Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

ReLIME

ISSN 1665-2436 | eISSN 2007-6819

Vol. 29, e677

Artículo

https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

Significados negociados por profesores de matemáticas en ejercicio sobre estimación y medición de longitudes rectilíneas

Negotiated Meanings of In-Service Mathematics Teachers Regarding the Estimation and Measurement of Rectilinear Lengths

Jenny Millán-Hernández

Universidad Industrial de Santander, Colombia.

Sandra Parada-Rico

Universidad Industrial de Santander, Colombia.

Resumen

Esta investigación-acción colaborativa, fundamentada en Reflexión-y-Acción en Comunidades de Práctica, tuvo como objetivo caracterizar los significados que negocian profesores en ejercicio sobre la estimación y medición de longitudes rectilíneas en procesos de reflexión orientados por la atención a la diversidad en la clase de matemáticas. El estudio se desarrolló en un diplomado de formación docente con un subgrupo de profesoras de básica primaria que planificaron, implementaron y reflexionaron sobre actividades con billetes colombianos. Los resultados muestran una comprensión inicial ingenua de la estimación, luego reconfigurada como proceso previo al uso de instrumentos de medida, y una comprensión inicial del largo y ancho ligada a la posición espacial, posteriormente reelaborada hacia el reconocimiento de la invariancia geométrica y métrica del rectángulo. El artículo presenta los significados negociados asociados al pensamiento matemático docente y su relación con formas de acceso, participación y expresión en la medición de longitudes.

Palabras clave:

- *Reflexión docente*
- *Pensamiento Matemático*
- *Longitud rectilínea*
- *Atención a la diversidad*
- *Comunidades de práctica*

Cómo citar:

Millán-Hernández, J. y Parada-Rico, S. (2026). Significados negociados por profesores de matemáticas en ejercicio sobre estimación y medición de longitudes rectilíneas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *29*, e677. https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

Recepción: 27/06/2025 Aceptación: 10/09/2026 Publicación: 16/10/2026

Abstract

This collaborative action research, grounded in Reflection-and-Action in Communities of Practice, aimed to characterize the meanings negotiated by in-service teachers regarding the estimation and measurement of rectilinear lengths in reflection processes oriented toward attention to diversity in mathematics class. The study was conducted within a teacher education diploma program with a subgroup of primary school teachers who planned, implemented, and reflected on activities involving Colombian banknotes. The results show an initial naive understanding of estimation, later reconfigured as a process prior to the use of measuring instruments, as well as an initial understanding of length and width linked to spatial position, later reformulated toward the recognition of the geometric and metric invariance of the rectangle. This article presents the negotiated meanings associated with teachers' mathematical thinking and its relationship with forms of access, participation, and expression in the measurement of lengths.

Keywords

- *Teacher reflection*
- *Mathematical thinking*
- *Straight-line length*
- *Diversity in education*
- *Communities of practice*

Resumo

Esta pesquisa-ação colaborativa, fundamentada na Reflexão-e-Ação em Comunidades de Prática, teve como objetivo caracterizar os significados negociados por professores em exercício sobre a estimativa e a medição de comprimentos retilíneos em processos de reflexão orientados para a atenção à diversidade na aula de matemática. O estudo foi desenvolvido no contexto de um diplomado de formação docente com um subgrupo de professores dos anos iniciais que planejaram, implementaram e refletiram sobre atividades com cédulas colombianas. Os resultados mostram uma compreensão inicial ingênua da estimativa, posteriormente reconfigurada como um processo anterior ao uso de instrumentos de medida, bem como uma compreensão inicial de comprimento e largura vinculada à posição espacial, depois reformulada em direção ao reconhecimento da invariância geométrica e métrica do retângulo. Este artigo apresenta os significados negociados associados ao pensamento matemático dos professores e sua relação com formas de acesso, participação e expressão na medição de comprimentos.

Palavras-chave

- *Reflexão docente*
- *Pensamento matemático*
- *Comprimento retilíneo*
- *Atenção à diversidade*
- *Comunidades de prática*

Résumé

Cette recherche-action collaborative, fondée sur la Réflexion-et-Action dans les Communautés de Pratique, avait pour objectif de caractériser les significations négociées par des enseignants en exercice au sujet de l'estimation et de la mesure de longueurs rectilignes dans des processus de réflexion orientés vers la prise en compte de la diversité dans la classe de mathématiques. L'étude a été menée dans le cadre d'un diplôme de formation des enseignants avec un sous-groupe d'enseignants du primaire ayant planifié, mis en œuvre et analysé des activités portant sur des billets colombiens. Les résultats montrent une compréhension initiale naïve de l'estimation, ensuite reconfigurée comme un processus préalable à l'usage d'instruments de mesure, ainsi qu'une compréhension initiale de la longueur et de la largeur liée à la position spatiale, ensuite reformulée vers la reconnaissance de l'invariance géométrique et métrique du rectangle. Cet article présente les significations négociées associées à la pensée mathématique des enseignants et sa relation avec des formes d'accès, de participation et d'expression dans la mesure de longueurs.

Mots clés

- *Réflexion enseignante*
- *Pensée mathématique*
- *Longueur rectiligne*
- *Prise en compte de la diversité*
- *Communautés de pratique*

Vol. 29, e677 https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

1. Introducción

El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas requiere ser continuo y abarcar no solo contenidos disciplinares, sino también la reflexión sobre las propias prácticas pedagógicas. Diversos estudios han señalado que, con frecuencia, la formación profesoral privilegia la profundización de conocimientos matemáticos y deja en segundo plano el análisis crítico de la práctica, las estrategias de enseñanza y los contextos en que estas se desarrollan (Borko, 2004). En esta línea, la reflexión sistemática sobre la propia práctica se perfila como una vía relevante para fortalecer tanto la comprensión matemática como la efectividad de la enseñanza (Gómez y Cañadas, 2016; Seckel, 2020).

Desde esta perspectiva, el modelo de Reflexión-y-Acción (RyA) propuesto por Parada (2011) permite comprender la formación de profesores como un proceso social y reflexivo, mientras que la noción de Comunidades de Práctica (CoP) destaca el valor de la participación compartida en la construcción de conocimiento profesional (Wenger, 1998). En este marco, la negociación de significados constituye un concepto central, en tanto remite a la construcción de interpretaciones sobre la enseñanza, los objetos matemáticos y las decisiones didácticas en interacción con otros (Parada y Fiallo, 2022). En educación matemática, las CoP han sido reconocidas como escenarios fértiles para la reflexión colectiva sobre la práctica y para la negociación de significados didácticos y matemáticos vinculados con situaciones concretas de enseñanza (Krainer, 2003; Jaworski, 2006).

En el contexto colombiano, uno de los desafíos que hoy interpela con fuerza la práctica de los profesores de matemáticas es la atención a la diversidad en el aula. El Decreto 1421 de 2017 en Colombia intensifica la exigencia de responder a la diversidad escolar, aunque no siempre se ofrecen orientaciones suficientes para apoyar a los docentes en la transformación de sus prácticas (Pineda, 2018). En este horizonte, atender la diversidad no se reduce a realizar adecuaciones generales, sino que implica revisar críticamente qué se enseña, cómo se enseña y qué oportunidades de participación se generan para los estudiantes en la actividad matemática. Ello supone problematizar también los objetos matemáticos escolares y los significados que estos movilizan en el aula, pues no todos ofrecen las mismas posibilidades de acceso, exploración y comprensión.

En este escenario, la enseñanza de la estimación y la medición de longitudes rectilíneas resulta especialmente relevante, ya que involucra procesos como la comparación, el reconocimiento de atributos medibles, la elección de unidades y el uso de instrumentos de medida. Sin embargo, su enseñanza suele reducirse a procedimientos instrumentales o algorítmicos, dejando en segundo plano los significados matemáticos que sostienen la

noción de longitud y los procesos implicados en su estimación y medición. Este señalamiento dialoga con trabajos que han insistido en otorgar un lugar más explícito al razonamiento espacial en el currículo (Sinclair y Bruce, 2015) y con aportes que subrayan que la comprensión de la medición geométrica debe construirse desde el razonamiento y la construcción de significado, y no solo desde la ejecución de procedimientos (Battista, 2007). Pickreign (2007) y Rizkianto et al. (2013) muestran que estas comprensiones exigen reconocer propiedades e invariancias más allá de la aplicación mecánica de reglas.

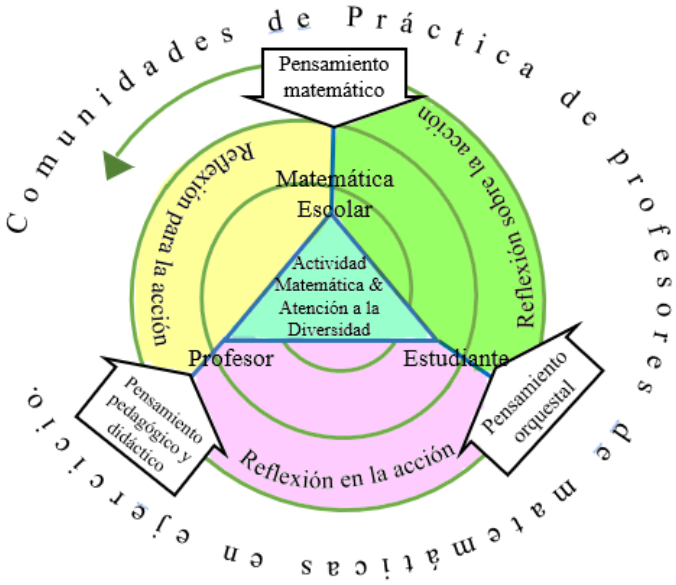
Aunque existen estudios sobre reflexión docente, CoP, razonamiento espacial y comprensión geométrica, aún son menos frecuentes los trabajos que analizan, de manera articulada, los significados que negocian profesores en ejercicio sobre la estimación y medición de longitudes rectilíneas en procesos de reflexión orientados por la atención a la diversidad. En particular, persiste la necesidad de comprender cómo, en escenarios colectivos de reflexión, los profesores reformulan sus comprensiones sobre objetos matemáticos escolares aparentemente elementales, pero conceptualmente complejos, como la estimación de medidas y la identificación de dimensiones invariantes en figuras rectangulares. En atención a ello, la pregunta de investigación que orienta el artículo es: ¿qué significados negocian profesores en ejercicio sobre la estimación y medición de longitudes rectilíneas en procesos de reflexión orientados por la atención a la diversidad en la clase de matemáticas?

2. Marco teórico y conceptual

En la Figura 1 se presentan los elementos centrales del modelo de Reflexión y Acción (RyA) propuesto por Parada (2011), articulado con el enfoque de Comunidades de Práctica (CoP) (Wenger, 1998). Esta articulación permite comprender la formación de profesores como un proceso social y reflexivo en el que se construyen significados sobre la enseñanza de las matemáticas, la actividad matemática y las decisiones pedagógicas orientadas a la atención a la diversidad. En este marco, la negociación de significados se entiende como la construcción de interpretaciones de un saber propio permeado por los saberes de los demás (Parada y Fiallo, 2022), las cuales se expresan en acciones y productos de la práctica docente.

Figura 1

Esquema adaptado del modelo R-y-A para el contexto de Atención a la Diversidad



2.1. Momentos de reflexión según el modelo RyA

Las interacciones entre profesor, estudiante y matemática escolar se despliegan en tres momentos de reflexión de la práctica docente.

- *Reflexión para la acción*: ocurre antes de la implementación analizando críticamente la actividad matemática planificada, para ajustar tareas, materiales y estrategias según las características del grupo.
- *Reflexión en la acción*: se produce durante la interacción en el aula, cuando el docente toma decisiones y realiza ajustes en tiempo real frente a situaciones imprevistas.
- *Reflexión sobre la acción*: tiene lugar después de la implementación valorando lo ocurrido, reconociendo logros y dificultades, e identificando mejoras para futuras intervenciones.

2.2. Componentes del pensamiento reflexivo

Dentro de cada uno de los momentos de reflexión, Parada (2011) distingue tres componentes del pensamiento reflexivo que se articulan en el desarrollo profesional docente.

- *Pensamiento didáctico*: este componente se articuló con la atención a la diversidad, asumida como el reconocimiento de diferencias cognitivas, sensoriales, culturales, lingüísticas y sociales, y la necesidad de ofrecer oportunidades de aprendizaje matemático significativas para todos (Parada, 2026). Para orientar la planeación y puesta en escena de las actividades, se retomaron los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) relacionados con múltiples formas de implicación, representación, acción y expresión (CAST, 2011).
- *Pensamiento orquestal*: se centró en la gestión y uso de recursos (manipulativos, artefactos tecnológicos, preguntas y diseños didácticos) en función de la actividad matemática que se buscaba promover. El término "orquestal" alude a la coordinación simultánea de múltiples elementos durante la actividad conociendo su propósito en el aula.
- *Pensamiento matemático*: implicó profundizar en el contenido desde una perspectiva conceptual y epistemológica, considerando sus constructos, propiedades, relaciones y significados. Esto le exigió al profesor dominar el objeto de conocimiento, anticipar posibles dificultades y elaborar explicaciones vinculadas con las experiencias previas de los estudiantes.

En esta investigación, el componente matemático se concentra en la estimación y medición de longitudes rectilíneas.

2.3. Consideraciones sobre la longitud rectilínea

La longitud rectilínea constituye un contenido matemático escolar cuya comprensión trasciende el uso mecánico de instrumentos y la simple asignación de un número a un objeto. Desde una perspectiva epistemológica, puede entenderse como una magnitud, es decir, como un atributo de los objetos susceptible de ser comparado, conservado y cuantificado mediante una unidad de medida (Kamii, 2006; Sánchez-Matamoros et al., 2018). En este proceso, la unidad de medida constituye un referente que permite cuantificar la magnitud y establecer la relación entre la extensión de un objeto y el número que expresa su medida. Así, comprender la longitud implicaría distinguir entre el objeto y una de sus propiedades medibles, reconociendo la relación entre magnitud, unidad y medida, sin consistir únicamente en "leer" una marca en la regla, sino en establecer una relación cuantitativa entre una extensión y una unidad de referencia.

Lo anterior, involucra procesos conceptuales como la comparación directa e indirecta, la estimación, la conservación de la longitud, la transitividad, la elección de una unidad de

medida, la iteración de dicha unidad y la relación entre número y medida (Bush, 2009; Sánchez-Matamoros et al., 2018). Tales elementos muestran que la construcción del significado de la longitud es progresiva y que no se limita a la reproducción de procedimientos rutinarios. Por ello, la enseñanza de este contenido exige generar situaciones en las que los estudiantes comparen, estimen, justifiquen y coordinen unidades con extensiones, para que la medición adquiera sentido como actividad matemática.

Esta precisión resulta fundamental porque, con frecuencia, la enseñanza de la longitud se reduce al manejo mecánico de instrumentos convencionales, particularmente la regla, o al conteo de marcas sin comprensión de lo que representa la unidad de medida. Esta reducción puede obstaculizar la construcción de significados sobre qué se mide, con qué se mide y cómo se interpreta el resultado de una medición (Drake, 2014; Kamii, 2006). En consecuencia, enseñar longitud rectilínea implica favorecer la construcción de significados sobre la magnitud involucrada y sobre los procesos que permiten cuantificarla.

En relación con la estimación, esta necesita entenderse como un proceso de anticipación razonada de una medida a partir de comparaciones, referentes y experiencias previas. Es decir, la estimación puede apoyarse en referentes de medida que permitan anticipar la magnitud de una longitud, antes de realizar su medición con una unidad convencional. Su valor matemático radica en que permite establecer relaciones entre magnitudes antes del uso de instrumentos convencionales, favoreciendo el sentido de la medida y la posterior validación de resultados (Pickreign, 2007; Rizkianto et al., 2013).

Si bien, el análisis muestra una negociación de significados en la manera en que las profesoras entienden la estimación como un proceso que precede a la medición, no se identificaron discusiones explicitas sobre la unidad de medida. Las reflexiones se centraron en anticipar la medida y luego contrastarla con instrumentos como la regla. Se hace relevante esta delimitación puesto que la comprensión de la longitud involucra la coordinación entre magnitud, unidad y medida.

Del mismo modo, la comprensión del largo y el ancho en figuras rectangulares exige reconocer que sus dimensiones no dependen de la orientación del objeto, sino de relaciones geométricas y métricas invariantes. Tal como señalan Sinclair y Bruce (2015) y Battista (2007), estas comprensiones son fundamentales para evitar asociaciones rígidas entre posición espacial y atributo medido, particularmente en contextos escolares en los que las figuras suelen presentarse bajo orientaciones convencionales.

El modelo RyA caracteriza el proceso formativo y la construcción colectiva de significados, mientras que el referente sobre longitud rectilínea aporta categorías para interpretar los significados negociados sobre su estimación y medición en la clase de matemáticas.

3. Aspectos metodológicos

La investigación se inscribe en un enfoque cualitativo interpretativo, propio de la educación matemática interesada en comprender significados, interacciones y procesos situados de enseñanza y aprendizaje (Bikner-Ahsbahs et al., 2015). Asimismo, se asume como una investigación-acción colaborativa, dado que promovió procesos sistemáticos de reflexión en comunidad sobre la práctica para favorecer comprensión y transformación (Brown et al., 2021). La comunidad no se asumió como un objeto pasivo de estudio, sino como un colectivo capaz de identificar problemáticas, construir alternativas y producir nuevos significados de manera conjunta. En coherencia con ello, la investigadora principal actuó como moderadora de la CoP, facilitando los procesos de reflexión promovidos por el modelo teórico antes descrito. A continuación, se presentan las fases del estudio.

3.1. Fase 1: Conformación de la CoP y planificación de actividades

Dado que una de las problemáticas frecuentes para atender la diversidad en el aula de matemáticas es la insuficiente formación docente para responder a las particularidades de los estudiantes (Velasco, 2022), se diseñó un diplomado como espacio de formación y reflexión dirigido a profesores de matemáticas de instituciones educativas públicas y privadas del departamento de Santander, Colombia. Este diplomado se constituyó en escenario formativo y contexto de producción de información para la investigación.

La convocatoria se realizó por medio de redes sociales, obteniendo 200 inscripciones, de las que se seleccionaron 59 docentes según criterios de disponibilidad, compromiso y necesidad de orientación por contar con estudiantes que requerían atención particularizada.

Para favorecer el trabajo colaborativo se plantearon actividades sincrónicas y asincrónicas. Las sincrónicas se desarrollaron a través de la plataforma Zoom, con sesiones semanales grupales o individuales, según el proceso. Las asincrónicas se gestionaron mediante un sitio web en el servidor de la UIS, donde se alojaron diseños didácticos, tareas y presentaciones correspondientes a las sesiones sincrónicas.

Se definieron dos tipos de intervención: i) una intervención teórica, orientada al desarrollo profesional docente, basada en conferencias, talleres y actividades enfocadas en la

atención a la diversidad en la enseñanza de distintos objetos matemáticos; y ii) una intervención práctica, centrada en el análisis, adaptación e implementación de diseños didácticos construidos para atender la diversidad, sustentados en los principios del DUA y organizados según criterios de progresividad del objeto matemático (Parada, 2026).

3.2. Fase 2: Procesos de reflexión e intervención

La intervención teórica contempló conferencias y talleres que aportaron recursos didácticos para atender la diversidad al enseñar diferentes objetos matemáticos. Cada actividad teórica se fundamentó en problemáticas reportadas en la formación continua de profesores de matemáticas (Montes et al., 2021; Malaspina, 2023). El objetivo central de estas actividades fue que los docentes reflexionaran colectivamente y movilizaran su pensamiento matemático, didáctico y orquestal, de acuerdo con el modelo RyA.

En la intervención práctica, cada docente debía seleccionar un diseño didáctico, analizarlo, adaptarlo a las características de sus estudiantes y experimentarlo en secuencias de clase. Cada diseño se organizó en cuatro momentos, de manera que el objeto matemático abordado pudiera trabajarse en niveles crecientes de complejidad. A partir de la sesión 12, se conformaron cinco grupos de trabajo organizados por grados escolares: dos grupos de Básica primaria (1º–3º, 4º–5º) y tres de Básica secundaria (6º–7º, 8º–9º, 10º–11º). Cada grupo seleccionó un diseño didáctico para analizar, adaptar, planear e implementar en su respectivo contexto, con el acompañamiento permanente de la moderadora. Durante la implementación, los docentes compartieron avances, ajustes y dificultades con la CoP, completando así el proceso de negociación de significados.

Para el seguimiento y recolección de datos se seleccionó un grupo de estudio bajo los siguientes criterios: i) asistencia sostenida a las primeras sesiones; ii) alto compromiso en las actividades; y iii) constancia reflexiva en sus intervenciones. Con base en estos criterios, se focalizó el estudio en un subgrupo de básica primaria conformado por tres profesoras licenciadas en matemáticas, con experiencia docente en instituciones privadas, quienes trabajaron específicamente con el diseño "¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?", orientado a la enseñanza de la longitud rectilínea y sus procesos de medición (Hernández et al., 2024). Para el estudio se asignaron los seudónimos Mónica, Elisa y Ana.

La recolección de información se realizó a partir de las siguientes fuentes, las cuales constituyeron el conjunto de datos para el análisis y, al mismo tiempo, favorecieron la reflexión de las participantes sobre su propia práctica:

- videograbaciones de las implementaciones en el aula, para capturar interacciones y decisiones en tiempo real;
- grabaciones de encuentros grupales de reflexión en la CoP;
- registros individuales, producidos durante los momentos de reflexión para y sobre la acción;
- documentos cosificados, tales como diseños adaptados, planeaciones, rutas cognitivas e informes finales.

La totalidad de los registros audiovisuales fue transcrita para su posterior análisis. Dado que el estudio se centró en tres casos y se contó con un conjunto de datos acotado y manejable, fue posible realizar un seguimiento detallado de las trayectorias de reflexión de cada docente y de los significados que fueron negociando a lo largo del proceso.

3.3. Fase 3: Sistematización de datos

Una vez recolectados, los datos se reorganizaron en carpetas y se transcribieron según los tres momentos de reflexión del modelo RyA: reflexión para la acción, en y sobre la acción. Esta organización permitió disponer de un conjunto de datos suficiente y coherente con el referente teórico, lo que facilitó la identificación de evidencias de negociación de significados en los procesos de reflexión de las docentes.

La sistematización se realizó inicialmente de manera individual, con el propósito de reconocer transformaciones a lo largo del proceso en cada participante. Posteriormente, se seleccionaron episodios que evidenciaban discusiones con potencial analítico para mostrar cambios en el pensamiento docente, toma de decisiones didácticas, modificaciones en las actividades en función de la diversidad del aula e influencia de las intervenciones de los estudiantes en las reflexiones de las profesoras.

A partir de este proceso se consolidó el seguimiento de tres profesoras (Mónica, Elisa y Ana), cuyas trayectorias ofrecían evidencias continuas de negociación de significados a lo largo de los distintos momentos de reflexión.

3.4. Fase 4: Caracterización de los significados negociados

El análisis de los datos articuló los elementos orientadores del marco teórico con las categorías emergentes de la información recolectada. Para ello se recurrió al análisis del discurso y al análisis narrativo (González-Teruel, 2015), con el fin de interpretar tanto las interacciones de las docentes como sus relatos sobre experiencias, aprendizajes y reflexiones durante la implementación.

Vol. 29, e677 https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

A partir de una lectura completa de transcripciones y documentos, organizados según los momentos de reflexión, se establecieron como categorías iniciales los tres pensamientos del modelo RyA (Parada, 2011): matemático, didáctico y orquestal.

En este nivel, se definieron subcategorías orientadas por los aspectos conceptuales de la longitud rectilínea desarrollados en el marco teórico: la comprensión de la longitud como magnitud, la relación entre objeto, magnitud, unidad y medida, y procesos como comparación, estimación, conservación, iteración de la unidad y reconocimiento de la invariancia de las dimensiones (Bush, 2009; Drake, 2014; Kamii, 2006; Sánchez-Matamoros et al., 2018).

La codificación y el análisis se realizaron de manera manual, mediante lecturas, identificación de unidades de sentido, marcación por colores de fragmentos asociados a categorías y subcategorías, y elaboración de matrices de seguimiento y comparación entre fuentes y momentos de reflexión (como se muestra en la Figura 2).

En este proceso se triangularon los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), los objetivos del diseño implementado y las lecturas reiteradas de las transcripciones y documentos. Esta triangulación permitió relacionar los significados sobre longitud con decisiones de planeación y puesta en escena orientadas a la atención a la diversidad.

Figura 2

Esquema de colores en categorías y subcategorías emergentes por pensamiento

Categoría	Color	Subcategorías
Pensamiento matemático	Azul	Reconocer la estimación como proceso de medida
	Verde	Reconocimiento de las cualidades en los rectángulos
Pensamiento didáctico	Amarillo	Modificación de las metodologías de enseñanza
Pensamiento orquestal	Rosado	Uso de la regla para las tecnologías digitales

Con el fin de seguir la trayectoria de cada subcategoría a lo largo del proceso, se construyó una matriz de seguimiento como se observa en la Figura 3 que cruzó las fuentes de información, los momentos de reflexión y las subcategorías. Esta matriz permitió visualizar con mayor precisión en qué etapas y a través de qué evidencias se configuraban, transformaban o consolidaban los significados negociados.

Figura 3

Seguimiento: documentos/momentos de reflexión vs. subcategorías

Categoría	Subcategoría	Momentos	¿Dónde?	Evidencias
Pensamiento matemático	Considera la estimación y aproximación como procesos de medida.	Para	Análisis	¿Domina el objeto matemático que se abordará en el diseño?, ¿qué dudas tiene? Rta: Sí, puedo decir que el tema lo domino muy bien, me queda una duda sobre la estimación de las medidas, ya que no comprendí muy bien la indicación que se daba para medir o estimar objetos sin utilizar la regla. Para usted, ¿qué es la medida? Rta: Es asignarle un valor numérico a una longitud haciendo uso de la regla, metro, cartabón, o cualquier instrumento.
			Socialización analisis	… y bueno, me adelanto a decir que yo no sabía que estimar era algo válido como medir, entonces había colocado que medir era solo con un objeto, en este caso la regla, pero sí, sería un primer acercamiento. Yo tengo niños de cuarto, entonces sería explicar la medición a partir de estimación antes de la regla.
			Planeación	Respecto a los ejercicios 3, y 4 del Nivel 4 se resolverá con ayuda de todos de tal manera que los estudiantes del Nivel 3 también tengan la experiencia de estimar el largo de los billetes, en este momento se escuchan opiniones e inquietudes de los estudiantes sobre sus aproximaciones, para que de esta manera los estudiantes del Nivel 4 puedan dar respuesta a estas preguntas sin usar la regla.
			Socialización planeación	Ya en el nivel 3 en el momento 1, traigo otra vez, pues a consideración lo que habíamos comentado entre las compañeras, que en este caso pues sería bueno que primero estimaran practicarán como esa habilidad de estimar, porque a veces uno cree que digamos el atinar o el aproximar es algo como sencillo, pero para los estudiantes a veces es como difícil decir, pero bueno, profe, ¿yo cómo voy a estimar o dar un valor si ni siquiera le he medido? Entonces es bueno como practicar esa parte. Y luego si llevarlo a lo concreto en donde pues se den como turno bueno digamos 30 segundos para que cada uno vaya y mirar.
			Ruta cognitiva planeada	No coloca palabras claves o indicios de estimación.

Finalmente, se seleccionaron de manera intencional aquellos episodios que resultaban más significativos para evidenciar transformaciones en el pensamiento de las profesoras, cambios en sus decisiones de enseñanza, influencia de las intervenciones de los estudiantes y procesos de negociación de significados en la CoP. En este artículo se presenta específicamente la caracterización de los significados negociados en el pensamiento matemático, atendiendo a su relación con las orientaciones para atender la diversidad en la enseñanza de la medición. El análisis de los pensamientos didáctico y orquestal fue desarrollado ampliamente en Millán (2025).

4. La estimación como proceso previo a la medición

La estimación se reconoce, tanto en los estándares del NCTM (2000) como en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia (MEN, 1998), como un procedimiento legítimo que debe preceder al uso de instrumentos convencionales. En este sentido, Segovia y De Castro (2013) la definen como la acción de obtener un valor aproximado sin la mediación de herramientas específicas, apoyándose en la percepción visual, la manipulación de objetos y el conocimiento previo. Así, estimar no equivale a adivinar, sino a producir un juicio razonado que aporta sentido al proceso de medición.

Diversos estudios (Castillo-Mateo et al., 2011; Segovia y De Castro, 2013; Pizarro et al., 2018; Policastro y Ribeiro, 2023) coinciden en que la estimación se apoya en estrategias como el uso de referentes conocidos, la comparación con objetos familiares y la

descomposición de magnitudes. Por ello, se trata de un proceso matemático que fortalece el sentido de la medida y favorece una comprensión menos instrumental de la medición. No obstante, Pizarro et al. (2018) advierten que en los discursos de muchos docentes persiste la idea de que estimar es una acción preliminar poco rigurosa, en contraste con la medición formal.

En este estudio, el análisis de los episodios de reflexión permitió identificar una transformación en los significados negociados por las profesoras sobre la estimación. Inicialmente, esta fue asociada a tanteo o adivinación; posteriormente, se comprendió como un proceso previo al uso de instrumentos de medida. A continuación, se presenta esta transformación a la luz de los momentos de reflexión para, en y sobre la acción.

4.1 Reflexión para la acción

Al inicio del diplomado, las profesoras recibieron el diseño didáctico en formato digital e instrucciones para analizarlo, proponer adaptaciones y anotar dudas. En su primer análisis, la profesora Ana expresó que "medir es asignarle un valor numérico (...) haciendo uso de la regla" (véase Figura 4), evidenciando la no identificación de la estimación como parte del proceso de medición al dar alusión a un ejercicio del diseño.

Figura 4

Respuestas tomadas del análisis del diseño de la profesora Ana

a. ¿Domina el objeto matemático que se abordará en el diseño?, ¿qué dudas tiene?
Rta: Sí, puedo decir que el tema lo domino muy bien, son unidades de longitud, pero me queda la duda sobre un ejercicio que pide a los estudiantes cuánto cree que mide los billetes, ¿eso sería al tanteo o se usa regla?

b. Para usted, ¿qué es la medida?
Rta: Es asignarle un valor numérico a una longitud haciendo uso de la regla, metro, cartabón, o cualquier instrumento.

Durante la socialización, el diálogo fue el siguiente:

> *Investigadora*: ¿Qué temáticas considera que están involucradas en el diseño?
>
> *Ana*: El tema son las unidades estandarizadas y no estandarizadas de longitud; además, el largo y ancho de los billetes y los elementos del círculo para usar las monedas.

La respuesta de Ana pone de relieve una comprensión de la medición centrada en unidades e instrumentos, coherente con lo señalado por Policastro y Ribeiro (2023), quienes advierten que en la enseñanza de la medición suele privilegiarse el trabajo con unidades estandarizadas, dejando en segundo plano los procesos mentales involucrados en medir,

entre ellos la estimación. Esta visión se hizo más visible cuando la investigadora indagó por las dificultades que Ana había encontrado al analizar el diseño.

Investigadora: ¿Presentó alguna dificultad al analizar el diseño?

Ana: No, es un tema fácil; ya lo he dado. Ahorita le comentaba a la profesora Mónica que no sabía si incluir el ejercicio de "tantear".

Investigadora: ¿El ejercicio de tantear?

Ana: Sí, el que les pide a los niños: "¿Cuánto creen que miden los billetes?" Es que no entiendo cómo lo pueden hacer sin adivinar; ¿deben suponer medidas?

Elisa: No, profesora, que lo aproximen.

En este intercambio, Ana asocia la consigna "¿cuánto cree que mide?" con una acción azarosa o poco fundamentada. La estimación aparece entonces como un procedimiento ajeno al sentido matemático de medir. Esta comprensión coincide con lo advertido por Segovia y De Castro (2013), quienes señalan que cuando la estimación se asume como un proceso aleatorio, se debilita su valor formativo dentro de la medición.

La investigadora continuó profundizando en la comprensión que las profesoras tenían sobre medir:

Investigadora: ¿Qué significa para usted "medir"?

Ana: Medir objetos con regla, metro o cualquier instrumento y usar centímetros o metros. Aunque en primero no sé si ya conocen la regla, pero mis niños de cuarto ya lo han trabajado y la conversión de unidades.

Mónica: Profesora, yo creo que todos saben usar la regla.

Elisa: Yo incluiría el decímetro y el milímetro también.

Ana: ¿Los niños de primero ya saben que, si aumenta, dividen, y si disminuye, multiplican?

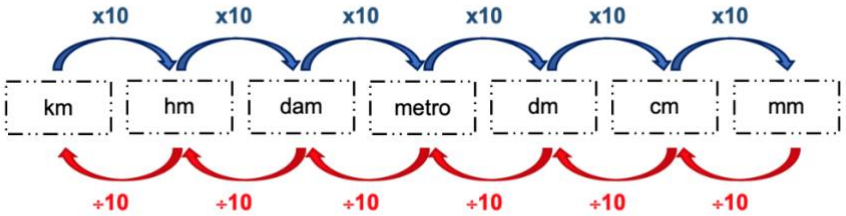
Elisa: No, pero quiero enseñarles las unidades pequeñas antes de pasar al metro.

Este diálogo muestra que, en la reflexión para la acción, la medición era comprendida principalmente desde una lógica procedimental e instrumental. La preocupación por la conversión de unidades, expresada por Ana en términos de "si aumenta, dividen; si disminuye, multiplican", revela una visión algorítmica de la medición, en la que la estimación todavía no aparece como parte constitutiva del proceso (ver Figura 5).

Vol. 29, e677 https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

Figura 5

Conversión de unidades de longitud



Nota. Tomado de https://surl.li/finbjo

De acuerdo con Araujo (2020), este tipo de comprensión tiende a relegar el pensamiento métrico a procedimientos de conversión entre unidades estandarizadas, dejando de lado el sentido de la medida y el papel de los instrumentos como mediadores de un proceso más amplio. No obstante, en la misma sesión empezaron a emerger indicios de resignificación. Algunas profesoras reconocieron que estimar antes de medir podía dar más sentido al trabajo matemático, especialmente para estudiantes con distintas formas de participación:

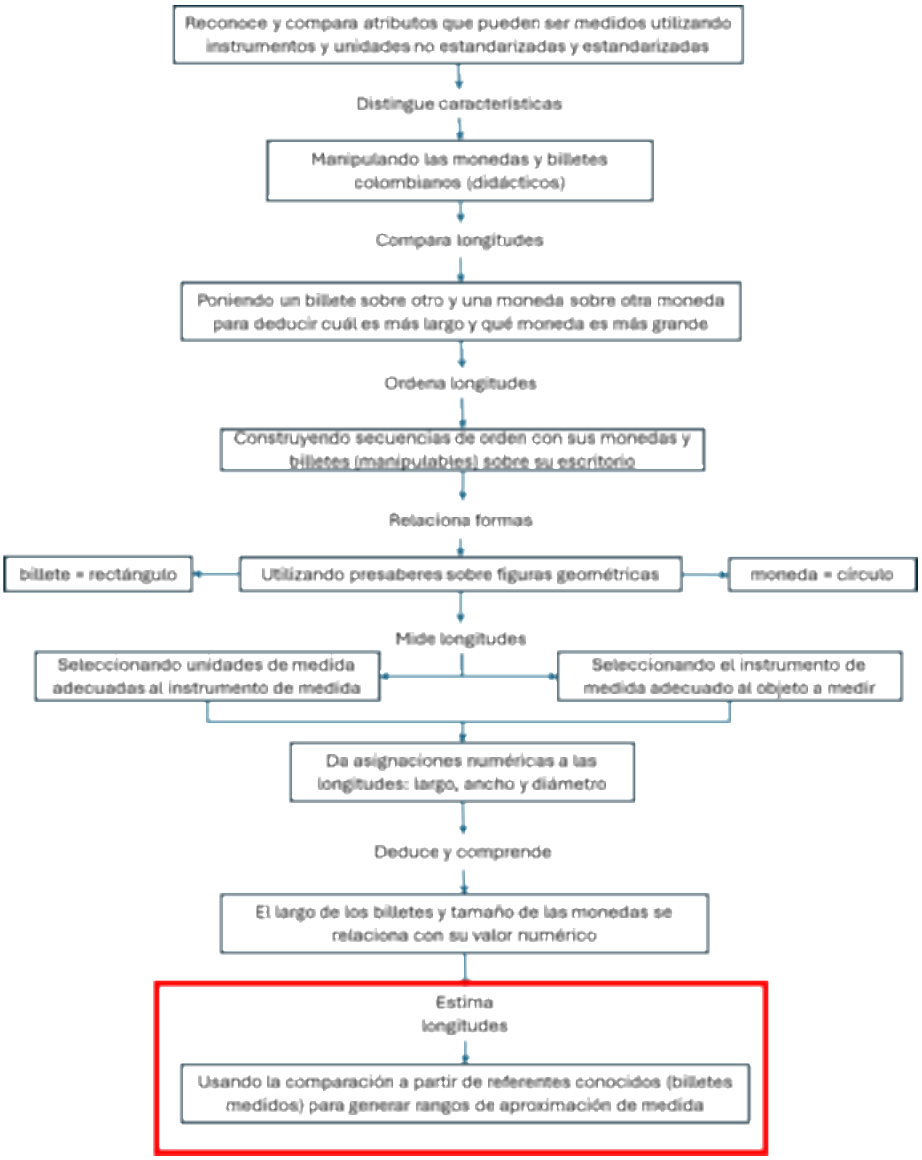
> *Elisa*: Aunque yo creo que es mejor que primero estimen y luego comprueben; así le da más sentido a lo que hicieron.
>
> *Ana*: Eso se podría hacer al manipular el dinero; ahí surge la estimación y luego la corroboración con material concreto.

Estas intervenciones muestran que, aunque Ana no incorporaba plenamente la estimación a su comprensión de la medición, ya reconocía, a partir del intercambio en la CoP, que podía ocupar un lugar previo a la comprobación con instrumentos.

A partir de estas discusiones, se elaboraron dos planeaciones: una de Ana (4º grado) y otra construida conjuntamente por Mónica y Elisa (1º grado). En la propuesta de Ana, la estimación aparece incorporada, aunque desplazada hacia momentos posteriores del trabajo, cuando los estudiantes ya han interactuado con instrumentos de medida. La ruta cognitiva (Figura 6) permite ver que la estimación aún no ocupa un lugar inicial dentro del proceso.

Figura 6

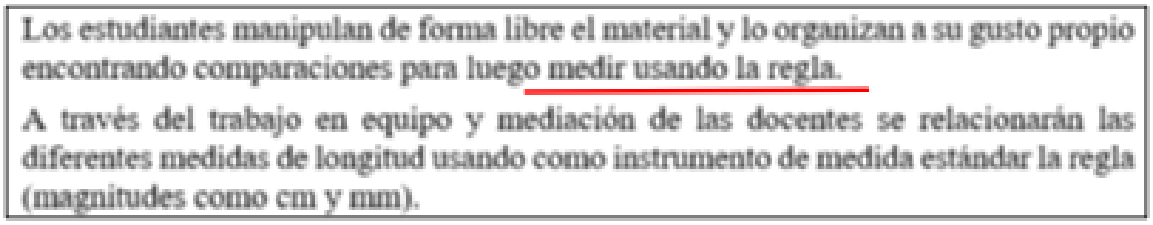
Ruta cognitiva de la planeación de la profesora Ana



En contraste, a lo propuesto por Ana, la planeación de Mónica y Elisa también relegó la estimación a un lugar secundario, como se observa en el fragmento presentado en la Figura 7.

Figura 7

Fragmento tomado de la planeación de Mónica y Elisa


Los estudiantes manipulan de forma libre el material y lo organizan a su gusto propio encontrando comparaciones para luego medir usando la regla.

A través del trabajo en equipo y mediación de las docentes se relacionarán las diferentes medidas de longitud usando como instrumento de medida estándar la regla (magnitudes como cm y mm).

Durante el proceso de reflexión para la acción se negocia un significado inicialmente entre dos comprensiones: una asociada al tanteo, y otra que empieza a reconocerla como paso previo al uso de instrumentos. Las evidencias muestran que las profesoras al estimar, manipular billetes, comparar y anticipar medida significaron que el trabajo con la longitud podía ofrecer distintas formas de representación y de acceso antes de formalizar la medición con la regla.

4.2 Reflexión en la acción

La profesora Ana implementó su planeación en dos sesiones con un grupo de 27 estudiantes de 4º grado (8 a 10 años), seleccionando actividades de los diseños de nivel 3 y 4. Las clases fueron videograbadas con el fin de observar tanto sus intervenciones como las respuestas de los estudiantes. En el siguiente episodio se evidencia cómo Ana, en interacción con sus alumnos, empieza a reubicar la estimación dentro del proceso de medición:

Ana: ¿Nosotros cómo podríamos saber cuál es el largo y ancho de un billete?

Estudiante 1: Con la regla.

Ana: Pero, con la regla no. Espere hago mejor la pregunta porque de pronto me entendieron como si yo les estuviera preguntando exactamente cuánto mide. Muchos no entienden la pregunta que dice: "¿cuánto cree que mide el largo de los billetes?", si me están preguntando cuánto creo yo, ¿ahí yo usaría regla?

Estudiante 1: No.

Ana: Si yo les digo, ¿cuánto creen que mide el tablero?, ¿se van de una a medirlo?

*E*studiante 1: Profe es muy grande, toca aproximar.

Ana: Aproximar, exacto, ¿ahí estaríamos que?, estimando, ¿sí? Cuando estimamos es cuando nosotros damos una medida sin necesidad de utilizar un instrumento de medida, "ah yo pienso que la puerta mide más o menos 2 metros de altura", o "mide menos de 3 metros o más de 1 metro" relacionémoslo con la altura de cada uno.

Estudiante 2: Profe, o también podríamos usar, “probablemente mide 4cm”.

Ana: Exacto, entonces, ¿qué pasa chicos?, lo que me dice aquí es: “¿cuánto creo yo que mida el largo del billete?”, “¿cuánto creo que mida el largo del billete de 2 mil?” y así, usen sus aproximaciones y luego vamos a comprobar.

Este intercambio muestra una transformación importante. A diferencia de lo ocurrido en la fase anterior, Ana ya no rechaza la estimación como un procedimiento impreciso, sino que empieza a explicarla como una anticipación razonada de la medida sin instrumentos. La oposición entre “creer cuánto mide” y “medir exactamente con la regla” permite distinguir entre estimar y verificar, lo que da un lugar más claro a la estimación dentro del proceso de medición.

En este episodio también se observan estrategias de estimación señaladas en la literatura, especialmente el uso de referentes y de comparaciones con objetos conocidos. Esto se hace todavía más visible en el siguiente fragmento:

Ana: Se podría medir, pero preguntan ¿cuánto cree que mide el billete de 2 mil?

Estudiante 1: Yo creo que mide más o menos 10.

Ana: ¿10 qué?

Estudiante 1: ¿10 centímetros?

Ana: 10 centímetros, debe escribirlo abajo, “yo pienso que puede medir 10 centímetros, o un poquito más de 10 o casi 11 centímetros”

Estudiante 1: ¿Y cómo sé que me quedó bien?

Ana: Chicos, cómo podemos comprobar que las estimaciones o aproximaciones que hicieron les quedaron bien. ¿Qué podríamos hacer?

Estudiantes: Usar la regla.

Ana: Correcto, revisemos midiendo con la regla.

El episodio muestra que las expresiones de los estudiantes, como “más o menos 10”, “un poquito más de 10” o “casi 11 centímetros”, no fueron tratadas como respuestas imprecisas que debían corregirse de inmediato. Ana las retomó para precisar unidades, justificar respuestas y comprobar con la regla. Desde el DUA, esta forma de intervención favoreció la acción y la expresión de los estudiantes, pues sus apreciaciones iniciales sobre la magnitud se constituyeron en producciones matemáticas válidas para avanzar en el significado de medir.

Aquí, la estimación ya no aparece como un acto azaroso, sino como una aproximación razonada apoyada en comparaciones, experiencias previas y lenguaje de proximidad (Van de Walle, 2003). Este desplazamiento resulta central para responder a la pregunta de investigación, pues muestra cómo, en el curso de la interacción con los estudiantes, Ana reconfigura su pensamiento matemático sobre la medición de longitudes rectilíneas.

4.3 Reflexión sobre la acción

Después de la implementación, las docentes revisaron las videograbaciones, seleccionaron fragmentos relevantes y los compartieron en la CoP. La moderadora también propuso episodios específicos para orientar la discusión. En este momento, la reflexión colectiva permitió explicitar con mayor nitidez el cambio en el significado atribuido a la estimación. En una primera socialización, Ana buscó contrastar su experiencia con la de sus colegas:

Ana: ¿Profes, tuvieron inconvenientes al estimar?

Elisa: Decidimos no estimar; cambiamos la actividad por la regla, era más rápido.

Ana: ¿No aproximaron?

Elisa: No, se demoraban mucho.

Este intercambio resulta revelador, pues muestra que la resistencia inicial frente a la estimación no era exclusiva de Ana. En el caso de Elisa, la decisión de reemplazarla por la medición directa sugiere que seguía siendo vista como un proceso prescindible o poco eficiente. En contraste, la experiencia de Ana la llevó a reconsiderar su valor dentro del trabajo matemático con los estudiantes. En una segunda sesión de socialización, Ana explicitó el desplazamiento en su comprensión:

Ana: (...) cuando Samuel (nivel 4) me preguntó "¿cuánto cree que mide...?", entendí que allí podían estimar. Lo relacioné con la estimación y se lo aclaré a los niños. Pensé también que los ejercicios del nivel 4 daban esa oportunidad para los de nivel 3.

Investigadora: ¿Era un proceso que esperaba usar en la implementación?

Ana: La verdad no, porque creía que iban a adivinar. Y así pasó. Pero como habíamos hablado aquí, decidí probar.

Elisa: Profe, ¿cómo fueron esas estimaciones?

Ana: Unas bien y otras regulares. Se pierde tiempo en hacerles entender que no deben adivinar. Pero hubo un niño que dijo: "El billete de cinco mil mide más o menos 10 cm, porque en su cuaderno dice que mide 15 cm; como el billete es más pequeño, mide

> menos". Otra estudiante, sin regla, me dijo que sus papás no se la habían podido comprar, así que para ella estimar fue la única forma de participar.

En este fragmento Ana reconoce que su comprensión de la estimación cambió a partir de las discusiones sostenidas en la CoP y de lo ocurrido en clase. Además, el caso de la estudiante sin regla muestra que la estimación no solo favoreció el sentido de la medida, sino que también sostuvo la participación de quien no contaba con el instrumento. Desde el DUA, esta situación permite reconocer que una aproximación razonada puede ofrecer una forma de acceso al trabajo matemático cuando una condición material limita la medición convencional. Más adelante, en otra discusión, Ana profundizó todavía más en este cambio:

> *Ana*: Revisé y habíamos trabajado estimación en la medición de ángulos, con preguntas como "¿cree que ese ángulo pasa de 90° o es menor?".
>
> *Investigadora*: ¿Por qué no lo consideró al analizar el diseño?
>
> *Ana*: No sé; pienso que la pregunta; "¿cuánto cree?" se entiende como adivinar.
>
> *Investigadora*: ¿Qué entiende ahora por estimar medidas?
>
> *Ana*: Ahora sé que la estimación va antes del uso del instrumento, para que el estudiante vea qué tan cerca estuvo. Siento que es fundamental que expliquen sus respuestas.

En esta última intervención se consolida el significado negociado. La estimación ya no es entendida como una respuesta al azar, sino como un proceso previo al uso del instrumento que permite anticipar, comparar, justificar y luego validar. La exigencia de que los estudiantes expliquen sus respuestas refuerza, además, el carácter matemático del proceso y su valor formativo.

En términos generales, la trayectoria reflexiva de Ana permitió reconocer una transformación en el significado atribuido a la estimación. En la reflexión para la acción, esta aparecía asociada a tanteo o a respuestas poco fundamentadas; en la reflexión en la acción, comenzó a asumirse como una aproximación razonada sin uso inicial de instrumentos; y en la reflexión sobre la acción se consolidó como un proceso previo a la medición que favorece el sentido de la medida, la argumentación, la validación, además de distintas formas de participación en clase.

5. Las dimensiones del rectángulo más allá de su orientación

Diversos estudios han mostrado que la comprensión de las dimensiones de figuras rectangulares no puede reducirse a la identificación rutinaria de una base y una altura asociadas a una posición fija de la figura. En el ámbito escolar, una dificultad frecuente

consiste en relacionar el largo y el ancho con la disposición horizontal o vertical del rectángulo, en lugar de reconocer estas dimensiones como propiedades geométricas invariantes del objeto (Battista, 2007; Sinclair y Bruce, 2015). En esta dirección, Rizkianto et al. (2013) señalan que la construcción de conocimiento geométrico requiere analizar propiedades y relaciones, mientras que Pickreign (2007) evidencia que incluso quienes enseñan matemáticas pueden presentar comprensiones inestables sobre atributos geométricos elementales.

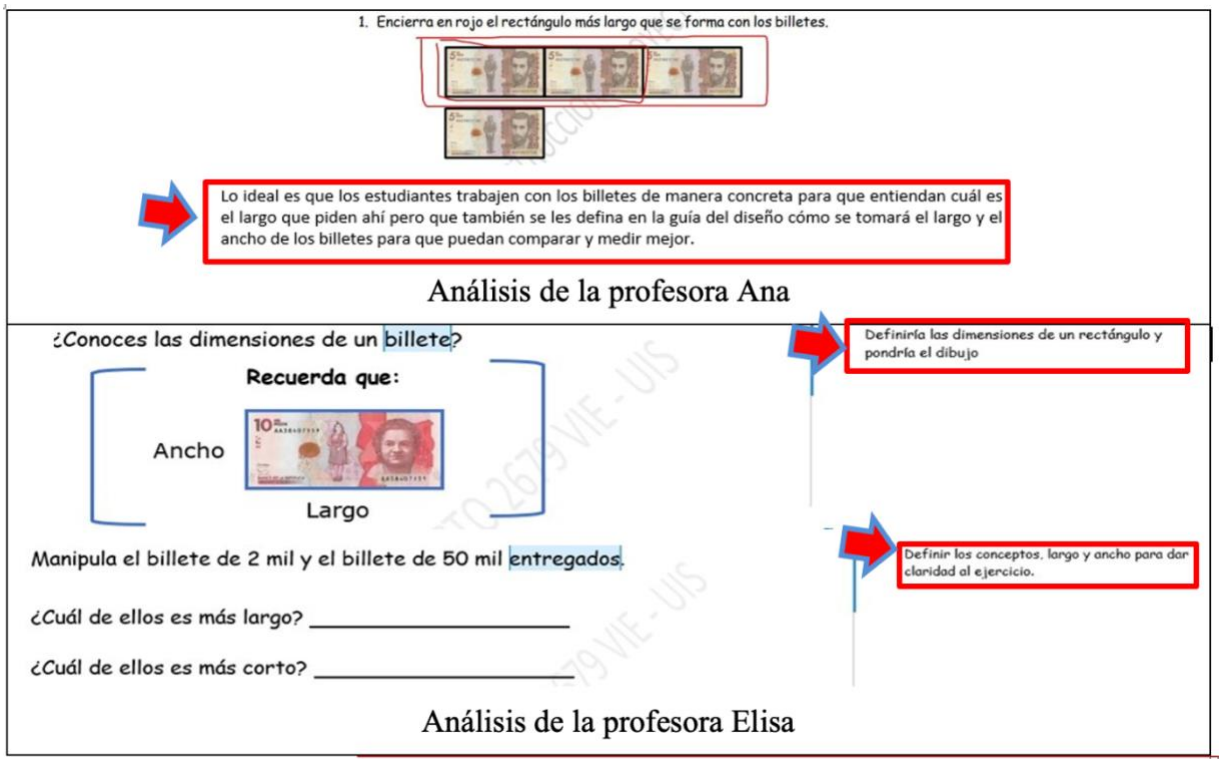
Desde esta perspectiva, identificar el largo y el ancho de un rectángulo exige reconocer que dichas dimensiones no dependen de que la figura esté “acostada”, “de pie” o girada, sino de la relación entre sus lados y sus magnitudes respectivas. En el caso del presente estudio, esto adquirió especial relevancia porque el diseño didáctico proponía trabajar con billetes colombianos, cuya forma rectangular podía favorecer asociaciones entre dimensión y orientación. El análisis de los episodios de reflexión permitió identificar un significado inicial que vinculaba el largo y el ancho con posiciones espaciales específicas, el cual fue posteriormente reconfigurado hacia el reconocimiento de la invariancia de las medidas de sus lados ante cambios de orientación.

5.1 Reflexión para la acción

Durante el análisis inicial del diseño, las profesoras Ana y Elisa anticiparon que una de las posibles dificultades de los estudiantes consistiría en distinguir el largo y el ancho de los billetes. Como se aprecia en la Figura 8, ambas subrayaron la necesidad de explicar estas dimensiones antes de la implementación, lo que revela que reconocían el potencial problemático de este contenido en la actividad propuesta.

Figura 8

Explicación de largo y ancho de Ana y Elisa



Sin embargo, aunque esta anticipación muestra sensibilidad frente a una posible dificultad conceptual, sus formulaciones no daban cuenta todavía de una definición geométrica suficientemente precisa. Esta situación se hizo visible en la discusión colectiva cuando, al preguntarse por las dificultades que podrían manifestar los estudiantes, Elisa propuso preguntarles primero qué entendían por ancho y largo para evitar “que confundan que el largo siempre es el de abajo, y el ancho el de al lado”. Esta intervención resulta analíticamente importante, pues muestra una tensión en el significado que comenzaba a negociarse: por una parte, se advierte que los estudiantes podrían asociar indebidamente las dimensiones a una posición espacial; por otra, la propia formulación de la profesora mantiene todavía esa misma referencia posicional.

La planeación elaborada por Mónica y Elisa confirma esta incertidumbre. En la Figura 9 puede observarse que, aunque las docentes intentan precisar el significado del largo y del ancho, todavía emplean expresiones que asocian el ancho con la “altura” del rectángulo, manteniendo así una terminología dependiente de la orientación de la figura.

Figura 9

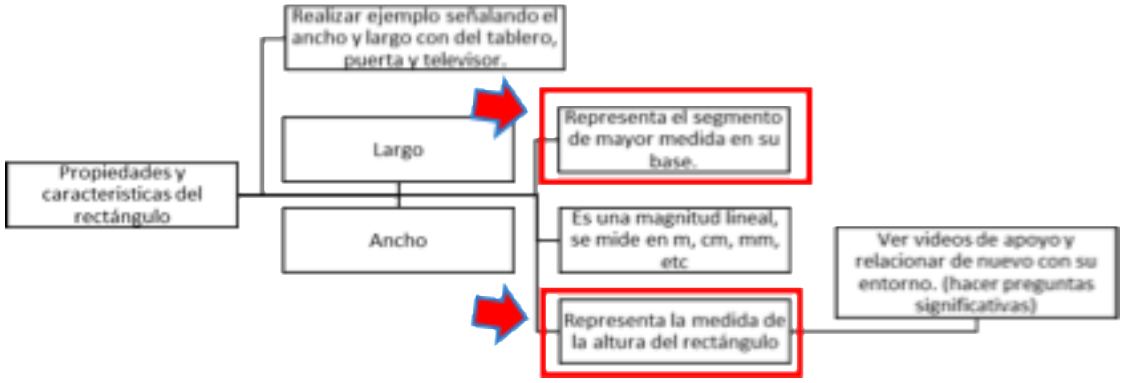
Planeación de Mónica y Elisa sobre largo y ancho

El uso de la regla permite identificar las principales unidades de medida (cm y su submúltiplo mm) en el largo y el alto de los billetes y diámetro de las monedas.

De manera similar, la ruta cognitiva construida por ambas profesoras, presentada en la Figura 10, define el largo como "el lado más largo" y el ancho como "la altura del rectángulo, pero el lado más corto". Esta formulación muestra un avance parcial, ya que reconoce una diferencia de magnitud entre los lados, pero al mismo tiempo conserva una lectura orientada espacialmente del atributo geométrico.

Figura 10

Ruta cognitiva hecha por Mónica y Elisa sobre propiedades del rectángulo



En la reflexión para la acción, las profesoras no partían de un significado estabilizado sobre las dimensiones del rectángulo. Tal como advierten Battista (2007) y Pickreign (2007), el reconocimiento de propiedades geométricas aparentemente elementales exige una elaboración conceptual que no siempre está consolidada en quienes enseñan. En el presente estudio, ello se expresa en que las profesoras identifican la necesidad de explicar largo y ancho, pero todavía oscilan entre una definición basada en la magnitud de los lados y otra asociada a posiciones como "abajo", "al lado" o "altura".

Desde la atención a la diversidad, estas evidencias muestran que anticipar la dificultad sobre largo y ancho no era solo una decisión explicativa, sino una condición para ampliar el acceso al significado geométrico de las dimensiones del rectángulo. En términos del DUA, la planeación requería prever distintas formas de representar el billete y de nombrar sus

lados, para evitar que la comprensión dependiera únicamente de la posición horizontal o vertical del objeto.

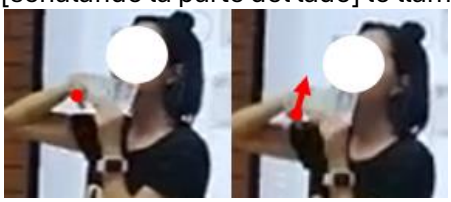
5.2 Reflexión en la acción

La implementación del diseño en el aula permitió observar cómo las comprensiones iniciales de las profesoras incidían directamente en sus explicaciones y decisiones durante la enseñanza. En el caso de Mónica, al introducir la actividad con los billetes, definió el largo como la dimensión que se recorría en sentido horizontal y el ancho como la dimensión lateral. Luego pidió a los estudiantes que mantuvieran los billetes "así", es decir, en posición horizontal, con el fin de que el largo quedara abajo y el ancho al lado, tal como se muestra en la siguiente transcripción.

Mónica: Comparemos dos medidas importantes de los billetes. Ubiquemos el billete en esta misma forma [horizontal], si yo me voy por aquí, lo vamos a llamar largo.



Mónica: Si subo por acá [señalando la parte del lado] lo llamaremos ancho.



Mónica: Entonces todos con sus deditos me señalan el largo.
Estudiante 1: ¿Este profe? [señalando la parte de abajo del rectángulo]



Mónica: Sí. ¿Y cuál sería el ancho?
Estudiante 1: Este profe [señalando la parte lateral del rectángulo]



Mónica: Debemos usar los billetes así [horizontal], con los personajes de pie y rectos; así el largo queda abajo y el ancho queda al lado, para medir lo que nos piden.



Esta intervención permitió que los estudiantes resolvieran operativamente la tarea, ya que les ofreció una forma estable de identificar qué debían medir en ese momento. No obstante, desde el punto de vista del pensamiento matemático, la explicación mantuvo una comprensión dependiente de la orientación del rectángulo. El largo no quedó definido exclusivamente por ser la dimensión mayor, sino por ocupar la parte inferior del objeto cuando este se disponía horizontalmente. Este hallazgo coincide con lo señalado por Sinclair y Bruce (2015), quienes advierten que una de las dificultades en la enseñanza de la geometría escolar consiste precisamente en fijar atributos geométricos a orientaciones convencionales de las figuras.

Por otro lado, la clase de Ana permitió ver aún con mayor claridad esta dificultad. Cuando la profesora preguntó a sus estudiantes cómo podían saber cuál era el largo y cuál el ancho del billete, algunos respondieron que el largo era “la parte más grande” y el ancho “la parte más corta”. Esta intervención estudiantil ya sugería una comprensión basada en la magnitud de los lados. Sin embargo, al colocar el billete de forma vertical, la propia profesora tensionó esa comprensión al preguntar si cambiaban las dimensiones y al asociar luego el rectángulo con la fórmula del área.

Ana: Nosotros pensamos que el largo es lo más largo, y el ancho es el más corto. Pero, si yo pongo el billete así [de manera vertical], ¿dónde queda el largo y el ancho?



Estudiante 2: El largo acá, [longitud larga] y el ancho arriba [longitud corta].
Ana: ¿Segura?, ¿entonces estaría mal si yo llego a colocar que este es el largo y este es el ancho? [hace una representación de manera vertical en el tablero].



Estudiante 1: Si profe, sí quedaría mal.
Ana: No, porque de manera vertical se invierte las dimensiones.

En ese momento, Ana afirmó que “no afecta” tomar el largo como la dimensión más ancha o más corta, porque “dos por cuatro es lo mismo que cuatro por dos”. Esta afirmación resulta especialmente relevante porque muestra que la dificultad no era meramente terminológica, sino conceptual. La profesora desplazó la discusión desde las propiedades geométricas del rectángulo hacia una regla operativa vinculada al cálculo del área. En lugar de sostener que largo y ancho son dimensiones distinguibles por su magnitud y por su relación geométrica, la explicación tendió a diluir la diferencia entre ambas en la conmutatividad de la multiplicación. Este tipo de reducción procedimental ya ha sido advertido en investigaciones que muestran cómo el uso rutinario de fórmulas puede debilitar la comprensión conceptual de los objetos geométricos (Battista, 2007; Pickreign, 2007).

No obstante, la interacción con los estudiantes comenzó a movilizar una reconfiguración del significado. Al advertir las dudas que surgían en torno a qué medir cuando el billete se giraba, Ana introdujo una aclaración en la que afirmó que el largo correspondía a la medida más larga y el ancho a la más corta, agregando además que esta última podía pensarse como la longitud perpendicular al lado mayor. Aunque esta reformulación apareció de manera breve y todavía inestable, constituye una evidencia de que la reflexión en la acción empezó a descentrar la comprensión de la orientación espacial y a aproximarla hacia una interpretación más geométrica del rectángulo.

> *Ana*: Aclaremos ahora que, el largo es la medida más larga, y el ancho la más corta, pero también es la longitud que es perpendicular al lado más largo.

Así, en este momento del proceso reflexivo, el significado negociado sobre estas dimensiones todavía no estaba consolidado, pero sí en transformación a partir de la experiencia de aula. Variar la orientación del billete y pedir a los estudiantes señalar, comparar y explicar sus criterios favoreció comprensiones geométricas menos dependientes de una única disposición visual.

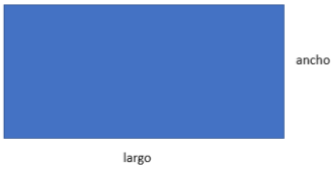
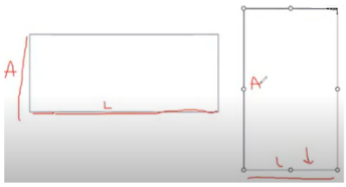
5.3 Reflexión sobre la acción

Fue en los espacios posteriores de socialización y análisis colectivo donde esta transformación se hizo más explícita. Al revisar sus implementaciones, las profesoras reconocieron que sus explicaciones iniciales habían generado confusión y que esa confusión estaba vinculada con una comprensión insuficientemente elaborada de las dimensiones del rectángulo. La Tabla 1 muestra con claridad este desplazamiento, al contrastar las explicaciones ofrecidas por Ana y Mónica durante la reflexión sobre la acción.

Vol. 29, e677 https://doi.org/10.12802/relime.2026.29.e677

Tabla 1

Explicación de largo y ancho de un rectángulo

Profesora Ana	Profesora Mónica
El largo, es la medida más larga de un rectángulo, y el ancho la más corta, que en este caso sería el segmento perpendicular a ese largo. Entonces, largo como lo dice el nombre es la medida más larga y el ancho, pues la medida que nos queda, la más corta. 	La figura tiene cuatro lados, entonces esos cuatro lados vamos a distinguirlos entre horizontal y vertical. Entonces el largo es la línea horizontal, como si estuviéramos acostaditos y que el ancho es la línea vertical, como cuando estamos de pie. 

En el caso de Ana, el cambio fue especialmente notorio. Durante la socialización, afirmó que el largo era “la medida más larga de un rectángulo” y que el ancho correspondía a la más corta o al segmento perpendicular a ese largo. Esta formulación ya no depende de la orientación de la figura, sino de una relación geométrica y métrica entre sus lados. De este modo, la profesora pasó de una comprensión inicial ligada a la base y la altura de una figura en cierta posición, a una comprensión centrada en la invariancia de sus dimensiones.

Mónica, por su parte, mantuvo inicialmente una explicación más dependiente de la orientación, al distinguir entre líneas horizontales y verticales. Sin embargo, durante la discusión colectiva reconoció que había tomado el largo como base y el ancho como altura solo cuando el rectángulo estaba horizontal, y manifestó preocupación por la posible confusión generada en sus estudiantes. Esta toma de conciencia es importante porque muestra que la reflexión sobre la acción no se limitó a describir lo sucedido, sino que permitió identificar el origen conceptual de la dificultad y ponerlo en discusión dentro de la CoP.

El diálogo entre las profesoras evidencia con claridad un proceso de negociación de significados. Ana reconoció que al releer el diseño y revisar lo ocurrido en clase advirtió que su explicación había sido incorrecta. Elisa subrayó que lo importante era no dejar a los estudiantes con una idea equivocada. Mónica, a su vez, reconoció que solo después de la implementación logró advertir que asociaba las dimensiones del rectángulo a su posición. Estas intervenciones muestran que variar la orientación del rectángulo y comparar sus lados favorece formas de acceso al significado de las dimensiones no dependientes de una sola disposición visual, a la vez que permiten problematizar un contenido aparentemente

elemental, pero que exigía una comprensión geométrica más rigurosa. Esta reconfiguración se alinea con Battista (2007), Sinclair y Bruce (2015) y Rizkianto et al. (2013), quienes insisten en que el desarrollo del pensamiento geométrico requiere reconocer atributos y relaciones que permanecen estables aun cuando cambie la apariencia visual de la figura.

En síntesis, el proceso reflexivo permitió pasar de una comprensión inicial en la que el largo y el ancho se asociaban a posiciones espaciales fijas, a una comprensión más elaborada en la que sus medidas fueron reconocidas como invariantes ante cambios de orientación. Esta transformación no solo fortaleció el pensamiento matemático de las profesoras, sino que también mostró que la reflexión compartida sobre la práctica puede constituirse en un escenario potente para revisar y reconstruir comprensiones matemáticas escolares aparentemente básicas, pero conceptualmente exigentes.

6. Conclusiones

En atención a la pregunta de investigación: ¿qué significados negocian profesores en ejercicio sobre la estimación y medición de longitudes rectilíneas en procesos de reflexión orientados por la atención a la diversidad en la clase de matemáticas?, este estudio permitió identificar, en el componente del pensamiento matemático, dos significados negociados centrales. El primero corresponde a la comprensión de la estimación como proceso previo al uso de instrumentos de medida, dejando de concebirse como una respuesta ajena al proceso de medición. El segundo se relaciona con el reconocimiento de que las dimensiones de un rectángulo no dependen de su orientación, sino de propiedades geométricas invariantes del objeto. Ambos significados se construyeron y reconfiguraron progresivamente en los momentos de reflexión para, en y sobre la acción.

En relación con la estimación, los resultados muestran una trayectoria que va desde una comprensión inicial centrada en la medición como uso de instrumentos y asignación exacta de valores, hacia una comprensión más amplia en la que estimar adquiere sentido como anticipación razonada de una medida. En este proceso, la reflexión en CoP les permitió reconocer que la estimación no solo precede a la medición formal, sino que contribuye a fortalecer el sentido de la medida, la argumentación de los estudiantes y la validación posterior mediante instrumentos. De este modo, la estimación dejó de ocupar un lugar marginal dentro de la enseñanza de la longitud y pasó a ser comprendida como parte constitutiva del proceso de medir.

En cuanto a la comprensión del largo y el ancho en figuras rectangulares, el estudio mostró que las profesoras partían de una interpretación asociada a la posición espacial del objeto, especialmente al vincular estas dimensiones con expresiones como “abajo”, “al lado”,

"base" o "altura". Sin embargo, la implementación de las actividades y los espacios de socialización posteriores favorecieron una reconfiguración de este significado hacia el hacia el reconocimiento de que las medidas de los lados se conservan con independencia de la orientación del rectángulo. Este hallazgo pone de manifiesto que incluso contenidos escolares aparentemente elementales requieren un trabajo reflexivo riguroso cuando se pretende enseñar con sentido matemático.

Los procesos de reflexión desarrollados en la CoP favorecieron ajustes didácticos y transformaciones en la comprensión matemática de las profesoras. La reflexión colectiva, articulada con el modelo RyA, permitió problematizar comprensiones docentes naturalizadas y reconstruir significados necesarios para enseñar longitud rectilínea. Asimismo, los hallazgos muestran que atender la diversidad en la clase de matemáticas no depende solo de adaptar recursos o actividades, sino de ampliar las formas de acceso, participación y expresión a partir de una comprensión más rigurosa del objeto matemático puesto en juego.

Como alcance, este estudio muestra cómo profesoras en ejercicio negocian y reconfiguran significados matemáticos sobre estimación y medición de longitudes rectilíneas en procesos de reflexión orientados por la atención a la diversidad. Sus resultados corresponden a tres profesoras de básica primaria, en un contexto formativo y con un diseño didáctico particular; por ello, ofrecen una comprensión situada, no una generalización. Queda abierta la pregunta por cómo estos significados se negocian en otros contenidos de medida o geometría, y cómo perduran o se transforman en trayectorias docentes de mayor duración.

Declaración de contribución y autoría

Jenny Millán: Conceptualización, Metodología, Redacción – revisión y edición.

Sandra Parada: Conceptualización, Análisis formal, Supervisión, Redacción – revisión y edición.

Declaración de uso de Inteligencia Artificial

Se empleó inteligencia artificial generativa únicamente como apoyo en la revisión de estilo del manuscrito. Las autoras revisaron, ajustaron y aprobaron la versión final, y asumen toda la responsabilidad por la versión final enviada a la Relime.

Agradecimientos

Agradecemos a la Universidad Industrial de Santander (Colombia) por la financiación de la Estancia Posdoctoral 057, con fecha del 23 de enero de 2025.

Financiamiento

Por la Universidad Industrial de Santander (Colombia), al proyecto de investigación 4215.

Referencias

Araujo, D. S. (2020). Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo. *Revista ESPACIOS, 41*(35), 170–184. https://www.revistaespacios.com/a20v41n35/a20v41n35p14.pdf

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Information Age Publishing.

Bikner-Ahsbahs, A., Knipping, C., & Presmeg, N. (Eds.). (2015). *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher, 33*(8), 3–15. https://doi.org/10.3102/0013189X033008003

Brown, C., Poortman, C., Gray, H., Groß Ophoff, J., & Wharf, M. M. (2021). Facilitating collaborative reflective inquiry amongst teachers: What do we currently know? *International Journal of Educational Research*, *105*, 101695. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101695

Bush, H. (2009). Assessing children's understanding of length measurement: A focus on three key concepts. *Australian Primary Mathematics Classroom, 14*(4), 29-32.

CAST (2011). *Universal Design for learning guidelines version 2.0*. Wakefield, MA.

Castillo-Mateo, J., Segovia, I., Castro, E., y Molina, M. (2011). Estudio sobre la estimación de cantidades continuas: Longitud y superficie. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática*-2011 (pp. 165–172). Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Drake, M. (2014). Learning to measure length: The problem with the school ruler. *Australian Primary Mathematics Classroom, 19*(3), 27-32.

Gómez, P., & Cañadas, M. C. (2016). Dificultades de los profesores de matemáticas en formación en el aprendizaje del análisis fenomenológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19*(3), 311-334. https://doi.org/10.12802/relime.13.1933

González-Teruel, A. (2015). Estrategias metodológicas para la investigación del usuario en los medios sociales: análisis de contenido, teoría fundamentada y análisis del discurso. *El profesional de la información, 24*(3), 321-328. https://doi.org/10.3145/epi.2015.may.12

Hernández, G., Parada, S. y Millán, J. (2024). *Mateversas: ¿Cómo ordeno las monedas y billetes colombianos?* Ediciones UIS.

Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 187-211. https://doi.org/10.1007/s10857-005-1223-z

Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics, 13*(3), 154-158. https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0154

Krainer, K. (2003). Teams, communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 6*(2), 93-105. https://doi.org/10.1023/A:1023918616310

Malaspina, U. (2023). Matemáticas y realidad en la formación de docentes. En *Memorias del XVI Congreso Internacional de Educación Matemática*. CIAEM-IACME. https://xvi-ponencias.ciaem-iacme.org/index.php/xviciaem/xviciaem/paper/viewPDFInterstitial/2285/1510

Millán Hernández, J. P. (2025). *Significados negociados de profesores de matemáticas al atender la diversidad en el aula: reflexiones de una propuesta curricular*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]. Repositorio Institucional UIS. https://noesis.uis.edu.co/handle/20.500.14071/45158

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2017). *Decreto 1421 de 2017, Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población*. https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=87040

Montes, M., Pascual, M., & Climent, N. (2021). Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 24*(1), 83-104. https://relime.org/index.php/relime/es/article/view/57

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM

Parada, S. (2011). Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional. [Tesis de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN]. Repositorio Institucional CINVESTAV. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/5350

Parada, S., y Fiallo, J. (2022). *Comunidades de práctica de profesores de matemáticas que incorporan tecnologías digitales en el aula*. Ediciones UIS.

Parada, S. (2026). Atención a la diversidad: Trayectoria de una línea de investigación desde la Matemática Educativa. En J. A. Hernández Sánchez, D. A. Páez, & L. P. Aké Tec (Eds.), *Formación y desarrollo profesional de profesores de matemáticas: Implementación de las investigaciones en educación matemática* (pp. 109–129). Editorial SOMIDEM. https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2026/02-07

Pickreign, J. (2007). Rectangles and Rhombi: How Well Do Preservice Teachers Know Them? *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 1*(1), 1–7. *https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ835492.pdf*

Pineda, S. (2018). Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]. https://noesis.uis.edu.co/handle/20.500.14071/38863

Pizarro, N., Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2018). Actividades de Estimación de Medida: La interpretación de los docentes de Educación Primaria. *Boletim de Educação Matemática, 32*(62), 1177–1197. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a21

Policastro, M. y Ribeiro, M. (2023). Uma caracterização do conhecimento especializado do professor de matemática da educação infantil e anos iniciais em tópicos de medida. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 26*(1), 101–136. https://doi.org/10.12802/relime.23.2614

Rizkianto, I., Zulkardi, Z., & Darmawijaya, D. (2013). Constructing geometric properties of rectangle, square, and triangle in the third grade of Indonesian primary schools. *Journal on Mathematics Education, 4*(2), 160–171. https://doi.org/10.22342/jme.4.2.414.160-171

Sánchez-Matamoros García, G., Moreno Moreno, M., Pérez-Tyteca, P., & Callejo de la Vega, M. L. (2018). Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros maestros de educación infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 21*(2), 203–228. https://doi.org/10.12802/relime.18.2124

Seckel, M. J., y Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis – Revista Internacional de Investigación en Educación, 12*(25), 127–144. https://revistas.javeriana.edu.co/index.php/MAGIS/article/view/26615

Segovia, I. y De Castro, C. (2013). La estimación y el sentido de la medida. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutierrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 43–50). Editorial Comares. https://produccioncientifica.ugr.es/documentos/618f52709ff8c939aacb0bd3?lang=de

Sinclair, N., y Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education, 47*(3), 319–329. https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-015-0693-4

Van de Walle, J. A. (2003). Designing and selecting problem-based tasks. En F. K. Lester Jr., & R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-grade 6* (pp. 67–80). National Council of Teachers of Mathematics.

Velasco, A.M. (2022). *Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]. https://noesis.uis.edu.co/handle/20.500.14071/11819

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge University Press.