L. (1998). *El concepto de Función en Textos escolares*. Bogotá, Colombia: COLCIENCIAS, Universidad Pedagógica Nacional.

Godino, J. D. & Batanero, M. C. (1994). Significado Institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-3 55. (Disponible en red: <http://www.ugr.es/~jgodino/semioesp/signifies.htm>).

Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con obstáculos epistemológicos y didácticos. *Investigaciones en Matemática Educativa. Didáctica XX Aniversario* (pp. 135-142). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Llinares, S. (1995). Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, creencias y contexto en relación a la Noción de Función. Conferencia invitada en el *IV Encontro de Investigaçao em Educação Matemática*.

Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En Porte, Monteiro, Maíá, Serrazina & Loureiro (Coord.), *Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática Que Formação?* Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educãõ.

Mundy, J. (1984). Analysis of errors of first year calculus students. En A. Bell, B. Low & J. Kilpatrick (Eds.), *Theory, research and practice in mathematics education, Proceedings of Fifth International Conference for Mathematics Education*. Nothingham, UX.: Shell Center.

Norman, A. (1992). Teacher's Mathematical Knowledge of the concept of Function. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of Function: Aspecis of epistemology and pedagogy* (pp. 215-232). Washington, DC, EE. UU.: Mathematical Association of America.

Ruiz, Higuera (1994). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función: Análisis epistemológico y Didáctico*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Granada, España.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14, 293-305.