

MAYRA BÁEZ MELENDRES, ROSA MARÍA FARFÁN MÁRQUEZ

## SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE UN PROCESO DE REFLEXIÓN SOBRE LA MATEMÁTICA ESCOLAR: ASPECTOS PARA LA PROFESIONALIZACIÓN DOCENTE

SYSTEMATIZATION AND ANALYSIS OF A PROCESS OF REFLECTION ON SCHOOL MATHEMATICS: ASPECTS FOR TEACHER PROFESSIONALIZATION

### RESUMEN

En este artículo se presentan resultados de una investigación basada en el proceso de reflexión sobre la matemática escolar de un profesor de nivel secundario. Para ello se configuró un modelo teórico de tres componentes articulado con la Teoría Socioepistemológica. Específicamente, se expone cómo sucede el proceso: de qué y cómo se toma conciencia, qué conocimientos se construyen y qué se transforma. Para el análisis consideramos una categoría de significados y otra sobre las formas de argumentación relacionadas con la proporcionalidad directa; tales categorías permitieron entender el estado del conocimiento del profesor al inicio y al término del proceso reflexivo. Entre los resultados tenemos que la reflexión de la proporcionalidad escolar da evidencia de que el cambio de relación a este conocimiento matemático promueve la conciencia de una responsabilidad sobre la formación matemática y el desarrollo de una autonomía sobre el conocimiento matemático (ambos relacionados a la proporcionalidad), dos aspectos que caracterizan a la profesionalización docente en matemáticas.

PALABRAS CLAVE:

- *Profesionalización docente*
- *Reflexión*
- *Problematización*
- *Proporcionalidad*
- *Significados*

### ABSTRACT

This paper presents the results of a research based on the process of reflection on school mathematics of middle school teacher. For this purpose, a three-component theoretical model was configured, articulated with the Socioepistemological Theory. Specifically, it shows how the process takes place: what and how awareness is acquired, what knowledge is constructed and what is transformed. For the analysis we considered a category of meanings and another on the forms of argumentation related to direct proportionality; both categories allowed us to understand the state of the teacher's knowledge at the beginning and at the end of the reflective process.

KEY WORDS:

- *Teacher professionalization*
- *Reflection*
- *Problematization*
- *Proportionality*
- *Meanings*



Among the results we have that the reflection of school proportionality gives evidence that the change of relationship to this mathematical knowledge promotes the awareness of responsibility for mathematical education and the development of autonomy over mathematical knowledge (both related to proportionality), two aspects that characterize the professionalization of mathematics teachers.

## RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de um projecto de investigação baseado no processo de reflexão de um professor do ensino secundário sobre a matemática escolar. Para este efeito, foi configurado um modelo teórico de três componentes, articulado com a Teoria Socioepistemológica. Especificamente, estabelece como o processo acontece: o que e como a consciência é aumentada, que conhecimento é construído e o que é transformado. Para a análise considerámos uma categoria de significados e outra sobre as formas de argumentação relacionadas com a proporcionalidade directa; tais categorias permitiram-nos compreender o estado dos conhecimentos do professor no início e no fim do processo de reflexão. Entre os resultados temos que o reflexo da proporcionalidade escolar evidência que a mudança de relação com este conhecimento matemático promove a consciência de uma responsabilidade na formação matemática e o desenvolvimento de uma autonomia no conhecimento matemático (ambos relacionados com a proporcionalidade), dois aspectos que caracterizam a profissionalização dos professores de matemática.

## RÉSUMÉ

Cet article présente les résultats d'un projet de recherche basé sur le processus de réflexion d'un enseignant du secondaire sur les mathématiques scolaires. À cette fin, un modèle théorique à trois composantes a été configuré, articulé avec la théorie socio-épistémologique. Plus précisément, il expose la manière dont le processus se déroule : ce qui est sensibilisé et comment, quelles connaissances sont construites et ce qui est transformé. Pour l'analyse, nous avons considéré une catégorie sur les significations et une autre sur les formes d'argumentation liées à la proportionnalité directe ; ces catégories nous ont permis de comprendre l'état des connaissances de l'enseignant au début et à la fin du processus de réflexion. Parmi les résultats nous avons que la réflexion de la proportionnalité scolaire donne évidence que le changement de relation à cette connaissance mathématique favorise la conscience d'une responsabilité sur la formation mathématique et le développement d'une autonomie sur la connaissance mathématique (tous les deux liés à la proportionnalité), deux aspects qui caractérisent la professionnalisation des enseignants de mathématiques.

## PALAVRAS CHAVE:

- *Profissionalização do professor*
- *Reflexão*
- *Problematização*
- *Proporcionalidade*
- *Significados*

## MOTS CLÉS:

- *Professionnalisation des enseignants*
- *Réflexion*
- *Problématisation*
- *Proportionnalité*
- *Significations*

## 1. PROFESIONALIZACIÓN, PRÁCTICA REFLEXIVA Y REFLEXIÓN

La problemática de esta investigación se sitúa en el terreno de la profesionalización docente. La discusión central de ésta cuestiona la profesionalidad de los profesores por la carencia de prácticas o competencias que permitan reconocerlos como profesionales y no como técnicos, esto es, como reproductores del conocimiento. Ante este fenómeno, se ha propuesto a la Práctica Reflexiva como un elemento profesionalizante del profesor y de la profesión (Davini, 1995; Latorre, 1992; Bazán, 2007; Perrenoud, 2004; Dolores, García, Hernández, y Sosa, 2014). Se busca así, una especie de reivindicación del estatus de profesión, donde la constitución de la docencia como profesión pende de manera significativa de las acciones individuales y colectivas.

Desde nuestro punto de vista, la profesionalización puede ser vista como el momento para reconocer a los maestros como profesionales desde lo que ya hacen, y así, enfocar la profesionalización como un proceso de acción y toma de decisiones cada vez más argumentadas. Por ejemplo, los autores citados arriba, concuerdan en que la profesionalización tiene el propósito fundamental de desarrollar la autonomía, lo que implica que se desarrolle a la par un sentido de responsabilidad sobre las acciones que realiza la persona o el grupo de personas que se profesionaliza. Concretamente,

... (la profesionalización) promueve la formación de personas lo bastante competentes como para saber cuál es su cometido, sin estar estrictamente constreñido por las reglas, las directivas, los modelos, los programas, los horarios o los procedimientos normalizados... es más bien una característica colectiva, el estado histórico de una práctica, que reconoce a los profesionales una autonomía estatutaria, fundada en una confianza, en sus competencias y en su ética. En contrapartida, asumen la responsabilidad de sus decisiones y de sus actos, moralmente pero también en el derecho civil y penal. La autonomía y la responsabilidad de un profesional no se entienden sin una gran capacidad de reflexionar. (Perrenoud, 2004, p.11)

En este sentido, la práctica reflexiva busca avanzar en el desarrollo de esa autonomía y responsabilidad de las prácticas de la profesión docente, bajo el estudio organizado de la misma. Se precisa, entonces, de procesos de profesionalización que ayuden a resignificar la docencia desde sus acciones, sobre todo, desde los conocimientos que la sustentan.

Los seres humanos crean esquemas de significación que les permiten actuar y pensar sobre su realidad. Lo que puede modificarse es la transformación personal, el cambio laboral o colectivo, en cualquier caso. En cambio, en el docente o el colectivo escolar no habrá cambios consistentes sin la debida reflexión de los significados que habitan en sus prácticas educativas. (Perales, 2006, p. 18)

Varios autores describen a la práctica reflexiva no como proceso ni como objeto, sino como una actitud intelectual (Dewey, 1989), una identidad o *habitus* (Perrenoud, 2004, cursivas del autor) o un fenómeno de construcción social (Bazán, 2007). De esta manera es que se concibe como *práctica*, en tanto que es intencional y estructurada, y su función es problematizar las posturas existentes (Bazán, 2007), como el caso de los significados mencionados. De esta manera es que distinguimos entre hablar de Práctica Reflexiva y Reflexión, pues la segunda refiere al proceso que vive una persona para transformar algo, no necesariamente es una acción intencionada del individuo, sino que puede ser provocada por factores externos; tampoco es una identidad o *habitus*, porque como proceso, la reflexión tiene la característica de desestabilizar el sistema de quien lo vive. De manera concreta, los procesos reflexivos tienen la función de construir o reconstruir las bases del conocimiento para el ejercicio de una práctica docente cada vez mejor argumentada.

Conceptualizando a la Práctica Reflexiva como una estructura que se diseña y se desarrolla hasta estabilizarla como práctica, es necesario conocer y entender de qué están hechos sus andamios. En el caso de los profesores de matemáticas, consideramos que la reflexión precisa de cuestionar no solo la didáctica que profesa el docente, sino también la matemática que sabe y que enseña (Báez & Farfán, 2015). Es así que como objetivo de este proyecto nos planteamos estudiar el proceso de reflexión sobre la matemática escolar de un profesor de secundaria (que trabaja con estudiantes de entre 12 y 15 años), considerando una postura de construcción social del conocimiento matemático, específicamente, aquella que plantea la teoría socioepistemológica. La pregunta para responder fue: ¿Cuál es el proceso de reflexión que transita un profesor de matemáticas de secundaria cuando se cuestiona su conocimiento matemático?

A continuación, se presentan los sustentos teóricos que fundamentaron y guiaron el estudio. Para iniciar, se describe el modelo de reflexión de tres componentes usado (toma de conciencia, construcción de conocimientos, transformación) que ha sido producto de los análisis a la revisión bibliográfica. Posteriormente, este modelo se articula con los elementos teóricos de la Socioepistemología (confrontación, resignificación y cambio de relación con el conocimiento matemático), ya que la postura tiene a la confrontación como herramienta para analizar los significados, procedimientos y argumentos matemáticos. Se expone también la herramienta de análisis de la información y su rol en la reconstrucción del proceso reflexivo vivido por el docente, es decir, la teoría fundamentada. En el análisis de los datos exponemos el proceso sintético resaltando las confrontaciones, las resignificaciones y el cambio de relación con

el conocimiento matemático que vivió el profesor, así como la evolución de categorías que muestran la transformación de significados en términos de un estado inicial y un estado final. La discusión versa sobre las relaciones del proceso reflexivo vivido con un desarrollo de autonomía sobre el conocimiento matemático y la responsabilidad de la formación matemática. Al final presentamos las conclusiones del estudio.

## 2. REFLEXIONAR SOBRE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

### 2.1. *El modelo de reflexión de tres componentes*

La reflexión es considerada como una herramienta que permite mejorar la práctica docente. La tarea ha sido, entonces, la configuración de modelos o rutas que permitan sistematizar la práctica para estudiarla, orientarla y mejorarla. Estos diseños han abordado temas desde la formación inicial y continua (Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán y Contreras, 2013); la identidad profesional (Guichot, 2013; Walshaw, 2010); la autoevaluación y autoformación (Tzur, 2001); la investigación de la práctica (Díaz, 2006) y la profesionalización docente (Perrenoud, 2004).

Las interpretaciones de lo que es la reflexión son variadas (Zeichner, 1993; Tzur, 2001; Sañudo, 2006; García, Sánchez y Escudero, 2007; Kwon y Orril, 2007; Cánovas, 2007; Ponte y Chapman, 2008; Binti, 2010; Revilla, 2010; Edwards y Thomas, 2010), éstas se desprenden de los trabajos de John Dewey y Donald Schön. Dewey (1989) planteó la reflexión como un pensamiento intencional que, para distinguirse de otros pensamientos y propiciar el desarrollo humano de la persona, se requiere de una cuidadosa y atenta orientación educativa. Este proceso debía iniciar con una perturbación al estado actual de conocimientos que propiciara acciones para construir nuevo conocimiento, es decir, la reflexión debía originar un desequilibrio que no aparece por espontaneidad, sino que se provoca para promover la búsqueda de nuevas conclusiones. Respecto a Schön (1998), la reflexión es una herramienta para la revisión y validación del conocimiento profesional que se ha configurado desde la práctica. Es decir, es en la acción donde se toman las decisiones más relevantes de la profesión, por lo que el análisis de la experiencia reafirma y robustece el conocimiento profesional al tiempo que promueve la configuración de una nueva práctica. Los momentos de análisis son, por tanto, durante la misma acción y después de la acción.

Podemos notar que en ambas posturas la reflexión requiere tomar en cuenta las creencias y los significados que se poseen sobre alguna acción o conocimiento establecido para poder transformarlos, es decir, se requiere tomar conciencia. En el caso de Dewey (1989) se establece que el estado inicial y vivencial para desencadenar un proceso reflexivo, es la duda; mientras que Schön (1998) sugiere a la acción (o la experiencia) como la situación a la que hay que poner atención para entrar en un proceso de análisis y descubrir lo que se debe modificar. Para Dewey (1989), el inicio es un estado de desequilibrio cognitivo, mientras que para Schön (1998), es un estado de acciones. En ambos casos, la reflexión se realiza sobre el saber teórico y práctico, pues no se puede indagar en la práctica sin pasar por la revisión de significados, ni se pueden analizar los conocimientos de manera desarticulada de la práctica que los sustentan. El producto de tal análisis es la construcción de nuevo conocimiento de tal manera que dé lugar a nuevas configuraciones (teóricas o prácticas) dirigidas a mejorar la labor profesional.

De esta manera, identificamos en Dewey y Schön tres componentes de un proceso reflexivo que es posible reconocer en otros modelos actuales: la toma de conciencia, la construcción de conocimiento y la transformación (Figura 1.a). Todos de diferente naturaleza y alcance que dan sentido al acto reflexivo como un acto de meta aprendizaje, de sistematización de la práctica y desarrollo de la autonomía profesional.

Respecto a la toma de conciencia, Campechano (2006, p. 71) menciona que “cualquier docente que quiera transformar racionalmente su práctica primero tiene que conocerla, no imaginarla ni suponerla”. De esta manera, la toma de conciencia sobre los saberes que se quieren transformar es un punto de partida. Para Perrenoud (2004), la toma de conciencia se desarrolla en el plano cognitivo y se relaciona con hacer consciente lo inconsciente, además, se provoca por disponer al individuo ante situaciones que le exigen modificar sus esquemas. Para Freire (1973) la toma de conciencia alcanza un plano más sociocultural, refiere a un proceso de acción cultural a través del cual las mujeres y los hombres despiertan a la realidad de su situación sociocultural, avanzan más allá de las limitaciones y alienaciones a las que están sometidos, y se afirman a sí mismos como sujetos conscientes y co-creadores de su futuro histórico. En este sentido, dicha concientización implica un *apoderarse de la realidad*, que implica una ruptura de fronteras para ser ellos partícipes de la creación de nuevo conocimiento.

Ya sea que se provoque, como suele diseñarse en espacios de desarrollo profesional docente, o que surja del análisis de la situación a la que se enfrenta el docente, la toma de conciencia es un componente imprescindible del proceso reflexivo que permitirá al profesor, por un lado, hacerse consciente de

conocimientos teóricos y prácticos que necesitan modificarse; y por otro, ganar mayor entendimiento del impacto de su práctica docente, ya que no solo crea su realidad a partir de sus conocimientos, también crea la realidad de sus estudiantes.

Es importante dar cuenta de que la toma de conciencia es fundamental para dar paso a un proceso de transformación, pero ésta no refiere solo a saber algo o darse cuenta, sino a aceptar los cambios que implica, aceptar el proceso hacia la transformación para dar lugar a las nuevas producciones y argumentaciones del cambio. Perrenoud (2004) menciona que el tomar conciencia podría generar un estado de imposibilidad de acción, es decir, más que generar un estado favorable para la transformación, la toma de conciencia en algunas ocasiones puede bloquear el proceso reflexivo. Esto podría requerir otro tipo de atenciones para salir del obstáculo y continuar hacia la construcción de nuevo conocimiento y la transformación.

Una diferencia clave sobre la forma que promovieron Dewey y Schön la construcción conocimiento es acentuada por Akbari (2007): mientras que Dewey plantea una reflexión intencionada, sistematizada y dirigida, Schön plantea la reflexión como una actividad no racional, intuitiva, personal. Para Akbari, el concepto de reflexión de Dewey trata de una práctica que resultará en la profesionalización del campo en tanto que busca reemplazar las acciones impulsivas y repetitivas con alternativas aprobadas racional y científicamente. En la concepción de Schön, la reflexión es de naturaleza artística en la que se busca darle un nuevo sentido a las situaciones que son tratadas como únicas e inciertas y que son producto de la experiencia de enseñanza. En otras palabras, mientras que para uno el conocimiento es resultado de una articulación de ideas científicas, para el otro, el conocimiento que se construye es resultado de la práctica misma. Akbari postula que la articulación de estas posturas es fundamental para el desarrollo de un fuerte sentido de autonomía en tanto que el profesor construye argumentos sólidos para el cambio tanto desde la teoría como desde la práctica.

La transformación se refiere a una nueva racionalidad que sustenta las consecuentes acciones (Perales, 2006). Se materializa con la puesta en juego de los argumentos y conocimientos construidos. Es un regreso a la realidad que se recrea con una nueva base epistemológica. En otras palabras, en la transformación “se modifican las relaciones del educador con la práctica objetivada sobre la cual se reflexiona” (Sañudo, 2006, p. 37). Freire (1973), Perrenoud (2004) y Sennet (2009) concuerdan en que dicha transformación (del entorno) es producto de una transformación de sí mismo: “Entonces, el reto no sólo consiste en estar preparado para actuar de forma distinta la próxima vez, sino de convertirse –en algunos aspectos– en otro distinto” (Perrenoud, 2004, p. 39).

Así, un proceso reflexivo indica que cuando alguien reflexiona, se produce una tensión o alteración en los significados, las actitudes, los sentimientos, las acciones pasadas, las creencias, de tal manera que se generan las condiciones (razones, instrumentos, conocimientos) para la toma de decisión, la nueva acción (Revilla, 2010; Binti, 2010; Ponte & Chapman, 2008; Sánchez, 2010). Esto es, se toma una conciencia y se construye una *razón de hacer*, un argumento, que tiene su raíz en una transformación del ser, para dar lugar a la transformación del hacer.

Los componentes descritos anteriormente son los que hemos tomado como unidad mínima para estudiar la reflexión (Báez y Farfán, 2017), caracterizarla y exponerla como un proceso de problematización. Cada uno se presenta como un componente invariante de cualquier proceso reflexivo, aunque sus descripciones podrían ser algo diferentes. Además, son independientes del objeto de reflexión y son, en sí mismos, procesos. Es importante mencionar que el desarrollo de cada componente estará fuertemente relacionado a la ruta y base teórica que las guíe. Al respecto, en el siguiente apartado presentamos la articulación de este modelo de tres componentes con la teoría Socioepistemológica, pues define la mirada con la que se analizó el proceso reflexivo.

## 2.2. *El modelo reflexivo en la Socioepistemología*

Para estudiar el proceso reflexivo en actividades sustentadas en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, TSME (Cantoral, 2013), los componentes descritos se han articulado con constructos bien definidos en ella que describen los momentos de tomar conciencia, construir conocimiento y transformación de prácticas. Específicamente, nos situamos en los procesos de reflexión durante la *problematización de la matemática escolar* (pme), que refiere a la fase de intervención educativa de la Teoría sustentada en sus propios resultados (fase de investigación o de *problematización del saber matemático*). Es decir, cualquier intervención educativa está guiada por un diseño epistemológico sobre un saber matemático específico. Entonces, la primera característica del proceso reflexivo que estudiamos es que su objeto de reflexión no es la práctica docente como se puede ver en otros modelos (Smyth, 1991; Sañudo, 2006; Jaworski, 1993; Ramos, 2014; Parada y Pluinage, 2014; Domingo y Gómez, 2014), sino la matemática escolar (Báez y Farfán, 2015, 2017). Entonces, ¿cómo y de qué se toma de conciencia, qué conocimiento se construye y qué se transforma?

La TSME postula que el conocimiento matemático se construye socialmente, lo cual lo dota de significados y usos que le dan sentido y razón de ser. Sin embargo, tales significados y usos no tienen presencia en el ambiente

escolar, lo que ha provocado la enseñanza de una matemática que preexiste a las personas y, por lo tanto, los individuos no participan de su construcción y significación, solo memorizan conocimientos y procedimientos. Ante tal problemática, la TSME se ha planteado la recuperación de bases epistemológicas del saber matemático a través de identificar prácticas sociales que han significado al conocimiento. La finalidad, es plantear propuestas de construcción social que puedan ser vivenciadas por docentes y estudiantes y todo aquél que pretenda adquirir una matemática funcional en su formación. Es así que la TSME reconoce dos racionalidades: aquella que vive en la escuela y se caracteriza por una reproducción de significados, y una propuesta basada en prácticas que involucra significados y usos del saber.

Desde esta manera, la problematización de la matemática escolar refiere al proceso de confrontación de ambas racionalidades que busca construir nuevos significados para con los objetos matemáticos, es decir, los *resignifica*. Dicha confrontación consiste en cuestionar el conocimiento matemático que se difunde en el escenario escolar, mientras se presentan nuevos significados, procedimientos y argumentos incitados por una construcción social. En términos de Freire esto representa un proceso de concientización en tanto que se “denuncia” una estructura carente de sentido y se “anuncia” una propuesta solucionadora (Torres, 1980).

Desde la teoría, la resignificación refiere al uso del conocimiento, entendido no como una aplicación, sino como un uso culturalmente situado (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014). Esto es, el significado deviene de las relaciones puestas en juego que dan sentido al objeto matemático en un contexto determinado: “el significado dependerá en gran medida del escenario contextual donde se produce la acción” (Cantoral, 2013, p.161). De esta manera, la resignificación resalta la relación uso-significado que promueve la conexión del objeto matemático con otros saberes otorgándole, así, una característica funcional.

Así, la resignificación propicia una nueva relación con el conocimiento matemático que se presenta por la incorporación de otros usos y significados promovidos por la racionalidad basada en prácticas (Reyes-Gasperini, 2016). Entonces, no se trata solo de conocer la propuesta solucionadora, sino de reconocerla como parte del desarrollo del pensamiento matemático en tanto que proporciona un sentido y significado al objeto matemático más allá de su operatividad.

La transformación no es sólo una cuestión de métodos y técnicas. Si la educación liberadora fuera sólo eso, entonces, el problema sería cambiar algunas metodologías tradicionales por otras más modernas. Pero ese no es el punto. La cuestión es el establecimiento de una relación diferente con el conocimiento y con la sociedad (Freire y Shor, 1986, p. 63).

Así, el individuo que construye una relación con su conocimiento matemático también construye un nuevo compromiso con la sociedad. De manera sintética, la inserción de la nueva racionalidad al ambiente escolar y su articulación con la racionalidad existente, precisa de momentos de confrontación, de resignificación y de promover un cambio de relación con el conocimiento matemático. Estos son los elementos que desarrollan la problematización de la matemática escolar, pero que a su vez describen un proceso de reflexión sobre la matemática escolar. A continuación, se describe el objetivo y el rol de cada elemento en articulación con los componentes del proceso reflexivo:

- La confrontación: tiene por objetivo desestabilizar la hegemonía de un discurso matemático escolar a través de generar conciencia de una estructura de significados limitados y conciencia de una estructura que provee de otros significados. El rol de la confrontación es, entonces, evidenciar una cultura matemática limitada para dar *acceso* a nuevas formas de construir conocimiento matemático.
- La resignificación: tiene por objetivo la construcción de significados y usos del conocimiento, también del desarrollo de procedimientos. Se apoya de diferentes representaciones o relaciones con el contexto que le dan sentido. Así, el rol de la resignificación en la problematización de la matemática escolar es construir los argumentos para la transformación, desarrollar una *razón de hacer* de las futuras acciones que dan lugar a una nueva práctica.
- Cambio de relación con el conocimiento matemático: tiene por objetivo el reconocimiento de una nueva racionalidad de los conocimientos matemáticos. El rol de este cambio de relación es la aceptación e inserción de los nuevos conocimientos al discurso propio del profesor, y de propiciar una articulación entre significados de diferentes racionalidades que favorezcan a la razón de ser de los objetos matemáticos. Con una nueva base de significados, el docente dispone de nuevas articulaciones que le permiten innovar, ajustar o modificar algo de su enseñanza de la matemática. Así, la nueva relación con su conocimiento matemático no solo trastoca el *cómo enseñar*, sino también el *qué enseñar*.

Dado que la construcción de significados es situada, el cambio de relación también lo es. Por tanto, la reflexión estará delimitada por el contexto, las experiencias y la base de conocimientos de quien vivencia el proceso.

La siguiente figura expresa tanto el modelo general de reflexión como el modelo reflexivo que se desarrolla bajo la orientación de los planteamientos socioepistemológicos.

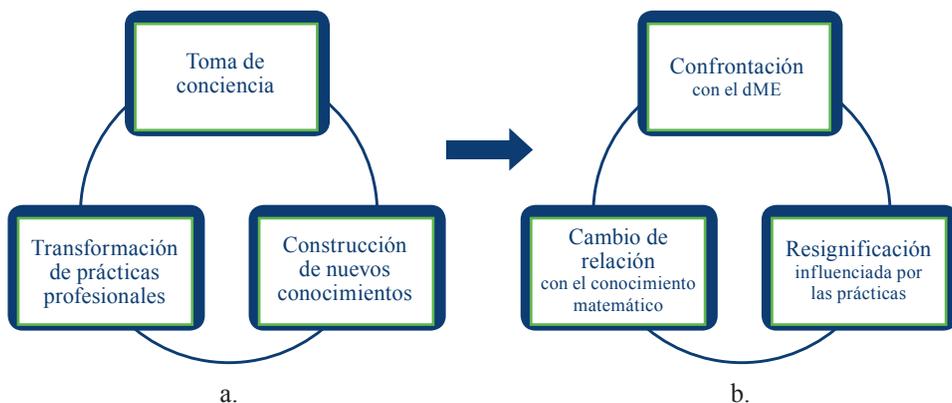


Figura 1. Componentes para estudiar la reflexión, del modelo general (a) al modelo socioepistemológico (b)

Por las descripciones anteriores, en este modelo reflexivo la confrontación se provoca. De hecho, una premisa teórica es que, sin confrontación de racionalidades, no se desarrolla la problematización y menos la reflexión; en otras palabras, no se resignifica ni se alcanza un cambio de relación con el conocimiento matemático. Esta afirmación se sustenta en que la pme es una configuración sustentada en una psm. De esta manera, esta forma de provocar el proceso reflexivo es fundamental para dar acceso a los nuevos conocimientos.

Un aspecto importante es que la problematización y la reflexión son teóricamente diferentes pero que se desarrollan a la par. Mientras que la pme es una configuración que promueve una evolución pragmática de la matemática escolar, la reflexión es el proceso mental, actitudinal y comportamental que vive una persona. Por tanto, al enfocar el objeto de reflexión sobre la matemática escolar, los procesos se empalman.

### 3. ELEMENTOS METODOLÓGICOS

En esta investigación se optó por realizar un estudio de caso, el de la reflexión del profesor sobre la matemática escolar. Este tipo de estudio se caracteriza por abordar la “particularidad y complejidad de un caso singular para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes... El investigador

cualitativo destaca las diferencias sutiles, la secuencia de los acontecimientos en su contexto, la globalidad de las situaciones personales” (Stake, 1995, p.11). Los antecedentes teóricos sobre la confrontación, la resignificación y el cambio de relación con el conocimiento matemático, permiten reconocer que dicho proceso de reflexión es de carácter particular. Es decir, no todas las personas vivirán la misma confrontación, resignificación o cambiarán de igual manera su relación con el conocimiento matemático. Es por esta razón, que interesa conocer el proceso reflexivo que vivencia un profesor para comprender su particularidad. De esta forma, el estudio es de tipo descriptivo-interpretativo, en tanto que detallamos la radiografía de un proceso reflexivo en un escenario socioepistemológico e interpretamos los efectos para la profesionalización docente.

El conocimiento disciplinar puesto en juego fue la proporcionalidad, ya que este saber se ha problematizado desde la TSME y se ha generado una epistemología de prácticas a partir de dicha problematización (Reyes-Gasperini, 2011; 2016). Con esta base epistemológica es que se han construido propuestas de intervención para su socialización en el ambiente escolar, esto es, problematizaciones de la matemática escolar. La problematización del saber proporcional realizada por Reyes-Gasperini se puede relacionar con una evolución conceptual (Razón, Proporción, Proporcionalidad) en el sistema escolar cuyo tratamiento limita la construcción de significados situados, por lo que la propuesta es el desarrollo de prácticas (Comparar, Igualar, Medir) que permiten reconocer una matemática funcional, articulada y significada desde los contextos de los que aprenden. Desde el plano teórico, la propuesta es *transitar* de una racionalidad a otra: ir de los conceptos a las prácticas; mientras que, desde el plano educativo, la intervención busca el reconocimiento de la racionalidad basada en prácticas y su articulación con la que está basada solo en los conceptos.

A manera de síntesis, la confrontación de ambas racionalidades referentes a la proporcionalidad directa se presenta en la tabla I.

En la tabla se puede notar una familiaridad con las características que plantea la racionalidad conceptual de la proporcionalidad directa; mientras que las características relacionadas con la racionalidad basada en prácticas pueden no ser tan familiares, aunque es posible reconocer que no son ajenas al discurso relativo a la proporcionalidad. Por ejemplo, podemos advertir que la noción de equidad está relacionada a situaciones de proporcionalidad, pero no es una noción que se ponga en juego en las actividades escolares más allá de encontrar un reparto proporcional. Como resultado de la problematización de Reyes-Gasperini (2016), la proporcionalidad refiere a una relación adecuada entre dos magnitudes, que no es precisamente hablar de una relación de igualdad, sino de las características de las magnitudes, de la actividad que las moviliza, de relaciones no aritmetizadas, de lo justo, que lleve posteriormente a la aritmetización de la relación.

TABLA I  
Confrontación de racionalidades de la proporcionalidad directa

<i>Proporcionalidad directa</i>	
<i>Racionalidad conceptual</i>	<i>Racionalidad basada en prácticas</i>
Resolución de problemas de cuarto valor faltante utilizando el método de la regla de tres simple y la posterior incorporación de la función de proporcionalidad directa en sus diferentes representaciones: coloquial, tabular, algebraica y gráfica.	Puede incorporarse la discusión sobre lo que refiere al equilibrio, justo medio o relación adecuada, considerando que la medida y la acción de medir como fin último, tienen un papel relevante.
Resultado de una trasposición de la matemática.	Resultado de una simbiosis entre saber sabio, técnico y popular.
Tratamiento cuantitativo-numérico: se pregunta por el <i>cuánto</i> .	Tratamiento relacional-cualitativo: se pregunta por el <i>cómo</i> .
Prioriza técnicas: hallar la constante, o cuarto valor faltante.	Construye la relación adecuada, equilibrada.
Enfatiza la noción de igualdad.	Articula con la noción de equidad.
Análisis: Variación de las magnitudes por separado.	Análisis: Relacionar ambas magnitudes.
Opera con razones.	Construye la unidad de medida común.
Reconoce y valida un solo tipo de razonamiento.	Reconoce y valida varios razonamientos.
Evolución conceptual: razón, proporción proporcionalidad.	Evolución pragmática: Comparar, igualar, medir.

Es así como el arreglo anterior no solo compara racionalidades, sino que abona a la estructura de diseños de actividades para confrontar los significados, procedimientos y argumentos, por tanto, estos elementos guiaron la problematización de la matemática proporcional que llevamos a cabo para estudiar el proceso de reflexión de un profesor de matemáticas.

Respecto a la elección del profesor, se consideraron dos aspectos, uno metodológico y uno teórico: que el docente haya participado previamente en espacios de profesionalización configurados bajo las ideas teóricas de la TSME, y que manifestara una confrontación en la realización de una actividad relacionada

con la proporcionalidad directa. La experiencia previa de profesionalización fue relevante en tanto que las confrontaciones vividas ahí habían iniciado en el profesor un cambio de relación al conocimiento matemático a partir de los significados construidos; por lo que participar en un estudio en profundidad con el mismo fundamento teórico, le resultaría familiar. El segundo aspecto, manifestar la confrontación, permitiría iniciar el proceso reflexivo. Esa confrontación se convirtió, entonces, en la confrontación inicial de la Fase I que es la que se desarrolla en este escrito.

La complejidad de esta elección radicó en el momento político-social que atravesaban los profesores, ya que las últimas reformas educativas de México han implementado pruebas a los docentes sobre su desempeño y conocimientos cuyos resultados se han usado para desvalorizar su formación y práctica profesional (Lozano y Levinson, 2018). Por tanto, participar en un proceso de reflexión que exponía los conocimientos que fundamentan su práctica, significaba un alto riesgo. En contraparte, la postura de la TSME ha sido el de reconocer al profesor como un actor educativo fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático, de ahí que al inicio de este escrito hayamos expuesto que se parte de lo que el docente sabe, pues desde la teoría se reconoce que esos conocimientos forman parte de una racionalidad de la matemática escolar con la que fue formado. Es decir, es la matemática escolar con significados limitados un elemento que afecta el desempeño profesional.

El diseño del estudio consistió en tres fases: Confrontación, Argumentación y Prácticas. En cada fase se estudió un proceso reflexivo según los tres componentes de la problematización: confrontación, resignificación y cambio de relación al conocimiento matemático. En este artículo abordamos solo la primera fase, que tuvo como objetivo generar la confrontación para iniciar una toma de conciencia en el profesor sobre sus conocimientos respecto de la proporcionalidad directa, principalmente sobre sus formas de argumentación, articulación y los significados asociados a ella. Por tanto, se consideró una actividad tomada de Reyes-Gasperini (2011) que busca la confrontación de argumentaciones sobre la proporcionalidad directa. La actividad propone un planteamiento familiar que promueve el involucramiento del docente, lo que posteriormente se convierte en un análisis de los significados que producen la confrontación. Es decir, esta fase inicia la toma de conciencia de la racionalidad basada conceptos: “Cualquier profesor que quiera modificar racionalmente su práctica primero tiene que conocerla, no imaginarla ni suponerla” (Campechano, 2004, p. 71).

Una vez producida la confrontación inicial, se acordó con el profesor tener entrevistas en su centro de trabajo, ya que disponía de un espacio de 20 a 25 minutos

entre sus clases. Las entrevistas fueron semiestructuradas, ya que el proceso de atención a la confrontación promovió el análisis de otros ejercicios puntuales que permitían profundizar los significados movilizados en la confrontación inicial. En total, la fase 1 tuvo 7 entrevistas, de las cuales 5 muestran el proceso reflexivo hasta que el profesor acepta la confrontación y transforma sus significados.

Como instrumento de análisis de la información usamos la Teoría Fundamentada de Glasser y Strauss (2002), pues permitió estudiar el proceso reflexivo en categorías articuladas que evolucionaron una vez atendida la confrontación inicial. Es importante aclarar que, si bien el modelo de reflexión ya consideraba tres componentes, éstos no fungieron como categorías, sino como momentos por los que transita el proceso. Los componentes solo permitían identificar una confrontación, pero no permitía determinar qué se debía resignificar en el profesor. Mientras que las categorías formuladas a partir de una codificación abierta y axial evidenciaron el estado del conocimiento del profesor en relación con la o las confrontaciones, lo que promovió que otras preguntas fueran incluidas durante las entrevistas.

A continuación, presentamos las categorías generadas, así como sus respectivos códigos:

Significados	Cómo argumenta	Rol y práctica profesional	Interacción con los estudiantes
<ul style="list-style-type: none"> <li>• No tiene códigos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis</li> <li>• Argumentos</li> <li>• Definiciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Qué y Cómo enseña</li> <li>• Rol profesional</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudiantes</li> <li>• Expectativas</li> </ul>

Figura 2. Categorías del proceso de reflexión estudiado

En este artículo nos centramos en las primeras dos categorías:

- Significados: Esta categoría representó lo atribuido o asociado a un conocimiento y las relaciones que guardan. Son conocimientos institucionalizados en el profesor que refieren a aspectos observables, descriptibles. Funcionan como referencias no cuestionables, invariables, que articulan varios conocimientos implicados.
- Cómo argumenta: Esta categoría presenta las formas de análisis del profesor respecto a la proporcionalidad para validar y sustentar sus respuestas. Se conformó por los códigos Análisis, Argumentos y Definiciones, donde las propiedades se expresaron por el razonamiento usado y las dimensiones por la representación donde tiene sentido dicho razonamiento.

Cabe mencionar que la categoría de los ‘Significados’ fungió como categoría central, ya que a partir de ella se definían las argumentaciones, articulaciones y validaciones de conocimiento del profesor.

La comparación constante de las categorías en cada entrevista dio lugar a:

- Identificar otras confrontaciones que se desprendían de la confrontación inicial.
- Identificar transiciones, esto es, aquellos conocimientos en las categorías ‘Significados’ y ‘Cómo argumenta’ que presentaron un cambio: pasaron de un estado inicial A a un estado final B.
- Identificar cómo algunos conocimientos variaban en cuanto a su importancia y uso: cambio de argumentos hegemónicos.
- Robustecer las propiedades y dimensiones de la categoría ‘Cómo argumenta’ al incorporar un referente de comparación de proporcionalidad directa: la definición de proporcionalidad inversa.

Por tanto, la comparación constante permitió reconocer una evolución de las categorías en cada fase, mientras que se desarrollaban los momentos de resignificación y el cambio de relación al conocimiento proporcional.

En el siguiente apartado presentamos una síntesis del análisis de la Fase 1 que contempla los aspectos teóricos y metodológicos antes comentados.

#### 4. ANÁLISIS

Para este artículo reportamos solo la primera fase del estudio con la intención de conocer y evidenciar cómo ocurre el proceso de reflexión sobre la matemática escolar. Como el foco fue mirar el proceso reflexivo a través de confrontaciones, resignificaciones y un cambio de relación al saber matemático, es preciso dejar claro que el análisis no cuestiona si el profesor sabe o no matemáticas, pues la premisa es que tiene los conocimientos que la formación inicial y continua le dan. De ahí que la confrontación sea la herramienta teórica-metodológica para introducir otras formas en que se desarrolla el conocimiento matemático.

El análisis tampoco cuestiona si el profesor sabe o no reflexionar, en la primera parte de este escrito planteamos brevemente el estado de esta competencia profesional como una que todavía requiere de procesos de sistematización y orientación. Sin embargo, en la fundamentación teórica planteamos la relación de la reflexión con la problematización de la matemática escolar, por lo que el profesor vivencia un proceso con una orientación clara e intencionada.

#### 4.1. La confrontación

La fase 1 tuvo por objetivo hacer consciente al profesor de su relación con el conocimiento proporcional, es decir, tomar conciencia de los significados, procedimientos y argumentos que tiene, enseña, valida y espera en sus estudiantes. Por lo que la confrontación inicial se presentó con la actividad de la figura 3.a:

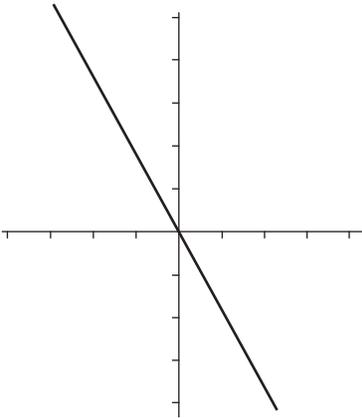
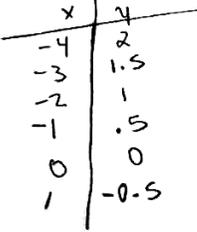
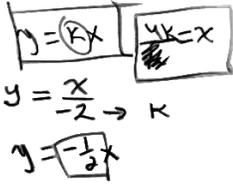
<p>Observa la gráfica y determina si es de proporcionalidad directa o inversa. Argumenta tu respuesta.</p> 	<p>No es de proporcionalidad directa porque no va aumentando de la misma manera y tampoco va disminuyendo de la misma manera.</p>
<p><i>a. Actividad inicial tomada de Reyes-Gasperini (2011)</i></p>	<p><i>b. Argumento 1</i></p>

Figura 3. Confrontación inicial de la Fase 1

En Reyes-Gasperini (2011) se menciona que la actividad tiene la característica de incitar la confrontación al evocar argumentos que no son suficientes para responder, pero que tampoco se perciben como tales debido al discurso matemático escolar validado. Por tanto, para atender la confrontación se discutió la definición de proporcionalidad directa dada por el profesor para profundizar en los conceptos y significados involucrados, entre ellos: el análisis variacional de las magnitudes y la constante de proporcionalidad. Lo anterior condujo a que el profesor planteara una representación tabular y la expresión algebraica para las cuales proporcionó firmemente los siguientes argumentos:

TABLA II  
Otras representaciones y argumentaciones asociadas a la Actividad inicial

<i>Confrontación de argumentaciones</i>	
<i>Argumento 2</i>	<i>Argumento 3</i>
	
<p><i>Sí, mirando la gráfica nada más, eh, hacemos lo que también aquí en la tablita aparece, que al aumentar una cantidad la otra disminuye me dice que ya no es de proporcionalidad directa.</i></p>	<p><i>Pareciera que esta debiera ser de proporcionalidad directa por la constante de proporcionalidad.</i></p>

En la figura 3 y la tabla II se puede advertir que el argumento 1 y 2 sostienen la misma conclusión (la gráfica no es de proporcionalidad directa), mientras que el argumento 3 es contrario (la gráfica es de proporcionalidad directa) pues aquí el profesor reconoce la constante de proporcionalidad en la expresión general  $y = kx$  con el valor  $k = -\frac{1}{2}$ . La conciencia de los diferentes argumentos usados lo conduce a decidirse por uno, por lo que sostiene su postura en la siguiente definición:

Por definición nomás decimos que: al aumento de una, la otra aumenta de la misma manera. A la disminución de una, la otra disminuye de la misma forma. Según lo que vemos aquí, una aumenta y la otra disminuye, entonces, esa sería la única forma de decir que no es de proporcionalidad directa.

Esto indicó que en el momento del acontecimiento esta confrontación no fue aceptada por el profesor, por lo que, a pesar de las propias representaciones y análisis contradictorios, prefiere volver a aquel conocimiento que ha aprendido y validado en la formación y la experiencia.

¿Qué produjo la confrontación de argumentos? Además, ¿cómo es que las diferentes representaciones regulan la hegemonía de un tipo de argumento y, además, estos se llegan a contradecir? Las respuestas a estas preguntas fueron explicadas principalmente por las categorías de los ‘Significados’ (Tabla III) y ‘Cómo argumenta’ (Figura 4), generadas a partir de los argumentos y la definición dados por el profesor.

TABLA III  
Categoría de ‘Significados’

<i>Significados</i>	<i>Forma de análisis asociada</i>
<i>“de la misma manera”</i>	<p>Expresa un referente hegemónico para determinar proporcionalidad directa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se espera el mismo comportamiento de las variables: ambas aumentan o ambas disminuyen. Análisis del <i>cómo</i> cambia</li> <li>– asociado a un análisis individual de las magnitudes: razonamiento inter (duplicidad) y diferencias. Análisis del <i>cuánto</i> cambia</li> </ul>
El comportamiento contrario implica proporcionalidad inversa	<p>Expresa un referente para determinar proporcionalidad inversa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Cómo cambia</i>: una aumenta, la otra disminuye</li> <li>– expresión algebraica asociada: <math>\frac{y}{k} = x</math></li> <li>– se asocia a la pendiente obtusa de la recta</li> </ul>
El paso de la recta por el origen implica proporcionalidad directa	<p>Expresa un referente visual de comparación, pero no decisivo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– analiza si la recta cruza o no el punto (0,0)</li> </ul>
La constante de proporcionalidad directa siempre es positiva	<p>Expresa un referente cuantitativo, pero no decisivo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– existencia de un factor <math>k</math> que cumple <math>kx=y</math> (multiplicativo)</li> <li>– identificación de un valor constante en cada magnitud: mismo valor implica proporcionalidad directa</li> <li>– el factor negativo no tiene un significado</li> </ul>

La primera columna de tabla anterior expone una serie de significados que usa el docente para determinar respuestas, construir argumentos y validar conocimientos en los estudiantes. Los cuatro significados están articulados, se implican uno al otro, pero el de mayor peso es la frase corta “de la misma manera”, ya que determinó en el docente el no aceptar la confrontación de sus argumentos y suponer que algo de la actividad estaba mal planteado. Es este argumento con el que identifica que las variables de la gráfica no varían “de la misma manera”, sino que lo hacen de manera contraria, por lo tanto, la gráfica no representa una situación de proporcionalidad directa. Aunque la gráfica pasa por el origen, este significado no es suficiente para determinar la proporcionalidad directa, sino el hecho de que la variación “de la misma manera” no se cumple. Esto expresa, la hegemonía de dicho significado.

La segunda columna deja ver a mayor detalle que la confrontación está asociada a conocimientos válidos (por ejemplo, el análisis del *cómo* y *cuánto* cambia), pero desarticulados (por ejemplo, conceptos de proporcionalidad directa e inversa), así como a representaciones algebraicas que han perdido significado ( $\frac{y}{k}=x$ ) y a símbolos que no significan nada (signo negativo de la constante de proporcionalidad). Si bien el profesor no fue consciente de esto al momento de la confrontación, la perturbación a sus conocimientos provocó la duda (Dewey, 1989). En las siguientes entrevistas el profesor se dispuso a tomar acción para validar sus conocimientos. Esa actitud fue la que permitió el desarrollo del proceso reflexivo.

La categoría ‘Cómo argumenta’ detalla otras características de los significados, es decir, cómo se presentan (propiedades) y en qué representación (dimensiones), ya que algunos análisis como de la variación de las variables, no fue propia de la representación gráfica (Figura 3.a), sino también de la representación en tabla (Tabla II: Argumento 2); mientras que la interpretación de la constante de proporcionalidad solo apareció en la expresión algebraica (Tabla II: Argumento 3).

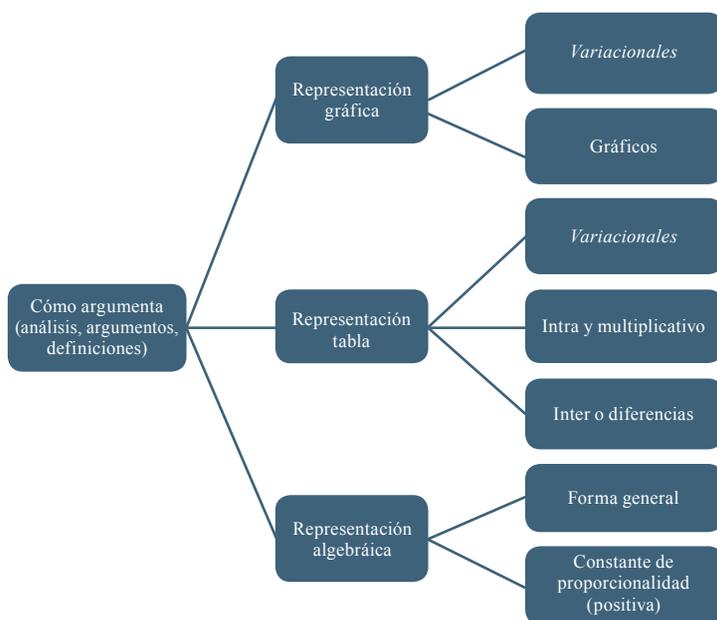


Figura 4. Categoría ‘Cómo argumenta’

Estas observaciones permitieron conocer a detalle los tipos de razonamientos que pone en juego el docente en cada representación, así como algunas articulaciones o desarticulaciones entre ellos. Por ejemplo:

- El razonamiento multiplicativo siempre está acompañado del razonamiento intra (relación  $\frac{y}{x}$  para cada par de valores), ya que este permite encontrar un factor  $k$  cuya verificación como factor de proporcionalidad implica el cumplimiento de la multiplicación:  $k*x=y$ , para cada par de valores. De esta forma, dicha multiplicación  $k*x=y$  se presenta como de mayor peso que solo encontrar la razón  $\frac{y}{x}$ . En otras palabras, la razón constante  $\frac{y}{x}$  no es suficiente para determinar proporcionalidad, sino el resultado de la operación  $k*x=y$ .
- El razonamiento inter se presenta como el análisis del cambio de los valores en  $x$  que se corresponde con la forma de cambio de los valores en  $y$ . Es decir, si la variable  $x$  cambia de dos en dos, la variable  $y$  también tiene que cambiar de dos en dos para que exista una relación proporcional. Esto es, tienen que cambiar en la misma cantidad, y si sucede, ese valor se interpreta como la constante de proporcionalidad.
- En las gráficas, el paso de la recta por el origen es un referente de proporcionalidad directa siempre y cuando la recta tenga pendiente positiva o se cumpla el análisis variacional esperado: si una variable aumenta, la otra también aumenta de la misma manera. Dicho referente gráfico y variacional implican la existencia de un factor de proporcionalidad.
- En la expresión algebraica, la forma general  $y=kx$  es la representación de proporcionalidad directa, ya que la ordenada al origen es cero. En esta expresión,  $k$  es la constante de proporcionalidad si y solo si es positiva. No existe la constante negativa porque ni la definición ni la expresión general refieren a un valor  $-k$ .

Ambas categorías sistematizan el conocimiento del profesor al momento de la confrontación. De esta manera, las categorías, con sus respectivas articulaciones entre ellas dejan ver cómo es la base de significados, procedimientos y argumentos del docente respecto de la proporcionalidad directa que regulan su práctica de enseñanza.

Así, el estado inicial de las categorías describe la relación del profesor con su conocimiento proporcional, por lo que el cambio en esa relación implicó una evolución de ellas. Antes de presentar la evolución, presentamos la resignificación, es decir, el proceso que llevó a esa evolución.

#### 4.2. La resignificación

La resignificación tuvo lugar por los siguientes aspectos: el análisis de definiciones de proporcionalidad directa e inversa, la aparición de confrontaciones intermedias y las validación o refutación de argumentos. Este momento inició cuando el profesor

tomó acción y recurrió a sus fuentes de confianza para validar sus argumentos. En las cinco entrevistas (Figura 5), la resignificación se desarrolló como sigue:

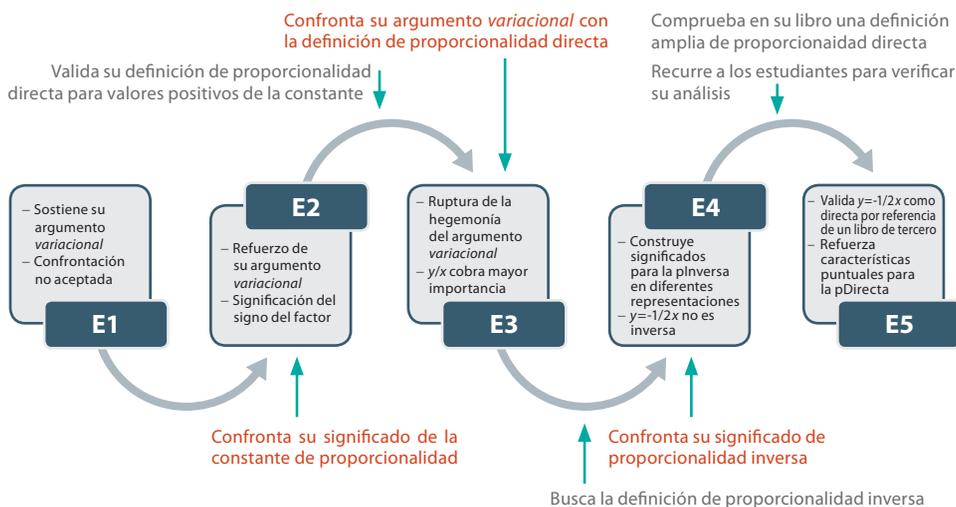


Figura 5. Confrontaciones intermedias, acciones del profesor y resignificaciones

- Se analizó una definición de proporcionalidad directa tomada de una tarea de sus estudiantes (Entrevista 2). Esta definición no la dio el profesor en la clase, la encontraron los estudiantes en alguna fuente. La definición permitió analizar las características del factor de proporcionalidad directa de donde se resaltó que no se especificaba de qué signo debía ser. En este momento, la toma de conciencia de que el factor podría ser negativo fue interpretado como incumplimiento de su propia definición, que lo condujo a reforzar la hegemonía de su argumento *variacional* (Argumento 1 y 2).
- Se analizó una tabla de valores (Entrevista 3) en la que el profesor determina que no es de proporcionalidad directa porque los valores de la variable  $x$  cambiaban de 5 en 5, mientras que los valores de la variable  $y$  cambiaban de 6 en 6; es decir, no cambiaban “de la misma manera”. Al solicitar la constante de proporcionalidad, el profesor encuentra sin dificultad que se trata de la razón constante  $\frac{6}{5}$ , lo cual produce un cambio de argumento y concluye que la tabla representa proporcionalidad directa. De esta manera, se genera una ruptura del argumento *variacional* asociado al significado “de la misma manera” y cobra relevancia la búsqueda del factor constante (positivo) para determinar si una situación es de proporcionalidad.

- Se analizó una definición de proporcionalidad inversa consultada por el profesor en otra fuente (Entrevista 4). En esta definición se especificaba cómo analizar el comportamiento de las variables (cuando una variable aumenta, la otra disminuye), cómo obtener la constante de proporcionalidad inversa ( $y * x = k$ ), y cuál es la expresión algebraica asociada ( $y = -\frac{k}{x}$ ). Estas características le permitieron confirmar que la gráfica de la actividad inicial (Figura 3.a) no era de proporcionalidad inversa, aunque todavía no podía confirmar si era de proporcionalidad directa ya que el signo negativo de la constante todavía no tenía un significado.
- En la entrevista 5, fue la significación del signo negativo lo que le permitió aceptar que sus argumentos a la actividad inicial se contradecían y sus significados debían ser cambiados. Esta significación provino de consultar en su libro de texto de referencia, no vigente, la familia de rectas que genera la función  $y = mx$ , donde  $m$  determina la inclinación de la recta. Esto condujo a la validación de la función  $y = -\frac{1}{2}x$  como una relación de proporcionalidad directa.

Así, esta resignificación se caracterizó, principalmente, por la ruptura del argumento hegemónico (“de la misma manera”), una articulación de razonamientos (variacional, inter, intra), la construcción de referentes para la proporcionalidad inversa y la significación del factor negativo. Si bien estas nuevas formulaciones no provienen de documentos teóricos, sí provienen de fuentes que eran familiares para el profesor, lo cual tuvo un rol importante en esta primera fase del proceso para que el docente aceptara la confrontación de argumentaciones e introdujera nuevos significados y relaciones, aunque estos estuvieran basados en una racionalidad de conceptos.

#### 4.3. *El cambio de relación con el conocimiento matemático*

El cambio de relación con el conocimiento matemático del profesor se comienza a manifestar cuando acepta la confrontación de sus argumentaciones y significa la constante negativa como determinante de proporcionalidad directa. Esto produce que concluya que la gráfica de la actividad inicial es de proporcionalidad directa, pero ya no solo por la obtención de la constante, sino también porque tiene referentes para reconocer diferentes representaciones de proporcionalidad inversa. Estas modificaciones a la base de conocimientos es lo que le permite al profesor construir una *razón de hacer*, es decir, los argumentos para modificar la enseñanza de la proporcionalidad directa, comenzando con un cambio en la hegemonía de la expresión “de la misma manera”. Cabe mencionar que esta expresión no es eliminada, sino transformada. En la entrevista 3 al comprobar

la insuficiencia del argumento variacional, el profesor advierte que la constante  $k = \frac{y}{x}$  es un referente suficiente para concluir la proporcionalidad directa, por lo que la expresión “de la misma manera” comienza a referirse al carácter constante de esa razón, que implica la relación de las magnitudes más que el análisis del comportamiento de cada variable. De esta manera, la constante de proporcionalidad comienza a posicionarse como el argumento hegemónico.

A continuación, se presenta el estado final de las categorías de los ‘Significados’ y de ‘Cómo argumenta’, que refiere al cambio de relación sobre el conocimiento proporcional. Respecto a los significados, se puede notar que se trata de conocimientos que se han robustecido o transformado (Figura 6); mientras que en la categoría ‘Cómo argumenta’, se trata de una integración de la proporcionalidad inversa (Figura 6) al esquema de la proporcionalidad directa (Figura 4). Si bien este contenido no se aborda en todos los grados del nivel secundario, su incorporación brinda referentes de comparación y delimitación respecto de la proporcionalidad directa.

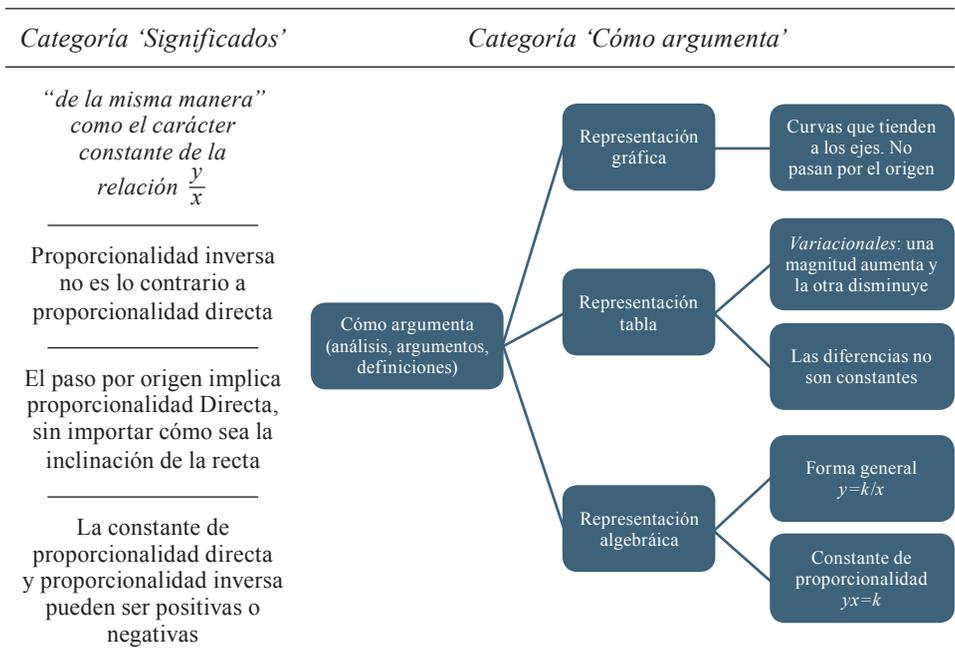


Figura 6. Evolución de categorías: estado final

En estas categorías finales se evidencia una conciencia mayor sobre la proporcionalidad directa, ya que la base de estos conocimientos se ha ampliado y articulado. Aunque la racionalidad de la matemática escolar se mantiene, no se

mantienen los significados, las hegemonías, las articulaciones, ni las relaciones presentes en las categorías iniciales, ya que incluso los razonamientos de la categoría ‘Cómo argumenta’ cambian de rol y de importancia al momento de realizar un análisis. Este hecho, resulta fundamental para la comprensión de lo que se resignifica incluso dentro de una misma racionalidad.

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis anterior deja ver un proceso de reflexión sobre la matemática escolar orientado por la TSME. En esta primera fase del estudio se provocó una confrontación inicial que hizo al profesor tomar conciencia del estado de su conocimiento matemático relacionado con la proporcionalidad escolar, específicamente, de los significados y argumentaciones que ponía en juego para resolver problemas, así como en la enseñanza. El análisis nos permitió dar cuenta de que la confrontación no fue única, el proceso reflexivo desató varias confrontaciones intermedias y necesarias para resolver la confrontación inicial. Lo anterior evidenció una desarticulación de conocimientos de la cual no había una conciencia, ya que esta desarticulación es preservada por los significados limitados expuestos y por la costumbre didáctica. Como ejemplo de esto último, el profesor llega a expresar el olvido de algunos conocimientos al tener presente solo los que corresponden a los grados escolares donde enseña.

Por ejemplo, estaba yo ahí: “¿Cómo no puedo llegar a esa parte, no? Si ya me la sabía”. Hay cosas que ya de repente no las practica uno y va dejando uno de interesarse en esa parte que más debe saber bien, porque no se vale decir: “pues casi no lo manejamos”, ¿no?

Por otra parte, las resignificaciones fueron promovidas por las acciones del profesor, desde las que buscaba la validación de sus conocimientos, y tales resignificaciones no fueron aceptadas hasta lograr una articulación de los argumentos y significados que produjeron la confrontación inicial. Esto indica que, al confrontarse, el profesor también toma conciencia de su desconexión con la matemática que enseña, ya que recurre a argumentos y significados que no le permiten responder congruentemente. De esta manera, la desatención a su formación matemática es producto tanto de la desarticulación como de una disminución de esa responsabilidad respecto a su formación. De la primera, porque los conocimientos desarticulados tienen la característica de tener un valor de verdad no cuestionable; y de la segunda, por la desconfianza en el conocimiento profesional promovido por la desvalorización docente. El extracto anterior evidencia también la conciencia del profesor respecto a la necesidad de revisar sus conocimientos matemáticos.

Así, para el profesor del estudio fue la articulación de conocimientos (significados, procedimientos y argumentos) lo que le permitió tanto reconstruir su base de conocimientos como conectarse de nuevo con la matemática que enseña. La resignificación, por tanto, promovió una responsabilidad sobre la propia formación matemática, donde las fuentes de validación de conocimientos cobraron mucha relevancia.

Dicha aceptación de la confrontación y las resignificaciones expresaron el cambio de relación con el conocimiento matemático. El signo más relevante de este cambio es la ruptura de una hegemonía y la elección de otra. Es precisamente esta ruptura la que nos permitió identificar una autonomía del profesor sobre sus conocimientos, pues teniendo otros referentes para determinar la proporcionalidad directa, es la existencia de la constante lo que elige como herramienta para un primer análisis. El cambio de relación, entonces, manifiesta un compromiso con la formación matemática y el desarrollo de la autonomía sobre los conocimientos matemáticos. Es de esta manera, que podemos decir que el profesor vivió un proceso reflexivo que abona a su profesionalización docente desde el *cómo* y *qué* enseñar.

Aun así, con este estudio no podemos asegurar que el profesor haya desarrollado una Práctica Reflexiva respecto de la matemática escolar, pues esta competencia profesional requiere un saber hacer que no fue atendido aquí; sin embargo, las confrontaciones vividas dan indicios de cómo ganar habilidad en ese saber hacer. Como menciona Bazán (2007) se trata de problematizar las posturas existentes.

## 5. CONCLUSIONES

Un proceso de reflexión de la matemática escolar no puede solo considerar los conocimientos que se involucran, sino también las actitudes, preocupaciones, emociones que vive la persona durante el proceso, ya que esos aspectos son los que determinan que el profesor cambie o no su relación con el conocimiento matemático.

Aunque este escrito solo presenta resultados de la fase 1, nos ha permitido comprender que la reflexión del profesor sobre la matemática escolar tiene procesos profundos. Por ejemplo, tomar conciencia de la relación al conocimiento matemático ha implicado más de una confrontación y ha facilitado la transición hacia conocimientos más articulados. Aunque en esta fase todavía se está en la racionalidad del discurso matemático escolar, el conocimiento de sus características ha dejado una puerta abierta para la presentación e incorporación de otra racionalidad.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akbari, R. (2007). Reflections on reflection: A critical appraisal of reflective practices in L2 teacher education. *System*, 35 (2), 192-207. <https://doi.org/10.1016/j.system.2006.12.008>
- Báez, M. & Farfán, R. (2015). La matemática escolar como objeto de reflexión docente. Aspectos para su desarrollo. *Memorias del Vigésimo noveno de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Alicante, España.
- Báez, M. y Farfán, R. (2017). Reflexionar sobre la matemática escolar. Una ruta socioepistemológica. En L. Serna (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 1037-1045.
- Bazán, D. (2007). Autonomía profesional y reflexión docente. *El oficio del pedagogo. Aportes para la construcción de una práctica reflexiva en la escuela*, Cap. IV, p. 93-117. Homo Sapiens Ediciones.
- Binti, S. (2010). An exploration of mathematics teachers' reflection on their teaching practices. *Asian Social Science*, 6(5), 147-152.
- Campechano, (2006). Elementos para interpretar los significados de las acciones en las prácticas educativas. En R. C. Perales (coord.), *La significación de la práctica educativa*, 19-53. México: Paidós.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Estudios sobre construcción social de conocimiento. (1ª Edición). Mexico: Gedisa.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* 7(3), 91-116. Recuperado a partir de <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/149>
- Cánovas, C. (2007). Reflexión de la práctica docente en un proceso innovador. *Revista electrónica "Actualidades investigativas en educación"*, 7(3), 1-19.
- Chapman, O. (2014). Understanding mathematics education through teachers' perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17, 199-200. [doi.org/10.1007/s10857-014-9278-3](https://doi.org/10.1007/s10857-014-9278-3).
- Climent, N., Romero-Cortés, J., Carrillo, J., Muñoz-Catalán y M., Contreras, L. (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un video de aula? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16 (1), 13-36.
- Davini, Ma. C. (1995). *La formación docente en cuestión: política y pedagogía*. Buenos Aires, Paidós.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre el pensamiento y el proceso educativo*. Barcelona, Buenos Aires, México: Paidós.
- Díaz, V. (2006). Formación docente, práctica pedagógica y saber pedagógico. *Laurus*, 12, 88-103.
- Dolores, C.; García, M.; Hernández, J. y Sosa, L. (Eds.) (2014). *Matemática Educativa: la formación de profesores*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Domingo, A. y Gómez, M. V. (2014). *La práctica reflexiva. Bases, modelos e instrumentos*. Madrid, España: Narcea, S. A. de Ediciones.
- Edwards, G. & Thomas, G. (2010). Can reflective practice be taught? *Educational Studies*, 36(4), 403-414.
- Freire, P. (1973). *Pedagogía del oprimido*. (11ª edición). México: Siglo XXI Editores.
- Freire, P. y Shor, I. (1986). Miedo y osadía: lo cotidiano del profesor. Madrid, España: Siglo XXI Editores.
- García, M., Sánchez, V. y Escudero, I. (2007). Learning through reflection in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 1-17. [doi.org/10.1007/s10649-006-9021-9](https://doi.org/10.1007/s10649-006-9021-9)
- Guichot, V. (2013). La capacidad reflexiva, factor esencial de la identidad profesional del profesorado: Reflexiones en torno a las propuestas de John Dewey y Martha Nussbaum. *Cuestiones Pedagógicas*, 22, 183-202.
- Jaworski, B. (1993). The Professional Development of Teachers — The Potential of Critical Reflection. *British Journal of In-Service Education*, 19:3, 37-42. <https://doi.org/10.1080/0305763930190307>
- Kwon, N.Y. & Orrill, Ch. H. (2007). A comparison study of a teacher's reflection. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and XXXth Annual Meeting of the North American Chapter of PME*, 1, 352.

- Latorre, M. (1992). *La reflexión en la formación del profesor*. Tesis de doctorado. Universitat de Barcelona. España.
- Lozano, I. y Levinson, B. (2018). El docente de secundaria ante las reformas educativas en México. De apóstol a empleado desechable. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 18(1), 1-23. DOI: 10.15517/aie.v18i1.31656
- Parada, E. y Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83-113. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1714>
- Perales, R. (2006). *La significación de la práctica educativa*. México: Paidós.
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica Reflexiva en el oficio de enseñar*. España: Graó.
- Ponte, J. & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L. English, M. B. Bussi, G. A. Jones, R. A. Lesh, B. Sriraman, & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education*. New York, NY: Routledge.
- Ramos, E. (2014). *Reflexión docente sobre la enseñanza del álgebra en un curso de formación continua*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Granada.
- Revilla, D. (2010). La práctica reflexiva durante el desarrollo de la práctica pre – profesional docente. *Congreso Iberoamericano de Educación. Metas educativas*. Buenos Aires, Argentina.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa para la transformación y la mejora educativa*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México.
- Sánchez, M. (2010). *How to stimulate rich interactions and reflections in online mathematics teacher education?* PhD Dissertation. Roskilde University, Denmark. ISSN: 0106-6242.
- Sañudo, L. E. (2006). El proceso de significación de la práctica como sistema complejo. En R. C. Perales (coord.), *La significación de la práctica educativa*, (19-53). México, Paidós.
- Schön, D. A. (1998). *El profesional reflexivo: cómo piensan los profesionales cuando actúan*. España, Paidós.
- Sennet, R. (2009). *El artesano*. Barcelona, Anagrama.
- Smyth, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, 294 (14), 275-300. Recuperado de: <https://www.educacionyfp.gob.es/revista-de-educacion/numeros- revista-educacion/numeros-antteriores/1991/re294/re294-14.html>
- Torres, C. A. (1980). *Paulo Freire. Educación y Concientización*. España: Ediciones Sígueme.
- Tzur, R. (2001). Becoming a mathematics teacher-educator: Conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259-283.
- Walshaw, M. (2010). Mathematics pedagogical change: rethinking identity and reflective practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (6), 487-497. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9163-7>
- Zeichner, K. (1993). El maestro como profesional reflexivo, *Revista de Pedagogía*, 220, 44-49. Barcelona: Fontalba.

## Autoras

---

**Mayra Báez Melendres.** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, CINVESTAV. México. 0000-0001-8550-1602 [mbaez@cinvestav.mx](mailto:mbaez@cinvestav.mx)

**Rosa María Farfán Márquez.** Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, CINVESTAV. México. 0000-0003-1229-8521 [rfarfan@cinvestav.mx](mailto:rfarfan@cinvestav.mx)