

Sobre la preparación teórica de los maestros de matemáticas¹

Bruno D'Amore² - Berta Martini³

RESUMEN

Sobre la base de varias experiencias relativas a la formación de los maestros de matemáticas, los autores presentan en este artículo algunas reflexiones sobre este tema. Después de tomar una posición general sobre algunos puntos “álvidos” del debate internacional en curso), centran su atención en el estudio del lenguaje desde varios puntos de vista, y en las diferencias entre las posiciones de Piaget y Vygotski, proponiendo que argumentos de este tipo deberían ser parte de las competencias de los futuros docentes, dado que la didáctica forma parte del campo más amplio de la comunicación.

ABSTRACT

On the basis of various experiences in this area, the authors present in this article some reflections on the training of teachers of mathematics. After taking certain general positions on some “controversial” issues in the current international debate, the authors focus their attention on the study of language, seen from various perspectives, and on the difference between the positions of Piaget and Vygotski with regard to this topic, proposing that arguments of this type should be part of the expertise of future lecturers, given that didactics makes up a part of the larger field of communication.

RÉSUMÉ

Sur la base des expériences réelles sur la formation des professeurs de mathématique, dans cet article les auteurs font des réflexions sur ce thème. Après une prise de position générale sur quelque point “chaud” dans le débat international en cours, ils touchent le noeud de l’attention sur l’étude du langage de différents point de vue, et sur les différences entre les positions de Piaget et de Vygotski sur ce thème, en proposant que arguments de ce type doivent être partie du bagage des compétences des futurs professeurs de mathématique, du moment que la didactique est partie du champ plus vaste de la communication.

¹ Para la escritura tomamos como base nuestra presentación en el Segundo Simposium Italo-Español. Granada, 2-6 febrero 1998. “Profesionalidad del educador matemático, formación y desarrollo”. N.R.D Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática, Departamento de Matemáticas. Universidad de Bolonia, Italia

² Docente de Didáctica de las Matemáticas. Curso de licenciatura en Matemáticas, Facultad de Ciencias. Universidad de Bolonia.

³ Inscrita al doctorado de investigación en pedagogía, ciclo XII sede administrativa: Bolonia.

RESUMO

A partir das bases das diversas experiencias relacionadas à formação dos professores de matemática, os autores apresentam algumas reflexões sobre este tema. Depois de uma decisão a respeito da posição geral sobre alguns pontos que estão em destaque no debate internacional em curso, eles centram sua atenção no estudo da linguagem a partir de vários pontos de vista e sobre as diferenças entre as posições defendidas por Piaget e Vygotski relacionadas a esse tema, propondo que argumentos desse tipo entre a bagagem das competências dos futuros professores, já que a didática forma parte do campo mais amplo da comunicação.

1. PREMISA

El marco teórico

Estos breves apuntes se basan en la experiencia y circunstancias en las que los autores han tenido oportunidad de colaborar, algunas veces teóricamente pero sobre todo activamente, con otros estudiosos de la cuestión sobre el tema difícil y álgido (lo mismo desde un punto de vista teórico que desde uno práctico) de la formación de profesores de matemáticas.

Se ha escrito ya muchísimo sobre el tema y es muy intenso el debate internacional; están, por ejemplo, las vastas relaciones dedicadas a la formación de los maestros en los varios ICME y en particular la toma de posición “fuerte” de (Lappan et al., 1992), orientada hacia consideraciones de carácter pedagógico, que llega a un punto reciente de la situación; o las intervenciones, cuando existen, de naciones con una sólida tradición educativa y con fuerte participación de los maestros en las decisiones nacionales, por ejemplo, las conclusiones del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989) que han llevado al Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (CESSM). Algunos trabajos se dedican a consideraciones sobre los contenidos y metodologías de la preparación de los maestros (Brown et al.

1990); otros sobre los estudios necesarios para convenirse en maestros (Feiman-Nemser, 1983; Lappan et al., 1989); otros más a las convicciones de los maestros adquiridas en el momento de la formación y a su influencia en la práctica de su enseñanza (Nespor, 1987; Peterson et al., 1989; Schram et al., 1988; Thompson, 1984); y también hay estudios que se dedican a la variación en la práctica didáctica (“formación en servicio”, como suele decirse) cuando el maestro entra en contacto con sugerencias metodológicas diversas (en particular, a propósito de cómo interpretar el trabajo de los estudiantes) (Lappan et al., 1998; D’Arnore et al., 1998).

A todos estos trabajos, y a otros que citaremos de manera más puntual, les debemos las consideraciones que haremos; las cuales son el fruto de reflexiones personales y contribuciones muy específicas.

2. NUESTRA CONTRIBUCIÓN A LA DISCUSIÓN

Primeramente, podemos distinguir entre:

- preparación *profesional* (entrenamiento, tutorías, prácticas)
- preparación *teórica*

A la primera se le han dedicado muchísimos trabajos, que no citamos de manera explícita (algunos son los que ya señalamos líneas arriba); nosotros nos ocuparemos aquí exclusivamente del segundo tipo de preparación: la *teórica*. En este ámbito, podemos distinguir entre la:

- preparación teórica *específica o disciplinaria* (la preparación en matemáticas)
- preparación teórica *no específica*

Lo que sorprende cuando se observan varios países, es la enorme diferencia de requisitos de títulos oficiales burocráticos que se piden para poder acceder a la enseñanza. Los extremos del espectro van de países que, como mínimo, piden licenciaturas específicas para todos los niveles (como será en Italia cuando se pongan en marcha las licenciaturas para la formación primaria) a países que no piden ninguna.

Independientemente de cuál sea el caso, todos los expertos y los responsables del sector parecen coincidir, al menos en principio, en el hecho de que para poder enseñar matemáticas es necesario conocer no sólo (obviamente) la matemática, si no también su historia y su epistemología.⁴

Nosotros, aquí, no nos ocuparemos de la preparación disciplinaria (incluimos en ella también la preparación histórica y epistemológica) sino que discutiremos un aspecto particular de la preparación no disciplinaria. También ésta es objeto de debate y los recientes intentos en Italia de echar a andar la Escuela Bienal para la Formación de los

Maestros de la Escuela Secundaria han sido la ocasión para hacer emerger opiniones fuertemente contrastantes al interior de la comunidad de los didactas (y de los matemáticos).

Hay, sobre todo entre los matemáticos no específicamente interesados en la didáctica, quienes consideran inútil hacer tantas historias psicopedagógicas, declarando que para ser buenos docentes de matemáticas es condición necesaria y suficiente el conocimiento de la matemática (rescatando en cierto modo algunas ideas ya expresadas por Giuseppe Gentile, quien afirmaba que, en efecto, existe coincidencia entre la matemática y su didáctica en cuanto que el profesor de matemática no debe hacer otra cosa que exponer, por ejemplo, las demostraciones de los teoremas). En cambio, hay quien considera que para ser un buen maestro es necesaria alguna competencia también en el ámbito psicopedagógico: aquí las propuestas van desde quien considera esta competencia *no dañina*, quien la considera *útil*, hasta quien la considera *necesaria*.

Nosotros pertenecemos a la última categoría y esta convicción está sustentada sobre todo en las discusiones con maestros que, incluso a la distancia de años, lamentan el hecho de que la Universidad los haya abandonado profesionalmente a su destino de maestros, proporcionándoles únicamente una sólida preparación matemática y nada más, cuando, en cambio, la profesión del maestro es una cuestión mucho más compleja, que necesita de más instrumentos en los ámbitos de comunicación, psicología y pedagogía.

⁴ Es la conclusión a que hemos llegado como resultado de discusiones con los expertos y con los responsables de estos sectores en varias partes del mundo. De hecho, en los países en los que no existen vínculos reales burocráticos para el acceso a la enseñanza, se lamentan de la escasa preparación específica (entendemos precisamente la que se refiere a matemáticas) de los docentes de matemáticas en los diferentes niveles escolares: se busca a veces poner remedio convenciendo (es decir favoreciendo la carrera con los consecuentes aumentos de salario) a los maestros en servicio para que tomen cursos universitarios en los que se imparten lecciones tanto de didáctica como de matemáticas. A veces, el nivel matemático de estos cursos es increíblemente bajo.

Naturalmente, las cosas cambian cuando se trata de maestros de escuela elemental (en Italia, alumnos de seis a once años); de secundaria de primer grado (en Italia, alumnos de once a catorce años) o de segundo grado (en Italia, alumnos de catorce a diecinueve años) dejando fuera de la discusión a los maestros de preescolar y a los profesores universitarios.

A primera vista, aplicable en todos los países, aunque de manera diversa, se da preparación matemática más sólida a los maestros de niveles escolares superiores, en tanto que, a los maestros de los niveles escolares más bajos, se les da bases más sólidas desde el punto de vista psicopedagógico. Si bien esta elección tiene alguna razón de ser, no nos parece del todo aplicable (al menos se debería reconsiderar y rediscutir extensamente). Es verdad que los contenidos matemáticos que deben manejar los maestros de la escuela media superior son mucho más complejos y profundos que las que deben manejar los maestros de la escuela elemental; pero también es verdad que la investigación en didáctica, en los últimos quince años, ha demostrado ampliamente que muchos de los casos de rechazo a la matemática, de rechazo a la aceptación positiva del propio trabajo en el ámbito matemático, incluso muchos de los casos de abandono de la escuela por causa de las matemáticas, hallan sus raíces en explicaciones erróneas que producen conflictos insuperables, concepciones incorrectas que nunca llegan a corregirse, modelos intuitivos equivocados cuyo surgimiento se remonta a la escuela elemental o a la escuela media.

Muchas veces, el rechazo a la matemática o el no tener éxito en ella, están ligados a una imagen nefasta de la misma una incomprensión total del funcionamiento de su lenguaje formal; y con frecuencia eso se debe

a falacias didácticas que tienen su origen en la falta de competencia. Maestros de los niveles escolares tratan de anticipar, lo más posible, los discursos complejos (simbolismos, fracciones, álgebra, conjuntos, formalismos lógicos se hallan frecuentemente en modo masivo en los programas de los maestros desde la escuela elemental hasta la media) a causa de su ignorancia matemática, sea de carácter estrictamente científico o de carácter epistemológico. La falta de una alternativa cultural los empuja a reproducir como maestros su experiencia como alumnos, si acaso, abandonando el formalismo. Por eso nos pareció oportuno revisar, desde el inicio, esta idea tan difundida y no darla por descontada: errores didácticos cometidos en los niveles bajos de escolaridad pueden constituir un arma letal en manos de inexpertos. Ello nos obligó a formular la hipótesis de una mayor preparación matemática (que, recordemos, desde nuestro punto de vista comprende también la historia y la epistemología) de los maestros de los niveles escolares bajos: elemental y secundaria del primer grado.

Pero, a continuación, damos por descontada la formación disciplinaria y nos dirigimos más hacia un segmento que nos parece muy descuidado de la preparación teórica no disciplinaria de los maestros. En este tipo de preparación no existen aún amplias experiencias, particularmente en Italia, para establecer cuáles podrían ser los contenidos psicopedagógicos; incluso quien los considera indispensables oscila entre varias propuestas. Pero difícilmente se defiende la posición por la que propugnamos y que clarificamos a continuación: en concreto, el objetivo de estas páginas es llevar a discusión los puntos que siguen en el ámbito de la preparación teórica no disciplinaria de los maestros de cualquier nivel y que se tome en consideración la argumentación que desa-

rollamos en los siguientes apartados, obviamente mucho mejor especificada y profundizada.

3. LA COMUNICACIÓN

Que el acto de la enseñanza (con todo lo que involuera de acto comunicativo) yace en las mucho más amplias problemáticas de la *comunicación* es un hecho aceptado y que se da por descontado (Brousseau, 1988; 1989). A nuestro parecer esto implica una necesaria apertura, en el momento en el que se forman los maestros, hacia las problemáticas de la *pragmática de la comunicación humana* (Watzlawick et al., 1967) y, sobre todo, hacia un análisis correcto de todo lo que significa *hacer uso apropiado del término lenguaje*, especialmente si se admite que la matemática es un lenguaje (Schweiger, 1992).

Cuando intentamos discutir este tema con colegas no matemáticos, empeñados en la formación “general” de los maestros, nos dimos cuenta de que ellos siempre hacen referencia, en lo que respecta a esta cuestión, al Piaget de *Le langage et la pensée chez l'enfant* (1923). precisamente la obra que Raymond Duval cita como ejemplo de trabajo en el que Piaget se limita a estudiar *sólo* “las diferentes formas de comunicación verbal entre niños y su evolución” (Duval, 1996-1997).

Pero *la comunicación* no es más que *uno de los modos posibles* de entender el lenguaje y, centrando la atención en ello, se corre el riesgo de perder de vista la dimensión real y profunda de la problemática, de ahí que deseamos indagar un poco más a fondo la cuestión, sugiriendo este análisis como punto de partida para uno de los argumentos sobre los cuales reflexionen los futuros maestros de matemáticas que serán también profesionales de la comunicación a través del lenguaje.⁵

4. LENGUAJE: ¿EN QUÉ SENTIDO?

Existen cuando menos cuatro modos diferentes de entender esta palabra (Duval, 1996-1997):

- Como *lengua*, sistema semiótico con funcionamiento propio (por ejemplo, el italiano o el español).
- Como diferentes *formas de discurso* haciendo uso de una lengua (por ejemplo, una narración, una conversación, una explicación).
- Como función general de *comunicación* entre individuos de la misma especie (por ejemplo, entre abejas),
- Como uso de un *código* cualquiera más o menos socialmente reconocido y compartido (por ejemplo, se suele hablar del “lenguaje de las flores”).

Ahora bien, cuando se combinan lenguaje y pensamiento, inmediatamente surge, de una manera más o menos consciente, una pregunta importante: *¿el uso del sistema semiótico de una lengua es o no necesario para el funcionamiento del pensamiento lógico y del desarrollo del conocimiento científico?*

Se sabe que éste es uno de los puntos cardinales de divergencia entre los sistemas de Piaget y de Vygotski. Dado que de esta tortuosa “relación” se habla cada vez más, quizá es conveniente aclarar algunos puntos importantes. (Evitamos aquí citar directamente uno o más trabajos de Vygotski; preferimos hacerlo de manera, por así decirlo, “indirecta”, sugiriendo ver a (Schneuwly et al., 1985); en este texto, en efecto, se presentan

las principales obras de Vygotski, con numerosos comentarios y citas directas, así como muchos escritos sobre Vygotski, incluso a la luz del “debate” entre Piaget y Vygotski; en tal texto aparece también un artículo en el que Piaget replica acusaciones formuladas por Vygotski a sus obras.

Se deben distinguir cuatro *periodos* relativos al desarrollo de los trabajos sobre el pensamiento de Piaget (Duval, 1996-1997):

- periodo naturalista (1907-1921)
- periodo clínico (1921-1936)
- periodo experimental y operatorio (1936-1956)
- periodo constructivista (1956-1980).

Vygotski murió en 1934, por lo que no conoció los dos primeros periodos de Piaget; y sus trabajos fueron ignorados en Europa occidental hasta que se tradujeron al inglés (1962) y al francés (1985); en cambio, Piaget conoció presumiblemente los trabajos de Vygotski sólo cuando ya se hallaba en su periodo constructivista.⁶

¿Cuáles son, únicamente con respecto a la problemática que aquí nos interesa, los principales puntos de divergencia entre Piaget y Vygotski? Evidenciamos sólo algunos de ellos.

A propósito del *lenguaje oral espontáneo*:

- Para Piaget: éste es un medio para estudiar la lógica del sujeto desde el mo-

mento que la lengua implica un funcionamiento lógico, y sólo en este sentido; hace referencia a la relación entre pensamiento y lenguaje.

- Para Vygotski: el niño, dado que desde el inicio vive su vida en relación con el adulto, se halla inmerso en un ambiente “hablante”: la comunicación verbal con el adulto es, por tanto, un instrumento de estímulo del pensamiento del niño.

(La temática de la transición del lenguaje oral al escrito es compleja, pero en este momento no nos interesa).

Con respecto a la *socialización*, no obstante que el término se use de maneras diferentes (para Piaget, *socialización* es más cercana quizás a *comunicación*, es decir transmisión de un mensaje a un destinatario), los dos autores piensan en modo diametralmente opuesto. Para el primero, el aprendizaje y más en general el cognitivo parece más ser un hecho personal, no ligado a la socialización de los conocimientos; es bien conocido, en cambio, que las cosas se hallan de manera opuesta para Vygotski.

Pero el verdadero punto nodal de la divergencia es el relativo a la noción de *egocentrismo* que es “una noción importante porque ha permitido una primera formulación precisa y fecunda del problema filosófico muy general entre el ‘lenguaje’ y el pensamiento” (Duval, 1996-1997).

Piaget, en la misma obra (1923), da dos diferentes definiciones:

⁶ La palabra “constructivismo” se usa hoy en día en una gama dramáticamente amplia de interpretaciones. No entramos aquí en detalles, sino que sugerimos ver a (Von Glaserfeld, 1992; Duval, 1996-1997) para tener las primeras informaciones... Se podría intentar una distinción entre constructivismo simple (se admite que el conocimiento sea activamente construido por el sujeto que aprende y no sólo se recibe del ambiente; se admite que llegar a conocer es un proceso de adaptación que organiza el mundo de las experiencias) y constructivismo radical (se admite incluso, además de lo ya señalado, que no existe un realismo metafísico, es decir, que el mundo de la experiencia es absolutamente subjetivo: fuera del mundo del que aprende no existe ningún conocimiento independiente de él a preexistente: conocer es por lo tanto construir en modo radical el conocimiento).

- Una relativa a las *funciones metadiscur-sivas* del lenguaje, que se podría explicar simplemente con la pregunta: *¿se habla sólo para comunicar?*; con base en esta definición, el egocentrismo sería la característica de un discurso en el cual quien habla o no tiene en cuenta la presencia de un interlocutor o no tiene intención de hacerse entender (como sea, no es este el objetivo de la comunicación).
- Otra relativa a la *función ontológica de la creencia* que es inherente a cada consciencia individual, que se podría explicar simplemente con la pregunta: *¿se cree que las cosas sean como se le aparecen a un solo individuo o se está dispuesto a admitir que exista otra perspectiva, otro) modo de ver las cosas (etnocentrismo)?*; con base en esta definición, el egocentrismo sería la característica individual de consciencia y conocimiento.

Se trata de dos modos diferentes de estudiar la cosa y para cada uno de ellos es lícito abrir una vía de investigación como, precisamente, hizo Piaget. Por su parte Vygotski privilegia el primero y casi no toma en consideración la segunda forma de entender el egocentrismo y es precisamente sustentándose en estas consideraciones que desarrolla las dos nociones diferentes de:

- *Lenguaje externo* (con función de comunicación y por lo tanto destinado a otra persona a la que se desea hacer entender).
- *Lenguaje interior* (con función diferente a la de comunicación y perceptible únicamente por nosotros).

El discurso egocéntrico no sería otra cosa más que una forma de *discurso interno*. Ahora bien, el discurso que cada uno dirige a sí mismo tiene un papel fundamental en la organización de las propias acciones, incluso intelectuales, especialmente en casos de dificultad:

“No es en circunstancias cualesquiera que un individuo acompaña su acción con actividades lingüísticas, sino más bien cuando tiene necesidad de planificar y de controlar una sucesión de acciones no plenamente dominadas. Una actividad automatizada no se acompaña ni siquiera por palabras, aunque sea en voz baja: los niños que, a los nueve años han comprendido perfectamente cómo se calcula un estado inicial conociendo el estado final y la transformación, en efecto, no hablan. Aquellos para los cuales eso es aún un problema son mucha más prolijos.” [Vergnaud, 1990, p. 159]

Esta mención de Vergnaud a la posición de Vygotski, pero en el ámbito matemático, nos regresa a la cuestión inicial...

5. ¿Y LAS MATEMÁTICAS?

Reiniciamos desde el apartado 3. Es obvio que el maestro de matemáticas que, en el aula habla de su disciplina, usa con tal objetivo mucho más que un lenguaje; la complejidad de la problemática relativa a los múltiples lenguajes que entran en juego es enorme y aquí no intentamos ni siquiera hacer mención de ello. Nos limitamos a observar solamente que se deben distinguir inmediatamente al menos dos tipos de lenguaje:

- Aquel que constituye el objeto de la comunicación, de la enseñanza, lo llamaremos: *el lenguaje de las matemáticas*: LM.

- Aquel con el cual se comunica tal objeto lo llamaremos: *el lenguaje meta*: ML.

¿En cuáles de los cuatro modos diferentes enunciados en el apartado 4 se presenta LM y en cuáles ML?

Cambiamos de tema hacia la dirección de la acción de enseñanza/aprendizaje y pasamos a la parte del sujeto que aprende:

¿qué obstáculos existen para el aprendizaje de LM? ¿Y cuáles son específicos a los modos diferentes enunciados al inicio del apartado 4? Es posible hacer una selección de obstáculos, objetiva y específica? ¿Y cuáles obstáculos existen para la aceptación, para el reconocimiento y para el uso de ML? ¿Es posible hacer una selección de obstáculos, objetiva y específica?

Los problemas que generan estas preguntas no son triviales. Nos limitaremos aquí a hacer algunas consideraciones y sobre todo a plantear otras preguntas circunstanciales a las cuales se debe dar una respuesta, quizá no unívoca, en el ámbito de discusiones guiadas, en la actividad de formación de los maestros, posiblemente recurriendo a ejemplos concretos. (De aquí en adelante no repetiremos las citas bibliográficas precedentes, en cuanto que son obvias).

Comenzamos por LM, ¿Tiene sentido decir que el lenguaje de la matemáticas es una lengua? ¿Tiene las connotaciones? ¿Es un sistema semiótico con funcionamiento propio?

En el ámbito del lenguaje de las matemáticas ¿tiene sentido distinguir formas diferentes de discurso? Pareciera que sí: unas veces se trata de formalización de reglas, otras de enunciación de axiomas, a veces se trata de pre-

sentación de definiciones, otras más de demostraciones... Pero, ¿tiene sentido considerarlas de algún modo análogas aún por definir a lo que son las formas de discurso al interior de una lengua?

En la lengua de las matemáticas, ¿existe una función de comunicación entre individuos de la misma especie? ¿Quiénes son tales individuos? ¿Los seres humanos en general? ¿Círculos restringidos de especialistas? ¿O depende del nivel, o de los argumentos?

¿Existen usos metafóricos del lenguaje de las matemáticas, como aquel planteado por Duval como ejemplo en el cuarto punto del apartado 4 (el *lenguaje de las flores*) al interior del lenguaje de la matemáticas? Cuando se dice: *el lenguaje de los números*, para entender, por ejemplo, la objetividad de los datos estadísticos, ¿éste entra o no entre los modos diferentes de entender el lenguaje de las matemáticas, o no se trata siempre de una referencia al lenguaje, entendido en general?

¿Tiene sentido formular las mismas preguntas para aquel segmento específico de la lengua que es ML? ¿Es verdad o no que ML coincide con la lengua común? Evitamos entrar en detalles aquí, haciendo referencia a (Laborde, 1982; Laborde, 1995-, Maier, 1989; D'Amore, 1993) que, de alguna manera, ya han tratado este argumento.

Y ahora pasemos al otro polo del proceso de enseñanza/aprendizaje y veamos el segundo grupo de preguntas, a las cuales responderemos sólo promoviendo la discusión con ulteriores preguntas específicas.

Que los estudiantes se fatiguen o tengan dificultades en el aprendizaje del lenguaje de las matemáticas está a la vista de todos y muchos autores ya han evidenciado varios tipos

de obstáculos de este aprendizaje. Pero ahora, nosotros nos preguntamos si estos obstáculos son relativos al modo-lengua, al modo-forma de discurso, al modo-comunicación o al modo-código (admitiendo que existan los cuatro).

Por ejemplo, ¿poseionarse del sistema semiótico de la lengua de las matemáticas es, en realidad, más complejo que poseionarse del sistema semiótico de una lengua natural? O ¿no será que en las lenguas habladas se admiten algunos errores sintácticos, con el fin de salvaguardar la eficacia de la semántica del mensaje? ¿No será que contemporáneamente en el LM interactúan de manera ininterrumpida y sin descontar sintaxis, semántica y pragmática, muy entrelazadas entre ellas?

Por ejemplo, ¿cuáles son las expectativas y las reacciones, por así decir lingüísticas, a las varias formas del discurso? Sobre este punto ha trabajado mucho (Duval, 1995; 1996a; 1996b; 1996c; 1996d).

Si vale la función de comunicación, ¿el estudiante se apropia, la hace suya, la usa? ¿Y logra hacerlo en modo espontáneo, o sólo está buscando respetar cláusulas del contrato didáctico?

Queda el complejo discurso de los códigos; preliminar a cada pregunta relativa al proceso de aprendizaje, es la respuesta a la pregunta precedente, es decir, si existen usos metafóricos del LM.

Mucho más interesante es la cuestión sobre ML vista por parte del estudiante.

Para el estudiante es obvio que el ML de alguna manera se asemeja a su lengua natural; pero sabemos que él lo ve con desconfianza

y sospecha y, si es posible, tiende a no usarlo aun cuando podría hacerlo (D'Amore et al., 1994). Los motivos de esto son múltiples y ligados a varios factores: cláusulas del contrato didáctico, imagen de las matemáticas y del propio quehacer matemático.

Sobre las dificultades que tiene el estudiante de hacer uso de la misma lengua natural para formas diferentes de discurso cuando habla de matemáticas (en ML), se ha dicho y se ha escrito muchísimo. Hay quien propone una mayor toma de conciencia de esta actividad, de manera explícita, transformándola en una verdadera y propia actividad didáctica (Duval, 1996c).

Sobre cómo se comunican los estudiantes entre sí sus argumentos de matemáticas se han hecho varias investigaciones, Por ejemplo, véanse (Margolin, 1993; D'Amore et al., 1997).

Sobre el cuarto modo hay siempre sutiles dificultades de comprensión: ¿los alumnos en tienden qué significa *metáfora* en el lenguaje que se usa cuando se habla de matemáticas? Más en general, ¿saben qué es una *metáfora*? ¿No se requiere de una cierta confianza con una lengua, antes de lanzarse con las metáforas? Pero cuando el argumento es matemático, ¿por qué se desvanece la confianza con la lengua?

Las preguntas precedentes podrían tener muchas y variadas respuestas, basadas tanto en las expectativas de los maestros y de los futuros maestros, como en la práctica didáctica en el momento de la formación inicial de quien sigue sus prácticas. Veamos, a este propósito, una interacción entre docentes universitarios empeñados en investigaciones sobre estas cuestiones y maestros de matemáticas con muchos años de práctica, con el objetivo de formar a los futuros maestros.

Queda al menos otro punto que a nuestro parecer es de extrema importancia; tiene que ver con la especificidad del lenguaje interior, especialmente (como justamente sugiere Vergnaud) en casos de dificultad de ejecución de una tarea de *problem solving*. Con base en nuestras distinciones precedentes, se necesitaría aquí abrir un punto que nos parece inexplorado, distinguiendo, en el ámbito del lenguaje interior, aquel que tiene que ver con LM de aquel que tiene que ver con ML. ¿Es la misma cosa? ¿Se trata, como parece, de cuestiones extremadamente diferentes? ¿Para cuáles y con qué especificidad? ¿Cómo se necesita escuchar el “bisbiglio externo” (lenguaje no intencionalmente comunicativo) del sujeto que tiene dificultades para saber si nos dice algo sobre el proceso o algo sobre el lenguaje del proceso? Aquí se abre un capítulo inmenso, el de la metacomunicación, que ni siquiera soñamos afrontar; sin em-

bargo, si se requiere consultar un poco de bibliografía, se puede ver (D'Amore et al., 1997b).

A nuestro parecer estas preguntas abren espirales de reflexión en lo que concierne a la preparación teórica no disciplinaria de los maestros de matemáticas, pero también campos de investigación necesarios para conocer mejor los procesos de aprendizaje de nuestra disciplina. Dado que en investigaciones de este tipo nos parece fundamental la contribución de docentes en el campo, he aquí que el afrontar este género de estudios en los cursos de formación podría llevar a difundir estas problemáticas y, en los casos en los que algunos de estos maestros desearan después colaborar como maestros investigadores con los NRD en la investigación en didáctica, a crear las necesarias atenciones y sensibilidades.

BIBLIOGRAFÍA

Arzarello, F. (1983). *Matemática e lingüística*, Milano: Angeli.

Arzarello, F. (1987). Le strutture linguistiche di un testo matematico. En: D'Arnore, B. (Ed.), *La matematica e la sua didattica, Memorias del 1 Congreso Nacional "Incontri con la Matematica"*, Castel San Pietro Terme 6-8 noviembre 1987, 9- 1 S. Roma: Armando.

Brousseau, G. (1988). Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège. *Petit x*, 21, 47-68.

Brousseau, G. (1989). *La tour de Babel. Études en didactiques des mathématiques*, 2, Irem de Bordeaux.

Brown, SI, Cooney, T.J. & Jones, D. (1990). Mathematics teacher education. En: Houston, W.R. (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 639-656). Nueva York, EE. UU.: Macmillan.

- D'Amore, B. (1993). Esporre la matematica appresa: un problema didattico e linguistico, *La Matematica e la sua didattica*, 3, 289-301.
- D'Amore, B. & Maier, H. (1998). *Pupils writing as an instrument of individual assessment*, Manuscrito presentado para su publicación.
- D'Amore, B. & Frabboni, E. (1995). *Didattica generale e didattiche disciplinari*. Milano, Italia: Angeli.
- D'Amore, B. & Giovannoni, L. (1997). Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico, *La Matematica e la sua didattica*, 4, 360-399.
- D'Amore B., & Martini B. (1997a). Contratto didattico, modelli mentali e modelli intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard, *La Matematica e la sua didattica*, 1, 2, 150-175.
- D'Amore B., & Martini B. (1997b). Perché si parla ancora tanto di metacognizione?. En: D'Amore, B. & Pellegrino, C. (Eds.), *Convegno per i sessantacinque anni di Francesco Speranza, Memorias del Congreso Homónimo* (pp. 34-39). Bologna, Italia. 11 de octubre, 1997.
- D'Amore B., & Martini B. (1997c). Il contesto naturale. Influenza della lingua naturale nelle risposte a test di matematica. En *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. Manuscrito presentado para su publicación.
- D'Amore, B. & Sandri, P. (1994). Everyday language and 'external' models in an didactic situation. En: N. A. Malara and L. Rico, *Proceedings of the First Italian-Spanish Research Symposium in Mathematical Education* (pp. 115-122). Modena, Italia. 15-19, February 1994.
- D'Amore, B. & Sandri, P. (1996). Fa' finta di essere ... Indagine sull'uso della lingua comune in contesto matematico nella scuola media, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 19A, 3, 223-246.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (1996a). Struttura del ragionamento deduttivo e apprendimento della dimostrazione, *La Matematica e la sua didattica*, 4, 370-393.
- Duval, R. (1996b). Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva?, *La Matematica e la sua didattica*, 2, 130-152.
- Duval, R. (1996c). Quale cognitivo per la didattica della matematica?, *La Matematica e la sua didattica*, 3, 250-269.

Duval, R. (1996d). Il punto decisivo nell 'apprendimento della matematica: la conversione e l'articolazione delle rappresentazioni. En: D'Arnore, B., *Convegno del decennale, Atti del X Congresso Nacional Incontri con la Matematica* (pp. 11-26). Castel San Pietro Terme 15-17 novembre, 1996. Bologna, Italia: Pitagora.

Duval, R. (1996-1997). *Notas preliminares no publicadas del curso dado en el IUFM de Gravelines*.

Feiman-Nemser, S. (1983). Learning to teach. En: Shulman, L. & Sykes, G. (Eds.), *Handbook of leaching and policv* (pp. 150-170). Nueva York, EE, UU.: Longman.

Laborde, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement des mathématiques*, Thèse, Grenoble: Université J. Fourier.

Laborde, C. (1995). Occorre apprendere a leggere e scrivere in matematica?, *La Matematica e la sua didattica*, 2, 121-135.

Lappan, G. & Even, R. (1989). *Learning lo teach: Constructing meaningful understanding of mathematical content*. Draft paper 89-3. East Lansing, MI: NCRTE, Michigan State University,

Lappan, G., Fitzgerald, W., Phillips, E., Winter, M.J., Lanier, P., Madsen-Nason, N., Even, R., Lee, B., Smith, J. & Weinberg, D. (1988). *The midle grades mathematics project: Good mathematics, taught well*, East Lansing, MI: Michigan State University.

Lappan, G. & Theule-Lubienski, S. (1992). Training teachers or educating professionals? What are the issues and how are they being resolved?, *Selected Lectures from the 7th ICME* (pp. 249-261). Québec, Canadá.

Maier, H. (1989). Conflit entre langue mathématique et langue quotidienne pour les élèves, *Cahiers de didactique des mathématiques*, 3, 86-118.

Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématique*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Reston, VA.

Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching, *Journal of Curriculum Studies*, 19, 317-328.

Peterson, P., Fennema, E., Carpenter, T. & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics, *Cognition and Instruction*, 6 (1), 1-40.

Piaget, J. (1923). *Le langage et la pensée chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.

Schneuwly, B., & Bronckart, J.P. (1985). *Vygotski aujourd'hui*. Neuchâtel - Paris, Francia: Delachaux et Niestlé.

Schram, P. & Wilcox, S. (1988). Changing preservice teachers' conceptions; of mathematics learning. En: Behr, M., LaCampagne, C. & Montague-Wheeler (Eds.), *Proceedings of the Tenth Annual Meeting of the PME, North American Chapter* (pp. 349-355). DeKalb, IL: Northern University.

Schweiger, F. (1992). Mathematics is a language, *Selected Lectures from the 7th ICME*, (pp. 297-309). Québec, Canadá.

Thompson, A.G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice, *Educational Studies in Mathematics*, 15 (2), 105-127.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10/2.3, 133-170.

Von Glaserfeld, E. (1992). Theories of Learning Mathematics, *WG4, Proceedings of the ICME 7* (pp. 120-127) Québec, Canadá.

Watzlawick, P., Beavin, J.H. & Jackson, D.D. (1967). *Pragmatic of the human communication*. New York, EE. UU.: W.W. Norton & Company.