Natália Aparecida Valentim Santos, Douglas Daniel,
Elaine Jeremias Pereira Costardi, Everaldo Gomes Leandro

O PENSAMENTO ALGÉBRICO DE SURDOS EM TEMPOS DE PAN-ESCOLA: DESAFIOS E POSSIBILIDADES

The algebraic thinking of the deaf in pan-school times: challenges and possibilities

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo investigar el pensamiento algebraico de estudiantes sordos en el contexto en el que emerge una pan-escuela y se encuentra en un proceso, aún incierto, de cambio. La investigación se caracterizó por ser de tipo estudio de caso cualitativo y para investigar el pensamiento algebraico, se analizaron las producciones y diálogos de los estudiantes construidos durante las reuniones a partir de propuestas creadas a partir de un juego digital y tareas investigativas. Los resultados encontrados mostraron desafíos y posibilidades al buscar desarrollar y comprender el pensamiento algebraico de personas sordas en una propuesta de enseñanza remota. Se concluyó que existe la posibilidad de desarrollar el pensamiento algebraico de las personas sordas en el contexto de una escuela en la pandemia, pero que la creación de materiales y tareas por sí solas no es suficiente, y el trabajo colectivo, el diálogo y los momentos sincrónicos fueron la base para que esto ocurra.

PALABRAS CLAVE:

- *Educación Matemática*
- *Pensamiento Algebraico para Sordos*
- *Pandemia*
- *Enseñanza a Distancia*
- *Pan-escuela*

ABSTRACT

This research aimed to investigate the algebraic thinking of deaf students in the context of a pan-school that is emerging and undergoing a process of change, which is still uncertain. The research was characterized as a qualitative case study and, in order to investigate algebraic thinking, the students' productions and the dialogues constructed during the meetings were analyzed based on proposals created based on a digital game and investigative tasks. The results found showed challenges and possibilities when seeking to develop and understand the algebraic thinking of deaf students in a

KEY WORDS:

- *Mathematics Education*
- *Algebraic Thinking for the Deaf*
- *Pandemic*
- *Remote Teaching*
- *Pan-school*

Santos, N. A. V., Daniel, D., Costardi, E. J. P., Leandro, E. G. (2024). O pensamento algébrico de surdos em tempos de pan-escola: desafios e possibilidades. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 27*(2), 205-236. https://doi.org/10.12802/relime.24.2723. Recepción: Mayo 29, 2024 / Aceptación: Febrero 12, 2025.

remote teaching proposal. It was concluded that there is a possibility of developing the algebraic thinking of deaf students in the context of a pan-school, but that the creation of materials and tasks alone is not enough, and collective work, dialogue and synchronous moments were the basis for this to occur.

RESUMO

A presente pesquisa objetivou investigar o pensamento algébrico de estudantes surdos no contexto em que uma pan-escola surge e está em um processo, ainda incerto, de mudança. A pesquisa se caracterizou como qualitativa do tipo estudo de caso e para investigar o pensamento algébrico, analisou-se as produções dos estudantes e os diálogos construídos durante os encontros a partir de propostas criadas com base em um jogo digital e em tarefas investigativas. Os resultados encontrados mostraram desafios e possibilidades ao buscar desenvolver e compreender o pensamento algébrico de surdos em uma proposta de ensino remoto. Concluiu-se que há a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico de surdos no contexto de uma pan-escola, mas que a criação de materiais e tarefas por si só não basta, sendo que o trabalho coletivo, o diálogo e os momentos síncronos foram a base para que isso ocorresse.[1]

PALAVRAS CHAVE:

- *Educação Matemática*
- *Pensamento Algébrico de Surdos*
- *Pandemia*
- *Ensino Remoto*
- *Pan-escola*

RÉSUMÉ

La présente recherche visait à étudier la pensée algébrique des élèves sourds dans le contexte dans lequel une pan-école émerge et est dans un processus, encore incertain, de changement. La recherche a été caractérisée comme un type d'étude de cas qualitative et pour enquêter sur la pensée algébrique, les productions des étudiants et les dialogues construits au cours des réunions ont été analysés sur la base de propositions créées à partir d'un jeu numérique et de tâches d'investigation. Les résultats trouvés ont montré des défis et des possibilités lorsqu'on cherche à développer et à comprendre la pensée algébrique des personnes sourdes dans une proposition d'enseignement à distance. Il a été conclu qu'il existe une possibilité de développer la pensée algébrique des personnes sourdes dans le contexte d'une école pan-scolaire, mais que la création de matériels et de tâches à elle seule ne suffit pas, et que le travail collectif, le dialogue et les moments synchrones constituent la base de ce projet. que cela se produise.

MOTS CLÉS:

- *Enseignement des mathématiques*
- *Pensée algébrique pour les sourds*
- *Pandémie*
- *Enseignement à distance*
- *Pan-école*

[1] Pesquisa Aprovada pelo Comitê de Ética - CAAE n.º 47818021.7.0000.5473. Parecer: 4.881.129. Pesquisa financiada pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) - Campus Registro.

1. O surgimento de uma pan-escola, as aulas de matemática e a preocupação com a aprendizagem de estudantes surdos

> “Haverá um amanhã que anuncie uma pan-escola?” (Miguel & Vianna, 2020, p. 19)

Esse amanhã chegou para nós[2]. Nós, que somos professores, futura professora e intérprete de uma instituição pública federal situada no estado de São Paulo.

Quando os professores Antônio Miguel e Carlos Vianna nos questionaram se haverá esse amanhã, nós já o estávamos vivenciando desde março de 2020. Esta escola já não está no futuro, mas é o contexto ao qual nós trabalhamos todos os dias. Entre a crítica assertiva sobre se há “ensino” de forma remota (Saviani & Galvão, 2021) e às discussões sobre se o que estamos fazendo é Ensino Remoto, Ensino Remoto Emergencial (ERE) ou Educação a Distância (EaD) (Branco & Neves, 2020), nós estávamos produzindo materiais, atualizando ambientes virtuais e refletindo sobre práticas que agora não mais faziam sentido em um contexto de distanciamento social e em um mundo onde o contato com os estudantes é mediado pela tela de um celular ou de um computador.

Nesse cenário, nós, pan-educadores, nos vimos diante da necessidade de formação para lidar com as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), assumimos papéis que, em propostas de EaD, são atribuições de diferentes profissionais – tutores, professores conteudistas, técnicos, etc. – e gerimos crises emocionais e materiais de nossos estudantes.

Nesse contexto, as desigualdades se aprofundaram no campo educacional (Lima & Souza, 2020) e as pessoas com deficiência, em particular, se viram em uma pan-escola que, além de tentar resolver todos os desafios que surgiram, precisava garantir a sua inclusão. Porém, concordamos que a pandemia somente evidenciou “problemas graves já existentes na educação e na sociedade, ressaltando como as pessoas com deficiências têm sido frequentemente excluídas” (Nunes et al., p.46).

Em 2021 ingressaram em nossa instituição, no primeiro ano do Ensino Médio, três estudantes surdos. Diante de todo esse contexto, não queríamos que as aulas de matemática se tornassem um fator que reafirmasse e aprofundasse essa exclusão. Começamos a refletir sobre os processos de ensino e de aprendizagem de matemática desses estudantes em uma pan-escola e algumas inquietações

[2] O texto desta pesquisa está na primeira pessoa do plural para indicar que a investigação foi desenvolvida de maneira colaborativa e o texto construído por diversas mãos.

iniciais surgiram: Como ensinar e aprender matemática para estes estudantes em tempos de pandemia? Como possibilitar o desenvolvimento de um dos tipos de pensamento mais complexos, o pensamento algébrico, objeto de estudo central no primeiro ano do Ensino Médio?

Tentamos compreender melhor essas perguntas. Identificamos que os estudantes necessitavam aprender conceitos "antecedentes", no currículo, ao desenvolvimento de um pensamento algébrico, conceitos relacionados ao campo da aritmética.

Assim, reelaboramos a proposta da disciplina para responder a essa demanda, mas sabíamos que um trabalho concomitante à disciplina poderia ser feito, por entendermos, assim como Souza (2004), que a aritmética não precede a álgebra, mesmo porque há na aritmética um carácter potencialmente algébrico (Mestre & Oliveira, 2012). Buscamos assim, por meio de uma pesquisa, organizar outros momentos que possibilitassem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

Destas constatações e destes entendimentos surge esta pesquisa. Objetivamos investigar o pensamento algébrico de estudantes surdos no contexto em que uma pan-escola surge e está em um processo, ainda incerto, de mudança. Para alcançar o objetivo traçado, procuramos responder a seguinte questão de pesquisa: Que desafios e possibilidades existem em busca do desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes surdos do primeiro ano de um curso técnico integrado ao Ensino Médio?

Com essa pergunta como sul, estruturamos esse texto nas quatro partes a seguir: (i) O pensamento algébrico de surdos: relações entre pensamento e linguagem; (ii) Delimitando caminhos metodológicos da pesquisa; (iii) Desafios e possibilidades: práticas que auxiliam no desenvolvimento e na compreensão do pensamento algébrico de surdos; (iv) Algumas considerações.

2. O pensamento algébrico de surdos: relações entre pensamento e linguagem

> Pode-se dizer que o domínio de uma língua estrangeira eleva tanto a língua materna da criança a um nível superior quanto o domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos. (Vigotski, 2001, p. 265)

Pesquisar o pensamento de uma pessoa tem seus desafios, assim como Vigotski já nos mostrou em suas pesquisas. O pensamento que é mediado e expresso pela linguagem faz com que as pessoas possam compreender o que se passa no mundo interior dos outros. Para Vigotski (2001), por exemplo, esse processo de externalização do pensamento está no que ele chama de campo do "pensamento verbalizado". Esse campo "não esgota todas as formas de pensamento nem de linguagem. Há uma vasta área do pensamento que não mantém relação direta com o pensamento verbal" (Vigotski, 2001, p. 139). Por sua vez, as estruturas da linguagem que o sujeito domina tornam-se estruturas básicas para o pensamento na visão de Vigotski (2001), há assim uma retroalimentação quando o desenvolvimento do pensamento e das linguagens interior e exterior do indivíduo ocorrem.

No vasto campo de estudo sobre pensamento e linguagem, há ainda quem acrescente à palavra pensamento um complemento, é o caso dos estudos em Educação Matemática que investigam o pensamento denominado de "algébrico". Conceitualmente, esse tipo de pensamento é entendido de maneiras distintas pelos pesquisadores (Almeida & Santos, 2017).

O pensamento algébrico surge na medida em que os seres humanos percebem padrões, estabelecem relações entre as coisas e percebem a fluência e impermanência das coisas, como quando um aluno, no primeiro ano do Ensino Médio é apresentado ao conceito de função - algo está em função de outro, algo muda quando outra coisa se modifica. A partir do entendimento de tais relações, o pensamento algébrico se desenvolve como uma atividade exclusivamente humana e as generalizações vão sendo estabelecidas por meio de diferentes linguagens (Kaput, 2008).

Pensar algebricamente liberta o sujeito das limitações existentes das operações estáticas com os números. Para Radford (2011), por exemplo, o pensamento algébrico está relacionado às quantidades indeterminadas e seu tratamento se dá como se fossem conhecidas. As operações da aritmética feitas com valores conhecidos são generalizadas na álgebra ao realizarmos as operações com valores desconhecidos como se fossem conhecidos. Van de Walle (2009) complementa essa ideia ao afirmar que:

> O Pensamento algébrico ou Raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função. (p. 287)

Cabe chamar atenção que a utilização de um sistema de símbolos faz parte do longo processo de desenvolvimento do pensamento algébrico e, mais especificamente, de expressão desse pensamento. Porém, "o foco atual do ensino de álgebra está no tipo de pensamento e raciocínio que prepara os alunos a pensar matematicamente em todas as áreas da Matemática" (Van de Walle, 2009, p. 287). Isso quer dizer que há uma fronteira entre o desenvolver o pensamento algébrico e utilizar com competência os simbolismos e o utilizar um simbolismo algébrico sem compreensão.

O simbolismo matemático da álgebra objetiva, nessa perspectiva, uma forma de expressão do pensamento para outros sujeitos e para si mesmo. O simbolismo auxilia a organizar o pensamento, ajuda a compreender melhor, a analisar com mais cuidado as ideias e generalizações desenvolvidas pelos sujeitos. Souza (2004), ao compreender o simbolismo em um viés histórico, argumenta que:

> Na gestação do simbolismo, o conteúdo do pensamento não é a simbologia em si, mas sim, a escrita de movimentos que se apresentam na realidade das civilizações. Por esse motivo, o conteúdo é humano, embora sua simbologia esteja muito distante do humano, do movimento que se quer descrever. (p. 102)

Dessa maneira, não se pode limitar a álgebra ao seu simbolismo atual; ao fim de um processo histórico que culminou no desenvolvimento lógico dos conceitos algébricos. Aprender álgebra pressupõe pensar algebricamente (Ponte et al., 2009) e os simbolismos, sejam quais forem, são os instrumentos necessários para apoiar e comunicar o pensamento algébrico (Godino & Font, 2003).

A questão do simbolismo é importante para nós dado que esta pesquisa tem como participantes estudantes surdos. Para eles, simbolizar ao fazer matemática pressupõe a utilização de recursos visuais e motores. O pensamento algébrico de surdos se expressa por meio desses recursos. Essa característica faz com que a compreensão sobre como esses sujeitos pensam algebricamente se complexifique para nós, pesquisadores ouvintes.

Para Fernandes e Healy (2013, p. 353) "as línguas de sinais, consideradas as línguas naturais dos surdos, utilizam tanto recursos visuais como motores, ao passo que nas línguas orais predomina o sistema sensorial". Mesmo nas tarefas em que se pede para que o aluno surdo registre por escrito, a compreensão sobre as resoluções pode necessitar de uma explicação por meio da língua de sinais.

Quanto mais a pessoa surda desenvolve o pensamento algébrico, maior a chance de utilizar e entender um tipo de linguagem formal. No entanto, estudantes surdos podem desenvolver um tipo de pensamento algébrico em que uma linguagem matemática formal não esteja presente, dado que utilizam as línguas de sinais como língua materna e, algumas vezes, os símbolos matemáticos formalizados não têm uma tradução nessas línguas ou não são conhecidos pelos estudantes.

O desafio consiste em desenvolver o pensamento ao mesmo tempo em que se desenvolve a compreensão dos simbolismos matemáticos presentes nos objetos algébricos como sequências, funções, equações e inequações. Construir sentidos para os símbolos é primordial ao desenvolvimento do pensamento algébrico, não somente para estudantes surdos, mas para todos.

Blanton e Kaput (2005) salientam que o pensamento algébrico é o processo em que alunos generalizam ideias matemáticas, estabelecem essas generalizações através da argumentação e expressam essas generalizações de forma gradual por meio de uma maneira simbólica de acordo com sua idade. Concordamos com os autores e complementamos que a idade não é o único fator para expressar as generalizações por meio de simbolismos. Um outro fator é a maneira como o pensamento se expressa por meio de diferentes linguagens e línguas[3].

As pesquisas de Fernandes e Healy (2013; 2016) já nos indicaram que o pensamento algébrico de surdos se expressa de maneiras próprias. Um exemplo é como quando as autoras percebem que uma estudante surda compreende o conceito de variável e, ao expressar seu entendimento, faz o sinal em Libras da palavra "segredo", dando a entender que variável é um número segredo (Fernandes & Healy, 2016).

Nesse sentido, os simbolismos se modificam a partir da linguagem e da língua que se utiliza. O pensamento algébrico é um tipo de reflexão e ação cultural (Radford, 2011) e a estrutura de linguagem que o sujeito domina influenciará e moldará a forma de se expressar algebricamente com seus simbolismos próprios.

Fiorentini et al. (2005), por exemplo, entendem que o desenvolvimento do pensamento algébrico passa por três fases: (i) fase pré-algébrica; (ii) fase de transição e; (iii) pensamento algébrico mais desenvolvido. Entendemos que o simbolismo aparece nas três fases, mas as compreensões sobre eles são distintas dependendo da fase em que o estudante se encontra. Na fase pré-algébrica, por exemplo, Fiorentini et al. (2005) argumentam que se utiliza algum símbolo alfanumérico, mas não é entendido como número generalizado. Na fase de transição o aluno aceita que o simbolismo, ao ser utilizado, representa um número qualquer e faz algumas generalizações. Por fim, na fase de um pensamento algébrico desenvolvido o estudante se expressa genericamente, entende o conceito de variável, se expressa por escrito e opera com os simbolismos.

[3] O termo linguagem é usado nesta pesquisa de forma ampliada como maneira de interação social entre as pessoas (Bakhtin, 1997; 2006; Geraldi, 1984). O termo língua é utilizado quando se retende referir a um conjunto específico de elementos verbais e não verbais: a esse fenômeno social e historicamente desenvolvido que possibilita a comunicação, como é o caso da Libras.

As compreensões teóricas sobre pensamento algébrico sugerem um caráter ampliado de entendimento que não só se limita ao simbolismo. Essa compreensão ampliada encontramos na pesquisa de Radford (2010a) na medida em que entende que o pensamento algébrico se caracteriza por três elementos: a indeterminação, a denotação e a analiticidade. Os simbolismos ou o sistema semiótico utilizado estão relacionados ao que Radford (2010a) chama de denotação. Para Fernandes e Healy (2016) a denotação se refere ao uso de um sistema semiótico adequado que apoia as outras duas características, a indeterminação e a analiticidade. Porém a denotação não envolve somente o uso de padrões alfanuméricos, sendo que o pensamento pode ser denotado por meio de gestos, sinais não convencionais ou uma mistura deles (Radford, 2014). Os(as) outros(as) dois(duas) elementos / características se relacionam a um sentimento de indeterminação e a uma forma de agir analiticamente com objetos indeterminados (Fernandes & Healy, 2013).

Os três elementos característicos do pensamento algébrico apresentados por Radford (2010a; 2014) aparecem e reaparecem quando os estudantes realizam tarefas e dialogam sobre os conceitos da álgebra. Isso só acontece quando os estudantes estão em uma zona, denominada por Radford (2010b), de *zone of emergence of algebraic thinking* (zona de emergência do pensamento algébrico). Nessa zona os estudantes têm a possibilidade de pensar algebricamente e desenvolver o sentimento de indeterminação, a forma de agir analiticamente e a maneira de se expressar denotativamente.

Nesta pesquisa nos apoiamos teoricamente nas discussões trazidas ao longo desse tópico, entendendo o pensamento algébrico de maneira ampla e que não se limita somente à utilização dos simbolismos, em especial de simbolismos alfanuméricos. Buscamos criar momentos de diálogo com os estudantes surdos em que essa zona, não física, de emergência do pensamento algébrico pudesse ocorrer em um contexto de distanciamento social e de pan-escola. No tópico a seguir discorremos sobre o percurso metodológico da pesquisa e os caminhos escolhidos para alcançar o objetivo traçado inicialmente.

3. Delimitando caminhos metodológicos da pesquisa

Para investigar o pensamento algébrico de estudantes surdos no contexto em que uma pan-escola surge e está em um processo, ainda incerto, de mudança, tínhamos em nossa frente características materiais que moldaram algumas das escolhas feitas para o desenvolvimento desta pesquisa.

A principal característica é a própria pandemia e suas influências no campo educacional. Nossa instituição parou em março de 2020 e precisamos de quatro meses para nos reestruturarmos para o retorno às aulas. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu ao longo de 2021 e nesse período já contávamos com um ambiente virtual (Moodle) organizado para as aulas de matemática, contávamos com a intérprete que nos acompanhava nas aulas síncronas e dispúnhamos da tradução para Libras dos materiais desenvolvidos pelo professor de matemática da turma e disponibilizados no YouTube[4].

A instituição também ofertou computadores aos estudantes que precisavam e a pesquisa se iniciou nesse contexto. As aulas com a turma inteira se deram de forma assíncrona. Ou seja, todos os estudantes da classe tinham a mesma aula, porém avaliamos que os estudantes surdos necessitavam de tempos extras de forma síncrona para discussão das temáticas das aulas planejadas para todos. Os materiais utilizados nas aulas foram pensados para os estudantes surdos e ouvintes, mas o tempo de desenvolvimento da aula era diferente para os estudantes ouvintes e os estudantes surdos. Decidimos por tempos de aula distintos devido à avaliação diagnóstica realizada no começo do ano e à dinâmica própria das aulas síncronas[5]. Somente os estudantes surdos constituíram nossos sujeitos de pesquisa dado o objetivo posto.

Para alcançar o objetivo traçado, a investigação se delimitou como qualitativa do tipo estudo de caso (Lüdke & André, 1986). O caso definido para investigação está relacionado ao ensino e à aprendizagem de surdos no contexto específico da Pandemia. Os sujeitos da investigação são três estudantes surdos do Ensino Médio Técnico de um Instituto Federal. Entendemos que nossa investigação se constitui um estudo de caso também pelas seguintes características: (i) os dados foram construídos e registrados ao longo da aula do próprio professor regente - ambiente natural - e interpretados levando em conta seu contexto; (ii) buscamos uma nova descoberta em relação à temática estudada - pensamento algébrico de surdos; (iii) retratamos a realidade da forma mais profunda e ampliada que conseguimos; (iv) nos apoiamos em diversas fontes de informação sobre a temática; (v) refletimos sobre os diferentes pontos de vistas dos sujeitos que participaram da pesquisa - estudantes, intérprete, professores e bolsista de iniciação científica e; (vi) escrevemos os relatos de pesquisa de forma descritiva, a partir de uma análise situada e em profundidade, com a finalidade de que tal estudo possa auxiliar outros professores da Educação Básica e pesquisadores interessados no assunto.

[4] Link do canal: https://www.youtube.com/channel/UCwAKth9faujoMu3EowCNbkw

[5] A avaliação constatou que vários conteúdos do Ensino Fundamental não foram vistos ou aprendidos pelos estudantes surdos e, dessa maneira, a dinâmica da aula precisou ser revista para que os estudantes pudessem aprender e acompanhar o curso técnico escolhido por eles: Técnico Integrado em Mecatrônica.

Durante os encontros com os estudantes surdos prezamos pelo diálogo para compreendermos os sentidos e significados que eles tinham e estavam construindo sobre os conceitos aritméticos, geométricos e algébricos visto ao longo do ano.

Esta pesquisa construiu seus dados ao longo de cinco encontros com os estudantes ao tratar de conceitos relacionados ao campo da álgebra. Nós, os pesquisadores - professor regente, professor colaborador, intérprete e bolsista de iniciação científica - nos reunimos previamente para planejar os encontros e decidir quais características do pensamento algébrico seriam priorizadas. Durante os encontros com os estudantes, realizados pelo *GoogleMeet*, gravamos as reuniões e fizemos anotações. Depois dos encontros descrevemos o que ocorreu, indicamos o que nos surpreendeu e o que poderíamos ter feito diferente e elaboramos narrativas de aula em que refletimos sobre nossas práticas. Esse processo se repetiu após cada encontro com os estudantes.

Por sua vez, a intérprete teve papel decisivo para o desenvolvimento da pesquisa. A intérprete fez parte da pesquisa também como orientadora da bolsista, indicou textos sobre Libras e Educação Inclusiva, auxiliou nas decisões tomadas, orientou os professores sobre os materiais produzidos, pesquisou sobre os termos matemáticos que seriam tratados nas aulas, assumiu uma postura de indicar aos outros pesquisadores quando os estudantes não entendiam os conceitos e buscou explicar de diferentes maneiras os conceitos que faziam sentido para ela no momento da aula.

Os participantes da pesquisa cursavam o primeiro ano do Ensino Médio em uma instituição federal situada no Vale do Ribeira no estado de São Paulo em 2021. Nesta investigação os denominamos pelos nomes fictícios Pedro, Bruno e Ítalo. No momento da pesquisa, Bruno e Pedro tinham 16 anos, enquanto Ítalo tinha 15 anos. Bruno e Pedro residiam na mesma cidade em que se encontrava a instituição, enquanto Ítalo morava em uma cidade próxima. Os três estudantes indicaram que gostam e compreendem matemática, mas a avaliação diagnóstica constatou que os conhecimentos se limitavam às três operações da aritmética - adição, subtração e multiplicação. Outros conteúdos do Ensino Fundamental (divisão, geometria, fração, conjuntos numéricos, potenciação, sequências, equações etc) não dominavam ou nunca tinham visto. Mesmo não estudando juntos ao longo do Ensino Fundamental, os estudantes indicaram dificuldades semelhantes.

Os dados construídos e analisados a seguir partem dos resultados da avaliação diagnóstica e dos documentos internos da instituição e baseiam-se nos diálogos criados com os estudantes e aos dados documentais elaborados (tarefas desenvolvidas pelos estudantes, narrativas de aula produzidas pela bolsista de iniciação científica e fichamentos de textos teóricos estudados pelos pesquisadores). Buscamos assim criar uma análise multidimensional do caso (Lüdke & André, 1986). Para a análise dos dados decidimos não criar categorias, mas uma narrativa em que trazemos o movimento da pesquisa que possibilita uma compreensão que entendemos ser mais profunda sobre a realidade apresentada em tempos de pan-escola. Nessa narrativa, apresentamos e refletimos sobre os desafios e possibilidades surgidos nas práticas desenvolvidas.

4. Desafios e possibilidades: práticas que auxiliam no desenvolvimento e na compreensão do pensamento algébrico de surdos

Ao mostrar o movimento da pesquisa, pretendemos indicar que nossos planejamentos foram se modificando e se moldando a partir das respostas e diálogos que tínhamos dos/com os estudantes. Assumimos uma postura de refletir sobre nossas práticas e identificar pontos que precisavam ser melhorados e reelaborados. Essa dinâmica de reflexão se traduz nos três tópicos a seguir. Os tópicos são os três movimentos da pesquisa que fizemos ao longo de 2021 com o intuito de desenvolver e compreender o que chamamos de multilateralidade do pensamento algébrico. Entendemos por multilateralidade do pensamento algébrico as complexas facetas existentes deste tipo de pensamento que auxiliam a resolver diferentes tipos de problemas.

4.1. *A escolha de um jogo e a compreensão de que o pensamento algébrico é multifacetado*

Com a pandemia e o ensino remoto como contextos, questionamos, logo antes do primeiro encontro com os estudantes, como nosso diálogo com eles poderia ser iniciado? Que tarefas poderiam mediar esses encontros? Que tarefas nos ajudariam a compreender e desenvolver o pensamento algébrico de estudantes que dominam uma outra língua? Que situações potencializariam o desenvolvimento do pensamento dos estudantes ao se expressarem em Libras?

Sabíamos que os estudantes surdos estavam em níveis distintos de compreensão de leitura e de escrita em Português e de domínio da Libras. Bruno compreendia sentenças simples em português e conseguia entender parcialmente problemas matemáticos na sua forma escrita. Bruno também conseguia se expressar em Libras e compreendia a intérprete e as intervenções dos professores e da bolsista. Pedro e Ítalo não conseguiam dar sentidos às mesmas sentenças e problemas e a comunicação por meio da língua de sinais era comprometida devido ao domínio que tinham. Em um documento interno, em que foi traçado o perfil de um desses estudantes, no momento de sua entrada na instituição, foi descrito, por exemplo, que:

> considera-se o seguinte perfil do aluno: *domínio insuficiente da língua portuguesa para leitura e escrita; domínio intermediário da língua de sinais para produção e compreensão de enunciados*; pouco domínio e compreensão em relação ao uso das tecnologias em nível básico; lacunas historicamente situadas no percurso educacional que impactaram diretamente na aquisição de conhecimentos básicos atrelados aos diversos campos disciplinares. (excerto de um documento interno do projeto, marcação dos pesquisadores).

Dadas essas características dos estudantes, buscamos nesse primeiro momento planejar as aulas com materiais que privilegiassem os aspectos visuais em detrimento do texto escrito em Português. Entendíamos que as aulas de matemática poderiam auxiliar na leitura e escrita desses estudantes, mas como essa pesquisa queria compreender o pensamento e sabíamos que o pensamento desses estudantes se expressava melhor por meio da língua de sinais, optamos por esses materiais visuais nesse primeiro momento.

Concordamos que os jogos digitais poderiam ser esses materiais com aspectos visuais. Encontramos no trabalho de Viana e Barreto (2011, p. 19) a sugestão de que “é importante, então, que o professor proporcione, aos alunos surdos, ambientes de aprendizagem ricos em estimulação visual”. As autoras defendem que a pedagogia que se busca no trabalho com estudantes surdos é a Pedagogia Visual e que “os jogos e brincadeiras trazem, em sua composição, recursos visuais que chamam a atenção e podem aguçar a curiosidade” (Viana & Barreto, 2011, p. 10). Por outra mirada, concordamos que ainda as escolas ainda não consideram as possibilidades das TDIC [Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação] na educação de surdos, mesmo que existam pesquisas, como a de Stumpf (2008), que indicam que as TDIC oportunizam a comunicação com estudantes surdos e se constituem como ferramenta pedagógica para uma Pedagogia Surda.

Disto, selecionamos o jogo digital *Math Riddles*. O jogo *Math Riddles*[6] é desenvolvido em níveis (ou fases) onde, em cada um deles, é apresentado um desafio matemático de forma visual, assim o jogador deve responder corretamente o valor numérico esperado na fase indicada. Se o valor for o correto, o jogador passa para o próximo nível, caso contrário, o jogador permanece no mesmo nível até que resolva o que se pede.

---

6 Link do Jogo: https://apps.apple.com/br/app/math-riddles-and-puzzles/id1455734504

Fizemos um primeiro encontro com os estudantes para que conhecessem o jogo. Tínhamos como desafio a constituição de um espaço em que o diálogo e a escuta ocorressem. Os estudantes já estavam acostumados com esse tipo de espaço nas aulas do professor regente e já estavam à vontade para expressarem dúvidas, pois já tinham uma relação construída com a intérprete de Libras e com o professor. Porém, duas outras pessoas seriam apresentadas ao estudante, o professor colaborador e a bolsista de iniciação científica. Queríamos que esse ambiente construído não se perdesse e que os alunos ficassem à vontade para se expressarem com todos os presentes nos encontros através do *GoogleMeet*. O jogo, por suas características relacionadas à socialização, poderia nos ajudar nesse desafio de constituição de um espaço em que o diálogo ocorresse de maneira livre.

Como primeira ação, pedimos para os estudantes realizarem o *download* do jogo nos seus aparelhos e tínhamos como objetivo que eles se familiarizassem com o jogo, reconhecessem as suas regras e jogassem despretensiosamente - o jogo pelo jogo - (Grando, 2007). Na etapa do jogo pelo jogo o objetivo é que os estudantes joguem despretensiosamente e garantam a compreensão das regras (Grando, 2007). Assim, pedimos para os estudantes jogarem os dois níveis iniciais (Figura 1) para percebermos se entenderam a dinâmica do aplicativo.

(a)	(b)
4, 8, 16, ?	$2 + 2 \times 2 = ?$

Nota: (a) Nível 1 e (b) Nível 2

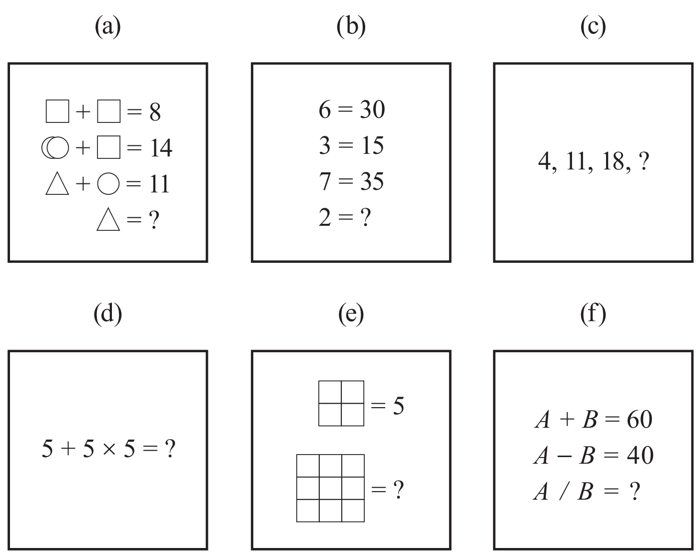
Figura 1. Níveis Iniciais do Math Riddles

Optamos por dialogar com os estudantes sempre que ultrapassavam os níveis solicitados ou surgiam dúvidas. Isso ocorreu devido às limitações das aulas síncronas com surdos. Quando os alunos abaixavam a cabeça para registrarem algo no papel, não conseguíamos chamá-los de volta e a estratégia utilizada por nós era a gesticulação com as mãos, muitas vezes ineficiente para chamar atenção dos estudantes.

Nos dois primeiros níveis apresentados na Figura 1 estão, respectivamente, um nível relacionado ao conceito de sequência numérica e outro relacionado à ordem das operações aritméticas de adição e multiplicação. O jogo faz a opção por utilizar o sinal de interrogação "?" para indicar que há um sucessor na sequência e isso não causou dúvidas aos estudantes. No nível 2, o problema é basicamente aritmético, o que nos fez pensar que em um momento posterior ao jogo pelo jogo, nossas intervenções pedagógicas verbais (Grando, 2007) precisariam de intencionalidade e atenção aos pensamentos e expressões realmente algébricos.

Mesmo que o primeiro nível (Figura 1b) possa ser entendido como uma sequência, não percebemos no diálogo com os estudantes todos os elementos que caracterizam o pensamento algébrico, como os apresentados por Radford (2010a): denotação, indeterminação e analiticidade. Há um sentimento de indeterminação ao ter que encontrar o número correspondente à "?" e uma forma de agir analiticamente para encontrar o número indeterminado (Fernandes & Healy, 2013), mas a utilização de uma denotação não ficou clara para nós, dado que o simbolismo utilizado "?" parte *a priori* do aplicativo e não é uma construção dos estudantes.

Refletimos que esse elemento também não apareceu devido às nossas próprias intencionalidades com esses dois níveis, que eram a familiarização com o jogo, reconhecimento de regras e o jogo pelo jogo. Continuamos nossas discussões e propomos os níveis seguintes, do 3 ao 8 (Figura 2), com o intuito de perceber como eles se sairiam com outros tipos de padrão.



Nota: Níveis do 3 ao 8. Nível 3 (a); Nível 4 (b); Nível 5 (c); Nível 6 (d); Nível 7 (e); e Nível 8 (f)

Figura 2. Níveis de 3 ao 8 do Math Riddles

Esses níveis nos indicaram que há diferentes conceitos tratados no jogo *Math Riddles*, como operações, padrões, sequências e sistemas de equações. Alguns desses conceitos estavam relacionados ainda à figuras geométricas. O jogo nos trazia diferentes características de abordagem do pensamento algébrico. Nesse momento estávamos preocupados com a familiarização com o jogo e em como os estudantes iriam interagir com cada nível. Por exemplo: como eles reagiriam a um problema que está relacionado com o conceito de sistemas (Níveis 3 e 8)? Ou qual seriam seus comentários sobre um problema mais relacionado à identificação de padrões (Níveis 4 e 5, por exemplo)?

Esses conceitos requerem tipos distintos de pensamento em suas resoluções e foi o que apareceu nos registros e nas falas dos estudantes. Pedro e Bruno, por exemplo, conseguiram encontrar o padrão existente no nível 4 (Figura 3) e perceberam a maneira como a indeterminação existente nesse nível se apresentava.

(a) (b)

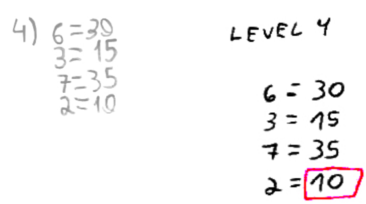


Figura 3. Resolução do Pedro (a) e Bruno (b) do nível 4

Porém, no nível 7 (Figura 2e), o padrão existente se modificou e exigia um outro tipo de pensamento. Se no nível quatro o padrão existente se relacionava com operações entre números separados pelo sinal de “igualdade”, no nível 7, o padrão estava relacionado à quantidade de quadrados presentes nas duas figuras apresentadas. No nível 7, o conceito geométrico de quadrado é uma faceta que modifica o tipo de pensamento requerido para resolver esse problema. Essa característica coaduna com a compreensão de Vigotski (2001) quando afirma que pensar algebricamente é entender qualquer operação matemática como caso particular de operações da álgebra e, no nosso caso, a compreensão do movimento de mudança da quantidade de uma figura geométrica plana[7]. Analisamos que por esse motivo, Pedro não teve dificuldades no nível 7, enquanto Bruno, por exemplo externou tal dificuldade:

[7] Vale ressaltar que a resolução do nível 7 não passa apenas pela percepção visual de uma figura, mas também pelo pensamento geométrico e compreensão das características que compõem e definem o conceito de quadrado, algo que também em nossa avaliação diagnóstica não se mostrou ser um conhecimento que os estudantes dominavam.

Intérprete[8]: *Pedro, 1 [fase] passou?*
Pedro: sim.
Intérprete: *2 [fase] passou?*
Pedro: sim.
Intérprete: *6 [fase] passou?*
Pedro: 7 não passei. Difícil. [expressão de dúvida ao falar do nível 7]
Intérprete: *O professor está perguntando. Em cima quantos têm? Tem o quadrado aqui [aponta para a primeira figura do nível 7] e tem o quadrado aqui [aponta para a segunda figura do nível 7], quantos têm em cima?*
Pedro: 4.
Intérprete: *Tem mais, 4 só não tem. Conta, conta.*
Pedro: [fica um tempo pensando e tenta resolver], passei.
Intérprete: *Bruno, passou nível 7?*
Bruno: Não, está difícil esse 7, estou pensando aqui.
Professor colaborador: *quantos quadrados têm?*
Intérprete: *Bruno, o professor está perguntando. Conta, quantos tem? Os quadrados.*
Bruno: 4.
Intérprete: *Tem mais. Conta.*
Bruno: 5. Tem um quadrado grande, então tem cinco quadrados.
Intérprete: *E o debaixo?*
Bruno: 8.
Intérprete: Tem mais. O professor está falando que tem mais.
Bruno: 12.
Intérprete: Digita 12.
Bruno: Está errado, não deu [se volta para o caderno e começa a pensar novamente].

A partir dos níveis discutidos com os estudantes nesse primeiro encontro, percebemos que o pensamento algébrico é multifacetado, que a tarefa que se escolha requer um tipo característico de pensamento, mesmo que o conceito em questão seja o mesmo, por exemplo o reconhecimento de padrões. Essa constatação reforça a afirmação de Van de Walle (2009) quando argumenta que o foco atual do ensino de álgebra está relacionado à preparação dos alunos para pensar matematicamente em todas as áreas da Matemática. Para Ponte (2009) aprender álgebra é aprender a pensar algebricamente e, no caso apresentado, os estudantes surdos precisavam de um conceito geométrico bem delimitado para conseguirem pensar algebricamente sobre o padrão apresentado pelo nível do jogo.

Diante disso, percebemos, após esse primeiro encontro, que precisávamos selecionar com maior intencionalidade os níveis para conseguirmos desenvolver com os estudantes o pensamento algébrico de forma multilateral. Assim,

[8] A transcrição foi feita de acordo com o que a intérprete dizia e assim em alguns momentos, quando ela traduzia os estudantes ou sinalizava, ela utilizava ou não artigos e conjugava ou não os verbos. Optamos por manter a fala da intérprete como foi feita nos encontros.

classificamos os níveis do jogo *Math Riddles* em cinco tipos: níveis que abordam o pensamento geométrico em suas conexões com o pensamento algébrico (Figura 4a); níveis que abordam o pensamento aritmético (Figura 4b); níveis que abordam o pensamento funcional (Figura 4c); níveis que abordam padrões e/ou sequências (Figura 4d); níveis que abordam sistemas de equações (Figura 4e).

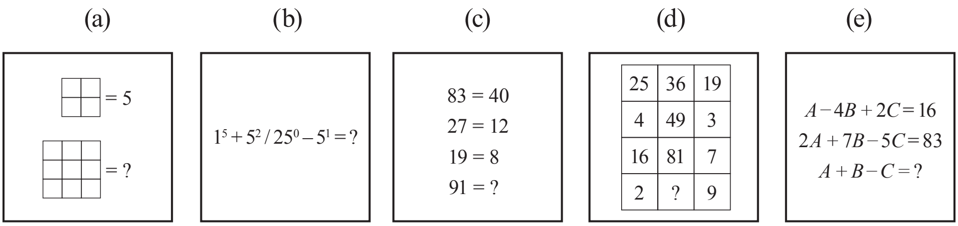


Figura 4. Classificação dos níveis do Math Riddles

Terminamos o primeiro encontro solicitando que os estudantes jogassem um pouco mais em casa e que nos próximos encontros retomaríamos alguns níveis do jogo. Intencionamos começar, no segundo encontro, uma discussão sobre padrões e sequências e então selecionamos os níveis do jogo que nos auxiliariam a discutir tais ideias com os meninos.

4.2. *A mesma fase do jogo, pensamentos distintos sobre padrões e sequências*

A escolha por continuar as discussões com os meninos no segundo encontro em relação aos padrões e sequência se deu pela influência de algumas leituras que fizemos ao longo de 2021 (Fiorentini et al., 2005; Van de Walle, 2009; Fernandes & Healy, 2016). Nessas pesquisas, percebemos que o trabalho com padrões e sequências auxiliaram no desenvolvimento das características do pensamento algébrico. Primeiramente, percebemos que o trabalho com padrões e sequências mostrou claramente como o sentimento de indeterminação aparece, como a forma de agir analiticamente ocorre e como a denotação / simbolismos foram criados e tomaram sentido para os sujeitos (Radford, 2010a). Queríamos que essas três características do pensamento algébrico fossem desenvolvidas a partir das discussões que faríamos com os estudantes.

Retomamos no segundo encontro alguns níveis iniciais do jogo, entre eles o nível 5 (Figura 2c). Como os estudantes ficaram com a tarefa de jogarem em casa e anotarem as resoluções ao longo da semana, recebemos por *WhatsApp* os registros do jogo. Os estudantes conseguiram avançar as fases e jogar com competência (Grando, 2007). Pedro e Bruno já estavam por volta da fase 17 do jogo, enquanto Ítalo estava por volta da fase 12.

No nível 5, os registros de Pedro e Bruno, por exemplo, foram os seguintes.

(a) (b)

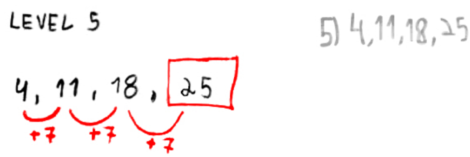


Figura 5. Resolução do Nível 5 de (a) Bruno e (b) Pedro

Inicialmente, ao analisar os registros, não percebemos dificuldades dos estudantes. Pelos registros, percebemos que Bruno coloca em vermelho o padrão identificado (+7), entende a denotação (?) utilizada pelo nível e trabalha com a indeterminação existente, além de agir analiticamente. Pedro também, apesar de não deixar explícito isso em sua resolução. Esse detalhe reafirmou nossa ideia de que, mesmo nas tarefas em que se pede para que o aluno surdo registre por escrito, a compreensão sobre as resoluções pode necessitar de uma explicação por meio da língua de sinais.

No caso do nível 5, percebemos que estava claro o conceito de sequência e a identificação de padrão. Porém, perguntamos aos estudantes sobre qual seria o 8.º termo da sequência sendo que eles sabiam somente os quatro primeiros termos. Nesse momento, a conexão com a internet de Italo caiu, enquanto Pedro e Bruno deram respostas distintas - assinaladas em verde (54) e laranja (53) - e apresentadas abaixo:

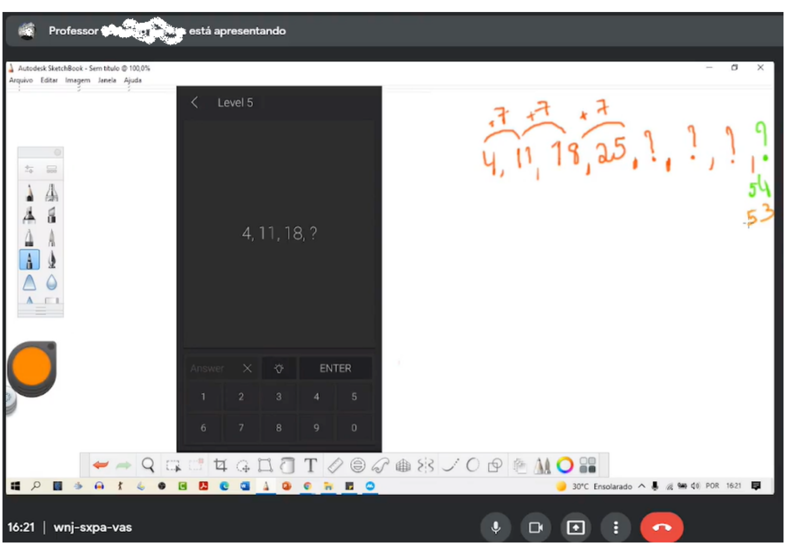
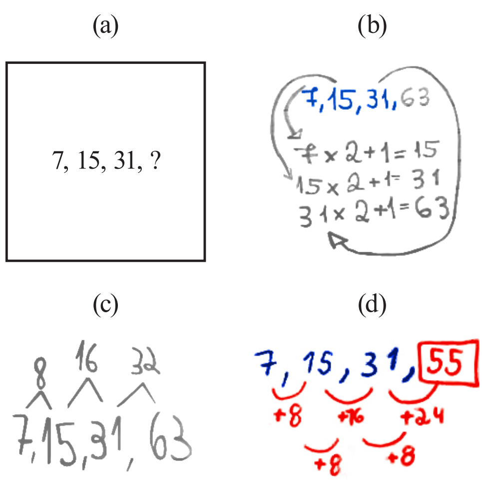


Figura 6. Tela compartilhada com os estudantes

Ao externalizarem seus pensamentos (Vigotski, 2001), percebemos que os estudantes conseguiram agir analiticamente ao fazermos essa intervenção pedagógica verbal sobre uma situação do jogo. Há também a percepção, por parte dos estudantes, da indeterminação na situação apresentada e a compreensão do simbolismo utilizado pelo professor para expressar os sucessivos termos. O que cabe chamar atenção é o fato de Pedro dizer que o 8.º termo é o número 54, enquanto Bruno afirmar ser o número 53. O erro aparece na resolução de Pedro devido a um cálculo mental equivocado, mas não pela falta de uma analiticidade ou de um pensamento algébrico sobre a questão apresentada. Em tarefas que requerem um pensamento algébrico, algumas vezes nós, professores, avaliamos erros procedimentais como sendo "incompreensão" ou "falta" de um pensamento algébrico desenvolvido. Nesse caso, não fizemos essa avaliação em relação à resposta de Pedro e ele mesmo identifica o erro de cálculo quando afirma em seguida: "Errei, errei, Bruno está certo".

Continuamos nossas discussões sobre padrão e sequência utilizando o jogo *Math Riddles* com os estudantes até o fim do segundo encontro e, ao longo do terceiro encontro, sempre retomando as fases e colocando outras situações de jogo. No início do terceiro encontro, apresentamos o nível 18 (Figura 6) do jogo com o objetivo de retomar as discussões realizadas anteriormente.



Nota: (a) Nível 18 e respostas de (b) Ítalo, (c) Pedro e (d) Bruno

Figura 7. Nível 18 do Math Riddles e resoluções

A ideia do nível 18 consistia em encontrar o próximo termo da sequência "7, 15, 31, ?" e alguns dos pensamentos que imaginamos que iriam aparecer *a priori*, considerando a_{n+1} como o termo que se quer encontrar e a_n como o termo anterior, eram:

- $a_{n+1} = a_n + a_n + 1$, ou seja, para encontrar o próximo termo somamos o anterior a ele mesmo e adicionamos uma unidade (por exemplo: $15 = 7 + 7 + 1$);
- $a_{n+1} = a_n + (a_n + 1)$, se diferenciando da primeira proposta, pois indica a adição do termo a_n com o seu sucessor (por exemplo: $15 = 7 + 8$);
- $a_{n+1} = 2a_n + 1$, ou seja, para encontrar o próximo termo é necessário multiplicar o anterior por 2 e somar 1 unidade (por exemplo: $15 = 2 \cdot 7 + 1$).[9]

Ítalo comentou durante a sua explicação que multiplicou o primeiro número por "2" e analisou que não chegou à resposta, então somou "+1" e verificou que a resposta estava correta (Figura 7b). Pedro, por sua vez, pensou em uma soma do número ao seu sucessor $a_n + (a_n + 1)$ (Figura 7c). Essas duas ideias, que imaginamos *a priori* que surgiriam, apareceram.

Com o compartilhamento das resoluções de Ítalo e Pedro, Bruno ficou com uma expressão de dúvida ao comparar sua resolução com as dos outros dois meninos. Bruno pensou em uma ideia que não deu certo (Figura 7d) se considerarmos o gabarito do jogo, mas o seu raciocínio matemático foi correto se considerarmos o conceito de Progressão Aritmética (PA) de 2.ª ordem.

Ao dialogarmos com Bruno, sugerimos que ele colocasse no *Math Riddles* sua resposta e ele percebeu que não daria certo. Ele ficou mais um tempo pensando e encaminhou o seguinte registro:

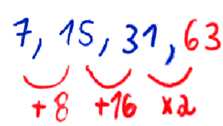


Figura 8. Nova resolução de Bruno para o nível 18

Bruno foi influenciado pelas resoluções dos seus colegas ao compartilharem as suas formas únicas de resolução, talvez por isso tentou, a força, chegar na resposta "correta" utilizando o seu pensamento algébrico próprio. Bruno nos mostrou uma maneira particular de generalizar a partir de números e operações (Van de Walle, 2009), seu raciocínio operou com uma PA de 2.ª ordem e avaliamos ser um pensamento sotisficado, mas que o jogo não considerou.

As dúvidas de Bruno persistiram, pois estava convicto de que seu raciocínio era correto. A confiança demonstrada por Bruno sobre seu pensamento e a reavaliação do caminho escolhido para a solução fez com que percebêssemos a

[9] Não esperávamos tal sistematização dos estudantes, porém para maior compreensão do leitor utilizamos essa notação para expressar pensamentos distintos.

autonomia desenvolvida diante de problemas que não só têm uma única forma de resolução como também não admitem respostas e pensamentos (Fernandes & Healy, 2013; 2016) únicos. Discutimos que os dois caminhos seriam possíveis, apesar de o jogo ter essa limitação e indicar apenas a resolução de Pedro e Ítalo. Ao fim desse terceiro encontro, Bruno refletiu e comentou:

> Bruno: [...] Tem dificuldade, dúvida, a gente troca informações, a gente vê que são jeitos diferentes, formas diferentes de pensar, fazer. Cada um tem uma forma diferente de cada um, de pensamento.

A partir do nível 18, percebemos que os estudantes agiram analiticamente de diferentes formas e perceberam as indeterminações existentes na sequência apresentada. Após o encontro nos reunimos e percebemos que a ideia de denotação poderia ser desenvolvida com os estudantes de maneira mais aprofundada. Observamos que os estudantes registravam utilizando números, talvez pela própria estrutura do jogo. Percebemos que as denotações utilizadas e os simbolismos que apareciam eram provenientes do jogo e não uma criação própria dos estudantes.

Nesse sentido, para nossos quarto e quinto encontros, refletimos que esse jogo e a forma de utilizá-lo tinham suas limitações. Dessa forma, avaliamos que as tarefas investigativas poderiam ser uma saída para aprofundarmos nossas discussões sobre o simbolismo algébrico e como ele auxilia nas generalizações e no trabalho com quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas (Radford, 2011; Van de Walle, 2009).

4.3. *Em busca do desenvolvimento da denotação por meio de tarefas investigativas*

Ao concordarmos que as estruturas da linguagem que o sujeito domina tornam-se estruturas do pensamento (Vigotski, 2001), queríamos que os estudantes identificassem e criassem estruturas próprias para pensar sobre uma indeterminação ou valores desconhecidos. No nosso caso, continuamos a discussão com a ideia de sequência e, assim, buscamos criar momentos em que os estudantes pudessem identificar termos desconhecidos da sequência, encontrar padrões e posteriormente generalizar para toda a sequência. Desejávamos que os estudantes se afastassem da dureza da ideia de número e caminhassem para um entendimento generalizado de um termo qualquer de uma sequência.

Optamos por criar uma tarefa investigativa que apresentava sequências figurais em detrimento das numéricas, como as presentes no jogo *Math Riddles*. Entre as tarefas criadas estavam:

1) Observe a sequência de bolinhas e responda o que se pede:

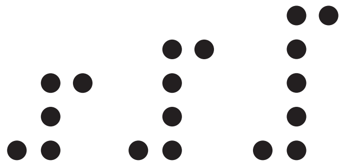


Fig 1 Fig 2 Fig 3

a) Desenhe a figura 4.

b) Sem desenhar, responda quantas bolinhas existem na figura 6.

c) Preencha a tabela a seguir com a quantidade de bolinhas de cada figura:

Figura	Quantidades de Bolinhas
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Há algum padrão entre as colunas da tabela, qual?

2) Observe a sequência de bolinhas abaixo e responda:

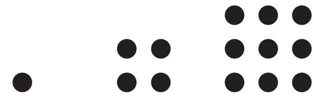


Fig 1 Fig 2 Fig 3

a) Desenhe a figura 7.

b) Sem desenhar, quantas bolinhas há na 10º figura?

c) Construa una tabela como a presente na atividade 1 (faça a tabela até a 10º figura).

d) Qual o padrão da sequência?

Figura 9. Tarefas Investigativas

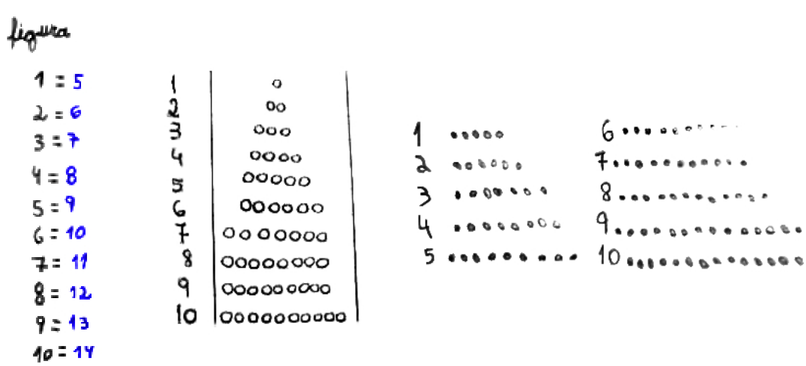
Com essas duas tarefas investigativas queríamos que os estudantes compreendessem a necessidade de uma denotação para termos grandes das sequências. Nos momentos que criamos para o diálogo com os estudantes, percebemos que nessa zona, não física, de emergência do pensamento algébrico (Radford, 2010b) tínhamos proporcionado momentos de desenvolvimento de outras características do pensamento algébrico, como a compreensão da indeterminação e as reflexões sobre as múltiplas formas de analisar as situações apresentadas. Essas duas características podem ou não se apoiar na rigidez dos números, no nosso caso esse apoio aconteceu.

Buscávamos agora a compreensão sobre a generalização, o entendimento do simbolismo alfanumérico como número generalizado e a operacionalização com o simbolismo criado (Fiorentini et al., 2005).

Para que conseguíssemos o que buscávamos, a tarefa foi construída de uma forma que os enunciados fossem diretos e com poucos termos, facilitando a leitura dos estudantes. Ainda assim, discutimos com eles cada enunciado e tiramos dúvidas sobre termos que talvez fossem desconhecidos por eles. Em todos os momentos a comunicação se deu através da intérprete de Libras traduzindo os enunciados, mesmo que curtos, e auxiliando nas possíveis dúvidas de interpretação. Selecionamos alguns fragmentos da tarefa que indicam o movimento da pesquisa em busca da generalização e do entendimento da ideia de denotação.

O primeiro fragmento se relaciona ao preenchimento da tabela na tarefa 1[10]:

(a) (b) (c)



Nota: Tabela da tarefa 1 de (a) Bruno, (b) Ítalo e (c) Pedro

Figura 10. Tarefas de Bruno, Ítalo e Pedro

Os três estudantes registram de maneiras distintas a tabela da tarefa 1. Bruno optou por preencher de uma forma semelhante a apresentada no jogo Math Riddles. Ele anotou a quantidade de bolinhas depois de contá-las. Ítalo e Pedro escolhem representar na segunda coluna da tabela as próprias bolinhas. Uma característica desta representação feita pelos dois é que a estrutura de cada figura da sequência é desfeita ao colocar as bolinhas uma após a outra. Essa característica talvez possa fazer com que a identificação do padrão se torne difícil.

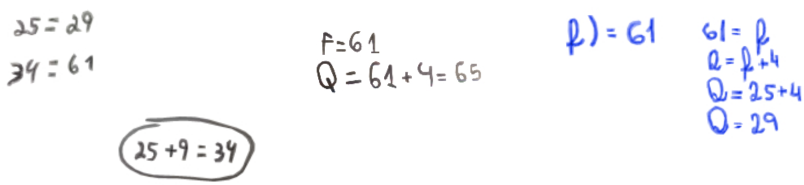
Após o preenchimento da tabela perguntamos aos estudantes se existia algum padrão / relação entre as colunas da tabela. Eles pensaram e não conseguiram perceber tal padrão. Nesse momento, esperávamos que eles falassem algo como "é o número da figura somado 4". Isso não ocorreu. Porém, fizemos um segundo questionamento: "Quantas bolinhas existirão na 50.ª figura?". A partir desse

10 Escolhemos analisar a tabela devido ao fato de que avaliamos que as questões anteriores da tarefa 1 foram respondidas tranquilamente pelos estudantes, dado que os encontros anteriores focaram no desenvolvimento da percepção da indeterminação e da analiticidade.

questionamento poderíamos perceber se foi a maneira como perguntamos que não contribuiu para que eles respondessem ou se foi realmente uma incompreensão sobre o padrão da sequência. Pedro respondeu 54, nos mostrando que talvez a comunicação entre nós e eles não ficou clara no primeiro questionamento.

Nesse momento do encontro iniciamos a introdução do simbolismo alfanumérico, por entender que a percepção de padrão estava compreendida pelos estudantes. Relacionamos as colunas da tabela por $Q = F + 4$, onde Q é a quantidade de bolinhas e F é a figura correspondente na sequência. Discutimos os significados dos simbolismos alfanuméricos e como eles são os instrumentos que apoiam o pensamento e a comunicação (Godino & Font, 2003) e pedimos que o padrão criado fosse utilizado (Figura 11).

(a) (b) (c)



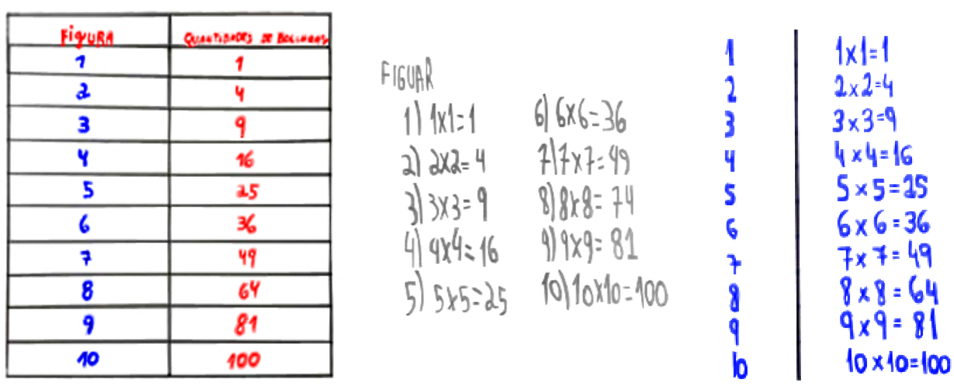
Nota: (a) Bruno, (b) Pedro e (c) Ítalo utilizando o padrão da sequência criado

Figura 11. Utilização de padrão criado pelos estudantes

Pedro conseguiu utilizar, mas os outros dois meninos continuavam com dúvidas em relação ao padrão utilizado. Enquanto professores pesquisadores, refletimos se apresentar um simbolismo alfanumérico naquele momento foi uma boa escolha ou se foi precipitado. Percebemos que a compreensão de sequência estava acontecendo, que os meninos conseguiam identificar os padrões, mas no geral não conseguiam operar com os simbolismos e se expressarem de forma escrita, principalmente os estudantes Bruno e Pedro (Figura 11). Refletimos que os garotos ainda não tinham desenvolvido a ideia do simbolismo como uma maneira de escrita de movimentos (Souza, 2004) e de comunicação do pensamento (Vigotski, 2001). Insistimos na discussão com os intuitos de que construíssem sentidos e significados ao simbolismo apresentado e de que se expressassem de maneira própria a partir dessa denotação.

Continuamos as discussões no nosso quinto encontro. Percebemos que o padrão presente na tarefa 1 era um pouco mais complexo do que o padrão presente na tarefa 2 para os alunos, essa percepção se deu pois na tarefa 1, a apresentação do simbolismo alfanumérico envolvia, além do número da figura, o número 4 – que era necessário ser percebido através do padrão $Q = F + 4$; já na tarefa 2, os estudantes precisavam somente multiplicar o número relacionado à ordem da figura por ele mesmo, não envolvendo outro valor a não ser o da própria figura – percebido pelo padrão $Q = F \times F$. Com isso e a partir da discussão realizada com os estudantes no encontro anterior, desejávamos que a criação e compreensão de uma denotação, seja por meio de simbolismos alfanuméricos ou não, acontecesse. Na figura abaixo, estão as tabelas criadas pelos estudantes para a tarefa 2:

(a) (b) (c)



Nota: Preenchimento da tabela da tarefa 2 por (a) Bruno, (b) Pedro e (c) Ítalo

Figura 12. Preenchimento da tabela

Pela figura 12 pudemos observar que os registros na segunda coluna da tarefa 2 já indicavam com mais clareza o padrão da sequência quando comparados com os registros da tarefa 1. Reforçamos a ideia de configuração retangular das figuras e fizemos uma adaptação da tabela para indicar para os meninos que ela seria infinita e colocamos intencionalmente a denotação pela letra *F* na primeira coluna para indicar a indeterminação da posição da figura existente ali.

Questionamos os estudantes novamente se existia uma relação entre a posição da figura na sequência e o número de bolinhas da figura e o diálogo que se gerou foi o seguinte:

Professor: Ítalo, esses três pontinhos indicam que a tabela vai até o infinito. Agora vamos imaginar que eu tenho uma figura que eu não sei a posição, quantas bolinhas têm do lado de cá [apontando para a última linha da segunda coluna].

Intérprete: Professor, eu não consegui entender para passar.

Professor: Certo. Vamos de novo.

Intérprete: Professor completou a tabela. Três pontinhos. Parece o quê? linha, linha, linha, linha. Muitas.

Professor: Aí eu fiz uma linha aqui e chamei a figura de F. Não sei qual a posição da figura. Só sei que ela está lá distante. Quantas bolinhas essa figura tem? Você saberia calcular? [concomitante a intérprete estava traduzindo].

Intérprete: Ítalo, sabe calcular quantidade de bolinhas?

Professor colaborador: A expressão dele também é impagável [ao perceber como Ítalo está concentrado para encontrar a resposta].

Professor: vamos dar um exemplo.

Professor colaborador: se F é 20.

Pedro: 200 bolinhas.

Professor: Como?

Pedro: É 20×20 [refez a conta], 400, 400, Colocaria ali 400 bolinhas, 20×20. [Pedro começa a dar vários exemplos numéricos, sem contudo responder quantas bolinhas existem na figura indeterminada denotada por F].

Intérprete: Pedro, F não tem número ali, não tem. Como você faz para responder aqui?

Pedro: F vezes… [faz os sinais da letra F e da operação de multiplicação. É não sei.

Intérprete: [direcionando a fala para os professores] Achei que ia sair dessa vez.

Professor colaborador: também achei. Intérprete, explica novamente da figura 1, 2 e 3.

Intérprete: olha, figura 1, 1×1 é igual a 1. Figura 2, 2×2 é igual a 4. Figura 3, 3×3 é igual a 9.

Professor colaborador: não precisa colocar o resultado.

Intérprete: Ah, ok.

Intérprete: e F, como vai resolver?

Professor: vamos dar outros exemplos [escreve na tabela]. A figura 30, é 30 × 30 bolinhas.

Professor colaborador: Professor, escreve rapidão e apaga. Coloca outro exemplo.

Intérprete: É a figura 100, é 100 × 100 bolinhas. E a figura F? Essa figura qualquer. Poderia chamar de F, P, coração, qualquer coisa.

Ítalo: [com uma expressão de euforia por ter entendido]. F × F.

Intérprete: Aeeee.

Ítalo: Ah entendi [com uma expressão de felicidade por ter entendido].

A partir desse diálogo percebemos que dar sentidos e significados para os surdos para a ideia de denotação não é uma tarefa simples, ainda mais quando se quer denotar por meio de simbolismos alfanuméricos. Confirmamos também que as generalizações foram sendo estabelecidas por meio de diferentes linguagens (Kaput, 2008) a partir do diálogo com os meninos. Eles também nos indicaram que, ao fim desse encontro, estavam em uma fase de transição (Fiorentini et al., 2005) por meio da qual estavam compreendendo como tratar quantidades indeterminadas como se fossem conhecidas (Radford, 2011; Van de Walle, 2009). O trabalho continuou para que os estudantes conseguissem compreender a denotação utilizada e desenvolvessem as outras características do pensamento algébrico.

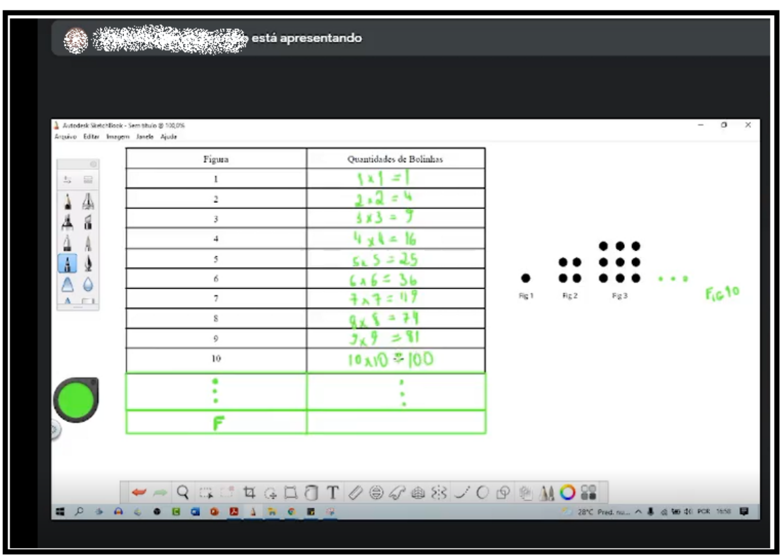


Figura 13. Adaptação da tabela pensando na denotação utilizada

Por fim, a partir desta pesquisa pudemos compreender o pensamento algébrico de estudantes surdos em um contexto de pan-escola e refletimos sobre nosso trabalho. Concordando que o domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático (Vigotski, 2001), nosso grande desafio foi entender tal pensamento na medida em que esses estudantes se expressavam em Libras em um ambiente que nos comunicamos através de computadores e celulares.

5. Algumas considerações

Encontramos nos jogos digitais e nas tarefas investigativas uma possibilidade para dialogar com os estudantes. Partimos de um jogo que nos indicou que os pensamentos dos estudantes são distintos. Compreendemos que algumas características do pensamento algébrico, como a analiticidade e a indeterminação, se apresentaram e se desenvolveram mais facilmente a partir do jogo, enquanto que outra característica, a utilização de simbolismos / denotação, apareceu e se desenvolveu por meio de uma tarefa investigativa. Em todo caso, percebemos a importância das imagens em todos os nossos encontros, independentemente da proposta criada. Percebemos que elas assumem um papel central para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da compreensão do simbolismo algébrico por estudantes surdos.

Concordamos que a denotação auxilia o desenvolvimento da analiticidade e da indeterminação. Porém, a denotação, enquanto simbolismo alfanumérico, apareceu somente no fim dos encontros com os estudantes, quando eles perceberam que poderiam operar com o desconhecido.

Os resultados encontrados mostraram desafios e possibilidades ao buscar desenvolver e compreender o pensamento algébrico de surdos em uma proposta de ensino remoto.

Entre os desafios encontrados está o trabalho coletivo remoto entre professores e intérprete. Entendemos por desafio, pois sem essa profissional os esforços para desenvolver o pensamento algébrico seriam em vão. Como a palavra é essa ponte (Bakhtin, 2006) entre nós e os estudantes surdos, sem a intérprete essa ponte não se construiria.

Um outro desafio está na constituição de um espaço em que o diálogo e a escuta ocorressem. Esse espaço foi criado nos cinco encontros que foram analisados nesta pesquisa, mas também durante os dois anos em que trabalhamos remotamente com esses estudantes. Esse trabalho se prolongou para além da pesquisa apresentada aqui e se desenvolveu durante todos os anos do Ensino Médio dos estudantes, inclusive quando a pandemia se encerrou e as aulas retornaram presencialmente.

Um terceiro desafio está na compreensão das expressões do pensamento algébrico por meio da Libras. Refletíamos constantemente se as dúvidas que surgiam por parte dos estudantes estavam relacionadas às limitações de um pensamento algébrico ou se estavam relacionadas a nossa forma de comunicação com os estudantes sobre os conceitos apresentados. Isso se constituiu um desafio, pois na maioria das vezes as dúvidas surgiam por questão da própria comunicação com os estudantes sobre os conceitos matemáticos estudados. Entendemos que a Libras é um fator central para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, porém percebemos a necessidade de desenvolvimento de propostas que mantenham a centralidade da comunicação com os estudantes por meio desta língua ao mesmo tempo que distintos sinais possam ser criados coletivamente e que consigam representar diferentes conceitos relacionados à Álgebra.

Um último desafio, que intencionalmente nos colocamos, foi criar tarefas que possam ser utilizadas na perspectiva da Educação Matemática Inclusiva em um momento pós-pandêmico. As propostas elaboradas a partir do jogo Math Riddles e das tarefas investigativas criadas são algumas das possibilidades para esse trabalho em um momento futuro.

Entre as possibilidades surgidas com esta pesquisa estão a compreensão de que o pensamento algébrico é multifacetado e que, para desenvolvê-lo de forma multilateral, as tarefas escolhidas necessitam de intencionalidade, a percepção de que há pensamentos algébricos particulares que se desenvolvem a partir do diálogo com outros e a criação de tarefas e a organização de momentos que busquem criar o diálogo com os estudantes surdos sobre os conceitos de padrão e sequência. Por ser multifacetado, percebemos que para o desenvolvimento do pensamento algébrico possa ocorrer, diferentes propostas precisam ser criadas em que a visualidade (Viana & Barreto, 2011) toma centralidade na construção das ideias de denotação, analiticidade e indeterminação (Radford 2010a; 2010b; 2011; 2014). Tendo isso em mente, percebemos que uma possível abordagem com estudantes surdos, no início do processo de escolarização, deveria se iniciar a partir de estudos da geometria e que, a construção do pensamento algébrico poderia se dar a partir daí, das relações entre Geometria e Álgebra, utilizando a visualidade como principal recurso para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Por fim, percebemos que o professor precisa compreender em que fase está o pensamento e a linguagem algébricos de seus estudantes (Fiorentini et al., 2005) para poder, com competência, planejar suas aulas. Concluiu-se com esta pesquisa que há a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico de surdos no contexto de uma pan-escola, mas que a criação de materiais e tarefas por si só não basta, sendo que o trabalho coletivo, o diálogo e os momentos síncronos foram a base para que isso ocorresse.

Referências

Almeida, J. R. de, & Santos, M. C. dos. (2017). Pensamento algébrico: em busca de uma definição. *Revista Paranaense de Educaçao Matemática,* 6(10), 34-60. https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.10.34-60

Bakhtin, M. (1997). *Estética da criação verbal.* Martins Fontes.

Bakhtin, M. (2006). *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. (12ª ed.) Hucitec.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. https://doi.org/10.2307/30034944

Branco, J. C. S., & Neves, I. S. (2020). Trabalho docente em tempos de COVID-19: EaD e Educação Remota Emergencial. *Revista de Educação, Ciência e Cultura,* 25(3), 19-33. https://doi.org/10.18316/recc.v25i3.7382.

Fernandes, S. H., & Healy, L. (2013). Expressando generalizações em Libras: álgebra nas mãos de aprendizes surdos. *Caderno Cedes*, *33*(91), 349-368. https://doi.org/10.1590/S0101-32622013000300004

Fernandes, S. H., & Healy, L. (2016). A emergência do pensamento algébrico nas atividades de aprendizes surdos. *Ciência & Educação*, v.22, n.1, p. 237-252. https://doi.org/10.1590/1516-731320160010015

Fiorentini, D., Fernandes, F. L. P., & Cristovão, E. M. (2005). Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. *Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor.* p.1-22. https://cead.ufop.br/professores/jorgelcosta/2018a/ema702/aula06/fiorentini%3Bfernandes%3Bcristovao%2C2005.pdf

Geraldi, J. W. (1984). Concepções de linguagem e ensino de Português. In: *O texto na sala de aula:* leitura & produção. Assoeste.

Godino, J. D., & Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. *Universidad de Granada*, Departamento de Didáctica de la Matemática. https://digibug.ugr.es/handle/10481/95716

Grando, R. C. (2017). Concepções quanto ao uso de jogos no ensino da Matemática. *USF.* https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2000.210144

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In: Kaput, J.; Carraher, D.; Blanton, M. (Eds.), *Algebra in the Early Grades.* Lawrence Erlbaum Associates.

Lima, B., & Souza, C. (2020). *Pandemia evidenciou desigualdade na educação brasileira*. https://www.correiobraziliense.com.br/euestudante/educacao-basica/2020/12/4897221-pandemia-evidenciou-desigualdade-na-educacao-brasileira.html

Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em Educação:* abordagens qualitativas. EPU.

Mestre, C., & Oliveira, H. (2012). A mobilização da capacidade de generalização através da exploração de estratégias de cálculo: um estudo com alunos do 4.º ano. *Interacções*. https://doi.org/10.25755/int.484

Miguel, A., & Vianna, C. (2020). Vírus vêm em vão: uma alegoria da pan-escola que (não) virá. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. https://doi.org/10.22267/relatem.20131.42

Nunes, T., Amorim, A., & Caldas, L. (2020). A pandemia de COVID-19 e os desafios para uma educação inclusiva. In: Mendes, A. et al. (Org). *Diálogos sobre acessibilidade, inclusão, e distanciamento social:* territórios existenciais na pandemia. https://www.arca.fiocruz.br/handle/icict/42296

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação e Matemática*. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1736

Radford, L. (2010a). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *Pensamiento Numerico Avanzado*, v. 4, n. 2, p. 37-62. https://doi.org/10.30827/pna.v4i2.6169

Radford, L. (2010b). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, Abingdon, v. 12, n. 1, p. 1-19. https://doi.org/10.1080/14794800903569741

Radford, L. (2011). Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: Cai, J.; Knuth, E. (Eds). *A global dialogue from multiple perspectives*. Editora Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_17

Radford, L. (2014). The progressive development of early-embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, v. 26, n. 2, p. 257-277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Saviani, D., & Galvão, A. C. (2021). Educação na pandemia: a falácia do "ensino" remoto. *Universidade e Sociedade*. Ano XXXI Nº. 67. https://www.andes.org.br/img/midias/0e74d85d3ea4a065b283db72641d4ada_1609774477.pdf

Sousa, M. C. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica:* um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 286f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP. http://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2004.310000

Stumpf, M. R. (2008). Mudanças estruturais para uma Inclusão Ética. In: *QUADROS*, Ronice Müller de (Org.). Estudos Surdos III. Arara Azul, p. 14 - 29. https://editora-arara-azul.com.br/wp-content/uploads/2023/07/EstudosSurdosIII-Miolo.pdf

Van de Walle, J. A. (2009). Pensamento Algébrico: generalizações, padrões e funções. Van de Walle, John A. *Matemática no Ensino Fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Artmed, cap 15, p. 287-319.

Viana, F. R., & Barreto, M. C. (2011). A construção de conceitos matemáticos na educação de alunos surdos: o papel dos jogos na aprendizagem. *Horizontes*, USF, v. 29, n 1, p 17-25. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/1560/240

Vigotski, L. S. (2001). *A construção do pensamento e da linguagem*. Trad. Paulo Bezerra. Martins Fontes.

Autores

Natália Aparecida Valentim Santos. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP/Campus Registro), Brasil. natalia.valentim@aluno.ifsp.edu.br

https://orcid.org/0009-0000-7538-7113

Douglas Daniel. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP/Campus Salto), Brasil. douglas.daniel@ifsp.edu.br

https://orcid.org/0000-0002-7520-9680

Elaine Jeremias Pereira Costardi. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP/Campus Registro), Brasil. elainecostardi@ifsp.edu.br

https://orcid.org/0000-0003-2759-3291

Everaldo Gomes Leandro. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP Campus Campos do Jordão), Brasil. everaldo.gomes@ifsp.edu.br

https://orcid.org/0000-0002-7226-1504