

EDITORIAL

La relime en publicación continua
Gisela Montiel-Espinosa

ARTÍCULOS

Produção de Narrativas Digimáticas em jogo de mundo aberto:
 tessituras entre humanos e não-humanos em exercícios de construção
*Juliana Santana Moura, Jonei Cerqueira Barbosa,
 Lynn Rosalina Gama Alves*

Diálogo entre lo comunitario y lo escolar:
 la cocción de la tortilla de maíz como situación de aprendizaje
Fredy de la Cruz Urbina, Gabriela Buendía Abalos

Expandindo telas em educação matemática com o Geogebra:
 produzindo conceitos de integrais duplas com o *smartphone*
Victor Ferreira Ragoni, Aparecida Santana de Souza Chiari

Promoção de competências matemáticas aos 5 anos
 através da articulação com poesia
Raquel Pereira, Pedro Palhares, Fernando Azevedo

SOBRE LA RELIME
 AGRADECIMIENTO A ÁRBITROS
 CONTENIDO POR VOLUMEN



Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

Vol. 27, Núm. 3, noviembre 2024

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

RELIME



Publicación oficial de investigación del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

Vol. 27, Núm. 3, 2024

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

Directora Editorial: GISELA MONTIEL-ESPINOSA

Equipo Editorial:

DIANA WENDOLYNE RÍOS JARQUÍN

MELVIN CRUZ AMAYA

CRISTIAN PAREDES CANCINO

SELVIN NODIER GALO ALVARENGA

Departamento de Matemática Educativa – Cinvestav

AP 14-740, México 07000, CDMX

M É X I C O

Comité Científico

Luis Carlos Arboleda, *Universidad del Valle*, COLOMBIA • Abraham Arcavi, *Weizmann Institute*, ISRAEL • Michèle Artigue, *Université Cité Paris*, FRANCE • Fernando Cajas, *Universidad de San Carlos*, GUATEMALA • Terezinha Carraher, *University of Oxford*, UNITED KINGDOM • Francisco Cordero, *Cinvestav*, MÉXICO • Bruno D'Amore, *Università di Bologna*, ITALIA • João Pedro da Ponte, *Universidade de Lisboa*, PORTUGAL • Rosa María Farfán, *Cinvestav*, MÉXICO • Enrique Galindo, *Indiana University*, USA • Delia Lerner, *Universidad Nacional de Buenos Aires*, ARGENTINA • Luis Montejano, *Universidad Nacional Autónoma de México*, MÉXICO • Luis Radford, *Université Laurientenne*, CANADA • Luis Rico, *Universidad de Granada*, ESPAÑA.

Comité de Redacción

Juan Antonio Alanís, *Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey*, MÉXICO • David Block, *Cinvestav*, MÉXICO • Marcelo Borba, *Universidade Estadual Paulista em Rio Claro*, BRASIL • Gabriela Buendía, *Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa*, MÉXICO • Alberto Camacho, *Instituto Tecnológico de Chihuahua II*, MEXICO • Ida Ah Chee, *Faculty of Education The University of Hong Kong*, CHINA • Cecilia Crespo, *Instituto del Profesorado J. V. González*, ARGENTINA • Evangelina Díaz, *Universidad Nacional de Heredia*, COSTA RICA • Leonora Díaz, *Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación*, CHILE • Crisólogo Dolores, *Universidad Autónoma de Guerrero*, MÉXICO • Javier Lezama, *Universidad Autónoma de Guerrero*, MÉXICO • Maria Laura Magalhães, *Universidade Federal de Minas Gerais*, BRASIL • Gustavo Martínez, *Universidad Autónoma de Guerrero*, MÉXICO • Cristina Ochoviet, *Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores*, URUGUAY • Martín Socas, *Universidad de La Laguna*, ESPAÑA • Paola Valero, *Aalborg University*, DENMARK.

Coordinación técnica: Janet Ramírez Sandoval

Formación y diseño: Emilio Serna Hernández

Portada: «Opus 1» de Oscar Reutersvärd en 1934. Reproducida con permiso de los herederos del artista.

Publicación oficial de investigación del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, Clame A.C. Consejo Directivo: *Presidenta:* Dra. Carmen Evarista Matías Pérez; *Secretaria:* Lic. Elizabeth Mariscal Vallarta; *Tesorera:* Mg. Santa Daysi Sánchez González; *Vocal Norteamérica:* Dra. Evelia Reséndiz; *Vocal Caribe:* Dra. Anelys Vargas Ricardo; *Vocal Centroamérica:* Rodolfo Fallas Soto; *Vocal Sudamérica:* Mg. Mónica Marcela Parra - Zapata.

Publicación cuatrimestral, se publica en los meses de marzo, julio y noviembre. Editada por el Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C., con reservas de derechos al uso exclusivo, con No. 04-2016-110914351000-102, del ISSN: 1665-2436 y, con No. 04-2016-110413025500-203, del e-ISSN: 2007-6819, otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor en México.

Contribuciones e información: editorial@relime.org

Relime es una revista indizada en:

ISI Web of Knowledge, SSCI – Social Sciences Citation Index y Journal Citation Reports • ERIH – European Reference Index for the Humanities • Conacyt – Índice de Revistas Mexicanas de Investigación Científica y Tecnológica • International Bibliography of Periodical Literature in the Humanities and Social Sciences • Clase – Citas Latinoamericanas en Ciencias Sociales y Humanidades • Iresie – Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa • Latindex – Sistema Regional de Información en Línea para Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal • Redalyc – Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal • EBSCO – Information Services • Dialnet • Scielo-México.

2024 Impresa en México

Volumen 27 – Número 3 – 2024

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa



Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

DIRECTORA EDITORIAL:
G. MONTIEL-ESPINOSA, CDMX, México

EQUIPO EDITORIAL:
D. W. RÍOS JARQUÍN, CDMX, México
M. CRUZ AMAYA, CDMX, México
C. PAREDES CANCINO, CDMX, México
S. N. GALO ALVARENGA, CDMX, México

COMITÉ CIENTÍFICO

L. C. ARBOLEDA, Bogotá, Colombia	J. P. DA PONTE, Lisboa, Portugal
A. ARCAVI, Rehovot, Israel	R. M. FARFÁN, CDMX, México
M. ARTIGUE, París, Francia	E. GALINDO, Indiana, EUA
F. CAJAS, San Carlos, Guatemala	D. LERNER, Buenos Aires, Argentina
T. CARRAHER, Oxford, Inglaterra	L. MONTEJANO, Querétaro, México
F. CORDERO, CDMX, México	L. RADFORD, Sudbury, Canadá
B. D'AMORE, Bologna, Italia	L. RICO, Granada, España

COMITÉ DE REDACCIÓN:

J. A. ALANÍS, Monterrey, México	L. DIAZ, Santiago de Chile, Chile
D. BLOCK, CDMX, México	C. DOLORES, Chilpancingo, México
M. BORBA, Río Claro, Brasil	J. LEZAMA, CDMX, México
G. BUENDÍA, CDMX, México	M. L. MAGALHÃES, Belo Horizonte, Brasil
A. CAMACHO, Chihuahua, México	G. MARTÍNEZ, CDMX, México
I. A. CHEE, Hong Kong, China	C. OCHOVIET, Montevideo, Uruguay
C. CRESPO, Buenos Aires, Argentina	M. SOCAS, La Laguna, España
E. DÍAZ, Heredia, Costa Rica	P. VALERO, Aalborg, Denmark

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

EDITORIAL

- 271 La relime en publicación continua
Gisela Montiel-Espinosa

ARTÍCULOS

- 275 Produção de Narrativas Digimáticas em jogo de mundo aberto: tessituras entre humanos e não-humanos em exercícios de construção
Juliana Santana Moura, Jonei Cerqueira Barbosa, Lynn Rosalina Gama Alves
- 303 Diálogo entre lo comunitario y lo escolar: la cocción de la tortilla de maíz como situación de aprendizaje
Fredy de la Cruz Urbina, Gabriela Buendía Abalos
- 335 Expandindo telas em educação matemática com o Geogebra: produzindo conceitos de integrais duplas com o *smartphone*
Victor Ferreira Ragoni, Aparecida Santana de Souza Chiari
- 369 Promoção de competências matemáticas aos 5 anos através da articulação com poesia
Raquel Pereira, Pedro Palhares, Fernando Azevedo
- 397 SOBRE LA RELIME
- 399 AGRADECIMIENTO A ÁRBITROS
- 403 CONTENIDO POR VOLUMEN

REVISTA LATINOAMERICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, RELIME, es la publicación de investigación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., editada por el Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A. C., Dirección fiscal: Norte 79-A, No. 221. Col. Clavería, Alcaldía Azcapotzalco, C. P. 02080. Ciudad de México, México., www.relime.org. Directora responsable: Gisela Montiel-Espinosa, direccion@relime.org.

Reservas de Derechos al Uso Exclusivo, No. 04-2016-110914351000-102, con ISSN: 1665-2436, para el formato impreso; y No. 04-2016-110413025500-203, con e-ISSN: 2007-6819, para el formato digital; otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Derechos Reservados © Colegio Mexicano de Matemática Educativa, A. C. RFC: CMM 040505 IC7. Publicación cuatrimestral. Se publica en los meses de marzo, julio y noviembre, con el financiamiento del Clame.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

Todos los artículos de la Relime están bajo la Licencia Creative Commons Reconocimiento - No Comercial (CC BY-NC 4.0) <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



EDITORIAL

LA RELIME EN PUBLICACIÓN CONTINUA

RELIME IN CONTINUOUS PUBLICATION

GISELA MONTIEL-ESPINOSA

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México

Desde editoriales pasadas hemos reflexionado sobre el impacto que han tenido en la edición y la publicación científica el paradigma de la ciencia abierta y el ecosistema digital en el que hoy se comunica y difunde prioritariamente la ciencia. Este ejercicio reflexivo ha ido acompañando el trabajo del equipo editorial buscando que la Relime avance en esa dirección y, sobre todo, se mantenga en constante actualización para sostener su proyecto académico y compromiso con Latinoamérica.

La Relime nace en 1997 con las características propias de una revista impresa, integrándose al escenario digital con el compromiso del acceso abierto que caracterizó y lideró América Latina en la comunicación de la ciencia. Sin embargo, con el siglo XXI comienza la transición del acceso abierto al conocimiento abierto, y ello nos demanda innovación y reorganización continua en el quehacer científico y su comunicación. Por ello, con este número cerramos un ciclo de la Relime y con el volumen de 2025 iniciaremos un camino de integración y diálogo con el ecosistema digital de la Ciencia Abierta.

En los años recientes iniciamos la revisión y actualización de nuestras políticas editoriales, normas de publicación, códigos de ética y trabajamos en la mejora de la infraestructura editorial, principalmente tecnológica –con el *Open Journal Systems* (OJS)– y de gestión académica, con la ampliación de la base de revisores y la elaboración de formularios de revisión congruentes con las nuevas normas y políticas; todo ello para la conversión de la Relime en una revista científica 100% electrónica.



El siguiente paso, que ha sido el más natural para las revistas en el contexto de la Ciencia Abierta, es la transición a la *Publicación Continua*. Si bien para algunos especialistas este es un paso básico o elemental, incluso burdo (Revistas Académicas UANL, 2024), para la Relime representa un cambio en la cultura académica de la comunidad que la ha creado y continúa acompañando como un proyecto colectivo.

La publicación continua es una metodología (de publicación) en la que un artículo aceptado y en su versión final, aprobada por las y los autores, no debe esperar a la conformación de un número para ser publicado. Con esta metodología se busca agilizar el proceso de comunicación de la investigación y, con ello, esperamos también poder agilizar la *lectura*, el *diálogo* y el *impacto* de sus aportaciones a la disciplina. Para lograr este propósito integral, y no acelerar por acelerar la publicación, la Relime mantiene e irá robusteciendo sus estándares de calidad y rigor en el proceso editorial. Nuestro objetivo principal es el impacto académico y social de la investigación que se comunica en la Relime.

Con esta modalidad de publicación desaparece la numeración consecutiva de la paginación del volumen completo, con lo que la paginación de cada artículo iniciará en 1. Aunado a esto, el artículo contará con un localizador electrónico (e-localizador) y continuará teniendo su identificador digital (DOI, por las siglas en inglés de *Digital Object Identifier*).

Sin embargo, el cambio más notorio en la adopción de la publicación continua en la Relime será el formato del artículo en sí mismo, que se publicará en la plantilla que proporcionamos en el sitio web. Esta decisión se relaciona con los procesos de marcación y conversión y uso de nuevos formatos (HTML, XML, EPUB, entre los más usados actualmente) que requerimos para lograr la interoperabilidad con las bases de datos y los índices que nos demanda la vida en el ecosistema digital científico. Por ejemplo, Scielo Brasil comenzó recomendando la publicación continua en 2017 y en 2022 lo hizo requisito obligatorio para las revistas en su colección; y parece razonable que, en consecuencia, Scielo México —país donde está el registro legal de la Relime— lo solicite en el corto plazo.

Por ahora, mantendremos el número de artículos que la Relime publica anualmente, es decir, tendremos un volumen único—en el año—, con una editorial que abra el volumen y 12 artículos. Sin embargo, esperamos que los distintos pasos que hemos dado para la integración de la revista al ecosistema digital científico actual, junto con los proyectos de organización editorial que se están gestando al seno del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, permitan no solo la publicación de más artículos, sino la incorporación de nuevas y diversas formas de comunicación científica que están surgiendo en el paradigma de la ciencia abierta.

Con este 27(3) de 2024 cerramos un ciclo de mucho aprendizaje y celebramos que en él la Relime se consolidara como espacio de comunicación científica en Latinoamérica. Los cambios que vienen serán estructurales y será labor de todas y todos –autores, revisores, editores y lectores– adoptarlos, fortalecerlos y ampliarlos para beneficio de la propia comunidad, su quehacer científico y su impacto en la región. ¡Hagámosla crecer aún más!

REFERENCIAS

Revistas Académicas UANL [@RevistasUANL] (21 de marzo de 2024). La publicación continua en el contexto mundial. UANLeer 2024. [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=RN6TKlv57Ac&t=679s>

Autora

Gisela Montiel-Espinosa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav), México. gmontiele@cinvestav.mx

 <https://orcid.org/0000-0003-1670-9172>

JULIANA SANTANA MOURA, JONEI CERQUEIRA BARBOSA,
LYNN ROSALINA GAMA ALVES

PRODUÇÃO DE NARRATIVAS DIGIMÁTICAS EM JOGO DE MUNDO ABERTO:
TESSITURAS ENTRE HUMANOS E NÃO-HUMANOS EM EXERCÍCIOS DE CONSTRUÇÃO

PRODUCING DIGITAL NARRATIVES IN OPEN-WORLD GAMES:
WEAVING HUMANS AND NON-HUMANS INTO BUILDING EXERCISES

RESUMEN

Este artículo se centra en la producción de narrativas matemáticas digitales en el mundo abierto de Minecraft. Fueron elaborados por niños de quinto año de primaria en sesiones de juego de Minecraft, durante un taller de extensión universitaria, para el aprendizaje lúdico y creativo de las Matemáticas. Este trabajo tiene como objetivo identificar qué Narrativas Matemáticas Digitales emergen de la asociación de los niños con el entorno de Minecraft. Se articulan los conceptos de Narrativas Digitales, Narrativas Matemáticas, red sociotécnica, agencia y actantes como marco teórico. Seguimos el camino teórico y metodológico propuesto por la Teoría del Actor-Red, en asociación con la técnica de Cartografía. Los resultados indican que las narrativas surgidas de este flujo productivo son fruto de la red sociotécnica protagonizada por los niños y Minecraft; cuando los niños se asocian con Minecraft y sus elementos para construir y resolver tareas y problemas que involucran conocimientos y contenidos matemáticos, producen Narrativas Matemáticas Digitales, denominadas en este trabajo como Narrativas Digimáticas. Las Narrativas Digimáticas son el resultado de una autoría compuesta, realizada por los niños, Minecraft, el conocimiento matemático y otros actores humanos y no humanos que conforman la red.

PALABRAS CLAVE:

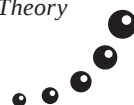
- Minecraft
- *Narrativas digitales*
- *Narrativas matemáticas*
- *Narrativas digimáticas*
- *Teoría del Actor-Red*

ABSTRACT

This article focuses on the production of Digital Mathematical Narratives in the open world Minecraft. They were produced by fifth-grade children in Minecraft game sessions during a university extension workshop for playful and creative learning of Mathematics. This work aims to identify which Digital Mathematical Narratives emerge from the association of children with the Minecraft environment. The concepts of Digital Narratives, Mathematical Narratives, sociotechnical network, agency and actants are articulated as a theoretical framework. We follow the theoretical and methodological path proposed by Actor-

KEY WORDS:

- Minecraft
- *Digital narratives*
- *Mathematical Narratives*
- *Digimatic Narratives*
- *Actor-Network Theory*



Network Theory, associated with the Cartography technique. The results indicate that the narratives that emerged from this productive flow are the result of the sociotechnical network performed by children and Minecraft; when children associate with Minecraft and its elements to build and solve tasks and problems that involve mathematical knowledge and content, they produce Digital Mathematical Narratives, named in this work as Digimatic Narratives, Digimatic Narratives are the result of a composite authorship performed by children, Minecraft, mathematical knowledge and other human and non-human actors that produce the network.

RESUMO

Neste artigo, focaliza-se a produção das Narrativas Matemáticas Digitais no mundo aberto *Minecraft*. Elas foram produzidas por crianças do quinto ano do Ensino Fundamental em sessões do jogo *Minecraft*, durante uma oficina de extensão universitária, para a aprendizagem lúdica e criativa da Matemática. Este trabalho objetiva identificar que Narrativas Matemáticas Digitais emergem da associação das crianças com o ambiente do *Minecraft*. Articulam-se os conceitos de Narrativas Digitais, Narrativas Matemáticas, rede sociotécnica, agência e actantes como quadro teórico. Seguimos o percurso teórico e metodológico proposto pela Teoria Ator-Rede, associada à técnica da Cartografia. Os resultados preliminares apontam que, as narrativas que emergiram desse fluxo produtivo são resultado da rede sociotécnica performada por crianças e *Minecraft*; quando as crianças se associam com o *Minecraft* e seus elementos para edificar e resolver tarefas e problemas que envolvem conhecimentos e conteúdos matemáticos, produzem Narrativas Matemáticas Digitais, nomeadas neste trabalho de Narrativas Digimáticas, as Narrativas Digimáticas são fruto de uma autoria compósita performada por crianças, *Minecraft*, conhecimentos matemáticos e demais atores humanos e não-humanos que produzem a rede.

RÉSUMÉ

Cet article se concentre sur la production de récits mathématiques numériques dans le monde ouvert *Minecraft*. Elles ont été réalisées par des élèves de cinquième année d'école primaire lors de séances de jeu *Minecraft*, lors d'un atelier d'extension universitaire, pour un apprentissage ludique et créatif des mathématiques. Ce travail vise à identifier quels récits mathématiques numériques émergent de l'association des enfants avec l'environnement *Minecraft*. Les concepts de récits numériques, de récits mathématiques, de réseau sociotechnique, d'agence et d'actants sont articulés comme un cadre théorique. Nous suivons le chemin théorique et méthodologique proposé par la Théorie de l'Acteur-Réseau, associée à la technique de Cartographie. Les

PALAVRAS CHAVE:

- *Minecraft*
- *Narrativas digitais*
- *Narrativas Matemáticas*
- *Narrativas Digimáticas*
- *Teoria Ator-Rede*

MOTS CLÉS:

- *Minecraft*
- *Récits numériques*
- *Récits mathématiques*
- *Récits digimatiques*
- *Théorie de l'acteur-réseau*

résultats indiquent que les récits qui ont émergé de ce flux productif sont le résultat du réseau sociotechnique réalisé par les enfants et Minecraft ; lorsque les enfants s'associent à Minecraft et à ses éléments pour construire et résoudre des tâches et des problèmes qui impliquent des connaissances et du contenu mathématiques, ils produisent des récits mathématiques numériques, nommés dans cet ouvrage récits digimatiques. Les récits digimatiques sont le résultat d'une paternité composite réalisée par les enfants, Minecraft, les connaissances mathématiques et d'autres acteurs humains et non humains qui produisent le réseau.

1. INTRODUÇÃO

Observamos nas escolas que desenvolvem projetos matemáticos com o *Minecraft* e nos *gameplays* de alunos e jogadores que publicam suas filmagens de jogo em canais de *streaming*, como o *Youtube*, que as sessões interativas dos alunos e jogadores com o *Minecraft*, seus cenários, elementos e ferramentas, produzem Narrativas Digitais (ND). Estas são histórias lineares ou não contadas com o recurso das Tecnologias Digitais (imagem, som, vídeo, texto), presentes nos jogos. As narrativas digitais são produzidas a partir das vivências e experiências dentro e fora do *Minecraft*, e muitas delas, permeadas de conhecimento e conteúdos matemáticos, podem configurar-se como Narrativas Matemáticas (NM). As NM são resumidas, segundo as contribuições de Nemirovsky (1996), como as histórias que as crianças contam enquanto resolvem problemas e tarefas matemáticas impregnadas de linguagem, símbolos e conhecimentos matemáticos.

Encontramos algumas pesquisas que fazem referências às NM, como os estudos de Vital e Scucuglia (2020), que trabalham com a produção de NM a partir da criação de GIF com o *GeoGebra*. Em Nóbriga et al. (2015), encontramos também referência ao conceito de Narrativas Matemáticas Dinâmicas (NMD), que se diferenciam das NM usuais por serem narrativas produzidas pela interação com *softwares*, a exemplo do *GeoGebra*.

Diferentemente dos trabalhos citados, oriundos da abordagem antropocêntrica, isto é, centrados na ação e no fazer humano, nossa pesquisa enfoca a produção de NMD a partir da associação das crianças (humanos) com o jogo e seus elementos (não-humanos). Abrimos uma trilha investigativa que destaca a materialidade das relações (Sørensen, 2009), proveniente da virada material nas Ciências Humanas e na Filosofia, e tem se propagado nos estudos

comunicacionais (Lemos, 2020). Seguimos aqui o caminho aberto pelos Estudos de Ciência e Tecnologia (STS) e pela Teoria Ator-Rede, desenvolvido por Latour (2012), Callon (2006), Law (1992), entre outros colaboradores. Essa alternativa teórica permite a descoberta de novas conexões, novas formas de reorganização, presença, conhecimento e tecnologia na Educação Matemática.

Inspirados pelos estudos de Latour (2012), destacamos as redes sociotécnicas que se formam na circulação da ação entre crianças e *Minecraft*. *Rede sociotécnica* é um termo proposto por Latour (2012) para definir o conjunto heterogêneo de atores humanos e não-humanos que se relacionam em torno de um interesse comum. O termo não-humanos é definido por Latour (2012) como todas os outros artefatos, coisas, objetos ou tecnologias analógicas ou digitais que não são humanos. Humanos e não-humanos são considerados, na perspectiva latouriana, *actantes*, isto é, aqueles que realizam ou quem realiza a ação, que pode ser um humano ou um não-humano (Latour, 2012). O arcabouço teórico e metodológico da Teoria Ator-Rede (TAR) proposta por Latour (2012) viabiliza o objetivo de nossa pesquisa, além de oxigenar as investigações, abrindo um percurso pouco explorado na Educação e na Educação Matemática, conforme apontam os trabalhos de Ribeiro e Lima (2022), Silva e Cerqueira Barbosa (2018), Schlieck e Borges (2018) e Oliveira e Porto (2016).

Este é um estudo introdutório, parte de uma pesquisa mais ampla composta por outros artigos que aprofundam e aplicam as questões levantadas. Assim essa pesquisa de caráter exploratório, revela nuances que consideram, discutem e dão visibilidade às ações dos não-humanos nas relações educacionais, abrindo perspectivas teóricas e práticas para a Educação Matemática que focalizam os agenciamentos sociomateriais, isto é, as associações possíveis entre o humano e as tecnologias. Este percurso nos desafia a observar e investigar a prática pedagógica numa abordagem sociomaterial, de modo a conectar nosso olhar para além de nós mesmos, conforme destacam Oliveira e Porto (2016). E acrescentamos: os aportes teóricos e metodológicos da TAR podem oportunizar uma reconexão entre coletivo de alunos, professores e Tecnologias Digitais (TD), projetos, pesquisas, legislação educacional, políticas públicas, numa relação horizontal, não hierarquizada.

Assim, sustentamos que, para alcançar essa meta, essas representações devem estar providas de significado pessoal, baseadas e desenvolvidas com o lastro da experiência cotidiana, performada pela associação entre humanos e não-humanos. Quando crianças se associam a ambientes digitais, jogos digitais, mundos abertos, fazendo uso de conhecimentos, símbolos e ideias matemáticos para construir edificar e brincar, produzem o que denominamos neste trabalho de Narrativas Digimáticas. Assim, anunciamos como objetivo deste artigo: identificar que Narrativas Digimáticas emergem da produção de crianças com o ambiente do *Minecraft*.

Na próxima seção, apresentamos a discussão da literatura, revelando o conceito e características das Narrativas Digimáticas a partir das contribuições de Murray (2003), Ryan (2004) e Mateas e Stern (2005), que discutem as questões relacionadas com as ND e suas tensões e divergências. Também expomos as contribuições de Nemirovsky (1996) para dialogar sobre NM. Na seção 3, descrevemos o percurso metodológico fundamentado nos pressupostos da TAR e na técnica da Cartografia. Na seção 4, discutimos os dados. Posteriormente, temos as considerações finais.

2. TESSITURAS ENTRE HUMANOS E NÃO-HUMANOS NO *MINECRAFT*

O *Minecraft* (Mojang, 2011), jogo digital, caracterizado como *sandbox*, é um fenômeno de popularidade. Destaca-se tanto pelo número de vendas e de usuários ativos (Nogueira, 2020) como pela referência constante nas pesquisas educacionais, apontando compreensões relevantes que associam a interação com o *Minecraft* ao desenvolvimento cognitivo, à socialização das crianças e à criação de histórias, conforme os trabalhos de Custódio e Pozzebon (2016), Knittel et al. (2017), Francisco e Oliveira (2018) e Bulla (2020).

Consideramos a relevância dos estudos mencionados para o campo da Educação Matemática articulada às Tecnologias Digitais, mas enfatizamos que nosso trabalho investigativo toma outra direção, conforme anunciado na introdução. Os estudos mencionados focalizam a agência dos humanos e deixam escapar das análises a capacidade de agência dos não-humanos, isto é, a capacidade de *fazer-fazer* das tecnologias, mídias e jogos digitais, de provocar deslocamentos e transformações (Latour, 2012).

Se retirarmos do que chamamos do social as coisas, objetos, tecnologias, dispositivos, ele já não seria como é (Law, 1992). Excluindo do espaço escolar o quadro, as salas de aula, as carteiras, os livros didáticos, os cadernos, os pilotos, os projetores, os computadores, os papéis e as mesas, a escola já não seria escola como a conhecemos. Ao subtraírmos da prática matemática os dispositivos materiais, os livros didáticos, os sólidos geométricos, os dados, os relógios, a balança, o ábaco, os copos de medida, os artefatos como régua e calculadora bem como os *softwares*, como essa prática se daria? Que novos arranjos e associações seriam feitos? Como a prática matemática resistiria ou se estabeleceria sem os materiais? Como a prática seria viabilizada sem os agenciamentos com os não-humanos?

Essas questões nos levam ao encontro das discussões levantadas por Law (1992) ao propor que, “para estudar o social na perspectiva proposta pela TAR,

devemos começar com a interação e assumir que a interação é tudo o que há e a partir daí, se perguntar como é que alguns tipos de interação conseguem durar e se estabilizar mais, outras menos e se reproduzir” (p. 380) A metáfora da rede heterogênea, isto é, uma rede que se faz pela interação entre humanos e não-humanos, é núcleo da TAR. Nessa perspectiva, humanos e não-humanos são actantes que se associam, movimentam-se e agem instaurando processos, práticas, dispositivos, tecnologias, textos, organizações, que se fazem e se transformam, que duram mais ou menos. A partir da noção de rede, a TAR define o social como um movimento de associações ou agenciamentos e, para estudá-lo, basta seguir os atores no fluxo das interações.

Assim, “reitera-se que o analista precisa estar atento aos fluxos de ações que se estabelecem nas associações, ou seja, naquilo que provoca movimento.” (Lima, 2021, p. 5). Devemos, assim, atentar para a rede e seus movimentos, sua durabilidade, os elementos humanos e não-humanos que a tensionam, estruturando e fortalecendo as conexões ou desestabilizando-a e desestruturando-a. Importa, então, identificar tanto as entidades, os agenciamentos por ela mobilizados, quanto os efeitos desses agenciamentos na rede.

A rede sofrerá instabilidades e durará mais ou menos a depender das associações estabelecidas e mobilizadas no curso da ação. Essas instabilidades podem movimentar as entidades em situação de conflito a permanecer unidas, canalizando as forças para superar os obstáculos ou integrando as forças oponentes a favor da rede. Quando as entidades dispersam e dissolvem as associações, a rede pode sofrer instabilidades ou se fragmentar. Quando esses agenciamentos mudam e os elementos param de contribuir ou fornecer sua parte no trabalho para manter a rede unida, esta se dissolve (Sørensen, 2009).

À noção de rede, soma-se a de agência, ou ação. Os atores estão sempre acompanhados, associados. “Esse ator não é o ator social da sociologia, mas o que tem a propriedade de produzir efeitos na rede, de ser actante.” (de Camillis et al., 2016, p. 77). A rede se estabelece pelos agenciamentos entre atores e pela ação que produzem. Importa perguntar o que ou quem participa da ação. Para investigar os participantes da ação na tessitura das Narrativas Digimáticas, adotamos lentes teóricas e metodológicas que dão conta de apreender a rede sociotécnica performada.

Percorremos uma perspectiva não tão nova para os campos da Sociologia, da Comunicação (Lemos, 2020) e da Saúde (Ferreira, 2019), mas pouco trilhada pelos investigadores em Educação Matemática, conforme encontramos nos estudos de de Freitas (2016), de Freitas et al. (2019) e Carlsen et al. (2016), que adotam os fundamentos da TAR como percurso investigativo para ampliar as discussões em Educação Matemática, além de destacar o papel dos não-humanos e suas implicações e desdobramentos na prática pedagógica e na aprendizagem da matemática.

2.1. *Narrativas Digimáticas: produto de uma rede sociotécnica*

Seguindo a perspectiva teórica proposta pela TAR, retornamos ao conceito proposto de Narrativas Digimáticas e sinalizamos neste trabalho, inspirados por Latour (2012), que tanto as Narrativas Matemáticas quanto as Narrativas Digitais são fruto da interação dos humanos com os não-humanos. As primeiras resultam da troca de criança/aluno (humano) com tarefa ou problema, sem considerar a agência desses recursos. Já as últimas nascem da relação entre criança/jogador (humano), jogo (não-humano), conceitos e problemas matemáticos.

A partir das contribuições de Nemirovsky (1996), Murray (2003), Ryan (2004) e Mateas e Stern (2005), afirmamos que as Narrativas Digimáticas são produto e, ao mesmo tempo, oportunizam/promovem: a imersão, a agência e as transformações no ambiente digital e no próprio jogo. As categorias *imersão*, *agência* e *transformação* são tipologias estéticas apontadas por Murray (2003) nas Narrativas Digimáticas, mas também são encontradas nas narrativas produzidas pela *performance* das crianças em associação com o jogo Minecraft. *Performance* é aqui entendida como um operador teórico que tem seus fundamentos na TAR, essencial para a compreensão dos agenciamentos produzidos pelos actantes. Para Lima (2022), a *performance* pode ser compreendida como um processo que “é instaurado a partir de agenciamentos sociomateriais e afeta um estado de mundo, produzindo realidades multifacetadas, que coexistem no presente em diferentes versões” (p.8). A partir desse entendimento, importa observar e analisar as transformações ou, nos termos latourianos, as translações, que decorrem das associações em rede, produzindo múltiplas práticas a partir dos diferentes agenciamentos estabelecidos.

É importante destacar que, para os latourianos, a agência é compreendida como poder de ação tanto para os humanos como para os objetos ou coisas materiais, diferenciando-se da perspectiva de Murray (2003) e Ryan (2004), autoras referenciadas há mais de 20 anos para discutir tais conceitos no universo das narrativas, especialmente os jogos digitais. Por isso, optamos por dialogar com essas teóricas, avançando nessa noção a partir do referencial da TAR.

A imersão deriva metaforicamente da experiência física de estar submerso na água, uma experiência que se apodera tanto da atenção quanto do sistema sensorial (Murray, 2003). A interação com jogos digitais e com mundos abertos, como o Minecraft, oportuniza-nos essa sensação de imersão. No Minecraft, a imersão significa ser inundado pelo próprio ambiente do jogo e ser convidado pelo jogo e por suas mecânicas a interagir, participar da ação.

Quando o jogador se depara com um bioma aquático, ele é convidado a nadar, a participar da ação e se deixa “inundar” pela sensação do mergulho, mas também é impelido a participar da ação de nadar. A imersão permite ao jogador se deixar afetar pela experiência do nado, com a atenção totalmente voltada para aquela experiência. A imersão, na perspectiva de Murray (2003), é uma atividade participativa.

Já a agência oportuniza ao jogador a materialização de sua ação. Ao apertar um botão do *joystick*, o jogador verifica imediatamente o efeito de sua ação (pressionar o botão no mundo “real”) reverberando no mundo virtual. A imersão permite ao jogador ser afetado pela experiência participativa; já a agência possibilita ao humano afetar o ambiente do jogo, ou seja, transformar.

Abrimos um parêntese no conceito de *agência* de Murray (2003) para aproximá-lo da ideia de agência de Latour (2012). Para Latour (2012), a agência é, em linhas gerais, a capacidade que humanos e não-humanos têm de afetar, transformar e induzir a ação. Mas, em Latour (2012), humanos e não-humanos têm a capacidade de afetar e ser afetados. A agência apresentada na TAR envolve tanto a experiência de ser afetado (imersão) quanto a de afetar (agência), e essa experiência pode desdobrar-se em transformações e deslocamentos.

Quando sinalizamos que as Narrativas Digimáticas oportunizam a agência, destacamos que os humanos e os não-humanos são dotados de agência, isto é, capacidade de fazer. Tanto a ação do jogador (humano) dentro do jogo como o próprio jogo e seus elementos (não-humanos) agem, e esse agir provoca deslocamentos que reverberam em todos os envolvidos.

A transformação confere ao jogador maneiras diversas de alterar o ambiente digital, seguindo por uma jornada própria (Murray, 2003). É a possibilidade dada ao jogador de provocar mudanças, transformando as paisagens, as formas e os conteúdos, de modo a revelar nosso prazer pela variedade, conferindo-nos o poder de refazer caminhos e escolhas. Assim, ao criar as Narrativas Digimáticas em associação com o jogo e os conhecimentos matemáticos, os atores podem imergir, agir e transformar imbricando-se em afetações múltiplas, instaurando realidades pedagógicas (Lima, 2022).

Essas três categorias estéticas emprestadas das Narrativas Digitais estão nas Narrativas Digimáticas, em nossa perspectiva, amalgamadas pelos conceitos de *agência* e *actante* de Latour (2012), e nos ajudam a desdobrar as características das Narrativas Digimáticas que listamos a seguir. A partir das contribuições dos autores mencionados, identificamos que as *Narrativas Digimáticas* possuem seis traços emprestados tanto das *Narrativas Matemáticas* quanto das *Narrativas Digitais*, a saber:

- São *voláteis*, isto é, podem ser inventadas, reinventadas, reescritas ou apagadas.
- São *participativas* ou *reativas*; os ambientes digitais reagem às informações que inserimos neles, e nós, humanos, também reagimos à resposta dada pelo ambiente digital a partir da agência.
- São *modulares*, permitindo sua reacoplagem em diferentes contextos: uma mesma vivência no Minecraft ou em outro mundo digital pode dar origem a uma miríade de narrativas diversas a partir de cada movimento dos actantes.
- São *espaciais*, ou seja, produzidas a partir da navegação, isto é, da exploração do ambiente digital, do cenário do jogo ou do mundo aberto, ocasionado justamente por esse movimento dos atores humanos e não humanos na tessitura da rede.
- São *descontínuas*, os humanos em associação com os não-humanos fazem uso da narrativa episódica, ou das narrativas descontínuas, para eventos que mudam continuamente, que podem ser feitos e desfeitos, escritos e reescritos ou apagados. São descontínuas porque impõem alguma descontinuidade na narrativa dos eventos, mesmo que estes sejam contínuos.
- São *contextuais*, pois a vivência da experiência com o fenômeno pode contribuir para o surgimento de noções ou conhecimentos.
- Podem, por fim, vir acompanhadas de símbolos matemáticos ou não, a exemplo de números, gráficos ou funções.

Diante do exposto, articularemos na análise das narrativas matemáticas as características acima apresentadas. Veremos na seção seguinte a metodologia que viabiliza nosso percurso investigativo. Na sequência, socializamos as *Narrativas Digimáticas* produzidas.

3. METODOLOGIA

Nesta seção, retornamos a nosso objetivo de pesquisa para delinear o percurso metodológico, que se enquadra dentro de uma abordagem investigativa qualitativa: identificar que Narrativas Matemáticas Digitais emergem da associação de crianças com o ambiente do Minecraft. Adotamos, então, os fundamentos metodológicos da TAR, que pressupõe o desenvolvimento de análises descentradas do humano (Silva et al., 2020), isto é, envolve focalizar os objetos materiais ou demais coisas

que fazem parte de nosso cotidiano, que integram a relação com os humanos, sejam elas objetos tecnológicos ou não. Exige-nos, desse modo, uma lente que os perceba também como produtores quando em associação com humanos.

A perspectiva teórica da TAR permite ao pesquisador rastrear, com a orientação de não controlar ou enquadrar, os fatos e conexões produzidos pela interação entre os actantes. Para seguir os atores, o analista da TAR precisa acompanhar cada movimento, as ondulações, deixando que os atores falem para que conduzam e imprimam seu ritmo. O pesquisador, nessa abordagem, assemelha-se a um cartógrafo.

Para navegar e mapear as associações, as conexões, as bifurcações e as polêmicas oriundas desse imbricamento, de modo a apreender os coletivos sociotécnicos, Pedro (2008), inspirada pelos estudos latourianos, propõe uma ferramenta, estruturada por passos que guiam o pesquisador no mapeamento das associações. O *primeiro movimento* é encontrar uma *porta de entrada*, contemplando a primeira exigência da Cartografia. O *segundo* envolve *identificar os porta-vozes*. Seguimos, então, os atores humanos e não-humanos em uma oficina extensionista, que foi o campo de nossa pesquisa. Participaram da oficina os alunos de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental I em associação com Tecnologias Digitais variadas. O *terceiro movimento* cartográfico é “acessar os dispositivos de inscrição” (Pedro, 2008, p. 12), que engloba tudo que permite uma visualização, a exemplo de documentos, textos, imagens, áudios, questionários e diários. Por fim, o *quarto* é “mapear as associações entre os atores” (Pedro, 2008, p. 12), delineando as atuações dos atores enquanto interagem, descrevendo as controvérsias e destacando os nós, as articulações e os dilemas.

Utilizamos nesta investigação dados secundários produzidos no ano de 2018, no Projeto de Extensão Universitária *Minecraft como potencial a cultura maker e a aprendizagem da matemática*, com carga horária de 20 horas, desenvolvido em uma escola pública municipal. A oficina, ofertada para os alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, contou com a participação de 22 crianças, 3 pesquisadores docentes universitários (1 pedagoga, 1 psicóloga e 1 programador de sistemas da informação), nomeados respectivamente na apresentação dos dados como pesquisador 1, pesquisador 2 e pesquisador 3. Além dos pesquisadores, contamos com 1 monitor de extensão universitária. É importante justificar que utilizamos dados secundários em função da pandemia do Coronavírus, que nos impossibilitou de produzir novos dados no espaço escolar, que, por sua vez, encontrava-se com restrições para a entrada de pesquisadores e para o desenvolvimento de oficinas interativas.

Cabe destacar que essa oficina de extensão fez parte de um projeto de pesquisa maior intitulado *Mundos abertos e Game Book: práticas inventivas nas estimulações de funções executivas*, desenvolvido nos anos de 2017 a 2019, coordenada pela Prof.^a Dra. Lynn Alves e aprovado pelo Comitê de Ética e Pesquisa da da Universidade do Estado da Bahia (Uneb), conforme parecer de número 3.753.216. A escolha pelo *Minecraft* se deu primeiro por uma demanda das crianças que participavam de outras atividades do *Projeto Mundos abertos e o Game Book*, as quais sinalizavam e solicitavam atividades com o mundo aberto *Minecraft*. Além disso, esse ambiente oferecia possibilidades e potencialidade para trabalhar com os conteúdos matemáticos desenvolvidos na sala de aula. Desse contexto surgiu em 2018 a oficina extensionista e outros projetos investigativos envolvendo o *Minecraft*.

Como produto da oficina, os alunos edificariam a réplica digital da escola dentro do *Minecraft*. Os conteúdos trabalhados na oficina foram os propostos pela professora em sala de aula: Grandezas e Medidas. As sessões com o *Minecraft* foram realizadas no laboratório de informática, em parte do horário destinado às aulas de Matemática. A oficina extensionista desenvolvida no ano de 2018, foi estruturada em 3 etapas, totalizando 20 encontros de 1 hora cada para crianças de duas turmas de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental I.

As 22 crianças, com idade entre 9 e 11 anos participaram das sessões de jogo usando *tablets* da própria escola, com o aplicativo *Minecraft* instalado. Os *tablets* foram conectados por meio de dois roteadores sem fio para viabilizar as sessões do jogo em rede. Os mundos abertos do *Minecraft* foram compartilhados com todos os alunos da turma, e as sessões de jogo eram exibidas por um projetor fornecido pela instituição escolar. As crianças acompanhavam e visualizavam suas ações e as dos colegas, bem como o efeito das associações com o jogo, em tempo real, pelo projetor.

Os encontros da oficina foram baseados em cinco temas: Pesquisa de biomas; Meu canto; Exercícios de construção; Caça ao tesouro; Nossa escola. As atividades incluíam: levantamento diagnóstico, ambientação e conhecimento do jogo *Minecraft*; desenvolvimento de tarefas fora e dentro do jogo a partir da construção de pequenas edificações com elementos fornecidos pelo jogo; pesquisas de biomas e análise de espaços e cenários; planejamento e construções das casas dos alunos dentro do jogo; e realização de *quests ou* missões coletivas. Abaixo apresentamos no quadro, o planejamento da pesquisa, para melhor entedimento do desenvolvimento da oficina:

TABELA I
Planejamento Oficina Extensionista

<i>Etapa</i>	<i>Data</i>	<i>Conteúdo</i>	<i>Tarefa a Executar</i>
<i>Agosto</i>	27/08/2018	Apresentação da proposta e diagnóstico do perfil dos alunos	Realizar roda de apresentação e questionário diagnóstico
	29/08/2018	Ambientação no Minecraft: Buscando Biomas	Explorar biomas e registrar características
<i>Setembro</i>	03/09/2018	Retrospectiva e debate sobre biomas	Relatar experiência e escolher bioma representativo
	05/09/2018	Desenho da casa e planejamento no Minecraft	Desenhar casa no papel e iniciar construção no Minecraft
	10/09/2018	Continuação da construção da casa	Construir réplica digital no Minecraft
	12/09/2018	Continuação da construção da casa	Avançar na construção
	17/09/2018	Análise das construções	Continuar construção e relatar progresso
	19/09/2018	Conclusão da casa	Finalizar construção no Minecraft
	24/09/2018	Avaliação e reflexão	Compartilhar aprendizados
	26/09/2018	Preparação para etapa final	Planejar réplica da escola no Minecraft
<i>Outubro</i>	01/10/2018	Visita e mapeamento da escola	Desenhar planta da escola e catalogar ambientes
	03/10/2018	Planejamento coletivo da construção	Interação livre no Minecraft
	08/10/2018	Definição de ambientes e cálculos	Planejar construção e calcular materiais
	10/10/2018	Início da construção coletiva	Iniciar construção no Minecraft
	15/10/2018	Continuação da construção	Prosseguir com construção
	17/10/2018	Continuação da construção	Avançar na réplica
	22/10/2018	Ajustes finais	Finalizar réplica
	24/10/2018	Avaliação final e fechamento	Avaliação diagnóstica e feedback final
	29/10/2018	Impressão 3D e análise de resultados	Atividade externa no laboratório de Design da UNEB
	31/10/2018	Encerramento e reflexões	Entrega de resultados e análise

Além das atividades realizadas dentro do laboratório de informática da escola, os alunos desenvolveram práticas que contemplavam: a medição dos espaços da escola (pátio, secretaria, biblioteca, cantina, salas de aula, banheiros); o mapeamento do terreno da escola usando o aplicativo *Google Maps*; e a construção da planta baixa da escola. Por fim, os estudantes, reunidos em pequenos grupos, tinham como produto a construção coletiva de réplicas da escola dentro do jogo *Minecraft*. Os registros dos encontros foram realizados por meio de diários de observação, fotografias e gravação em áudio das sessões de jogo, arquivados no banco de dados do grupo de pesquisa.

Na próxima seção, apresentamos o mapeamento da rede de associação bem como as Narrativas Digimáticas, produto da rede interativa. Para viabilizar esta discussão e a análise de dados, focalizamos a descrição de quatro sessões interativas, intituladas “Meu canto” e “Exercícios de Construção”, devido ao limite de páginas deste artigo. Para descrever a rede e identificar as narrativas que emergiam das sessões interativas, contamos com o auxílio do *software* de transcrição e categorização *Reshape*, para transcrever os áudios das interações e para gerenciar e categorizar os dados coletados, além da análise do diário de campo dos pesquisadores contendo observações das interações.

4. DISCUSSÃO DOS DADOS: REVELANDO A REDE DE ASSOCIAÇÕES

Nesta seção, desdobramos a rede de associações, revelando os rastros deixados pelos atores humanos e não-humanos. Para isso, acessamos os diários de campo e transcrevemos, com o auxílio do *software Reshape*, os áudios das interações. A seguir, desdobramos a rede de associações.

4.1. Navegando na rede para identificar actantes e rastrear as associações

Para acessar a porta de entrada e consequentemente nomear os porta-vozes, isto é, actantes, recorreremos às anotações feitas nos diários de observação. Os registros nos diários foram a “porta de entrada”, primeiro movimento da Cartografia, mencionada por Pedro (2008), permitindo-nos navegar no fluxo das informações coletadas. A transcrição dos áudios, com auxílio do *Reshape*, *software* de transcrição, auxiliou-nos na identificação dos marcadores ou *tags* e tópicos de conteúdos recorrentes. Além disso, identificamos os porta-vozes, conforme orienta o segundo movimento da Cartografia. São eles: alunos em

associação com tecnologias digitais, *gravação* das sessões interativas, conteúdos de referência curricular (Grandezas e Medidas) e pesquisadores munidos das orientações e das atividades planejadas para os quatro encontros selecionados.

Como atividade inicial programada para o encontro 2 (intitulado *Meu canto*), os alunos foram orientados pelos pesquisadores a desenhar suas casas (meu canto), conforme se apresentam no mundo real, usando folha de ofício e lápis (atores não-humanos), esse foi o primeiro desafio dado. Posteriormente, os discentes foram convidados a realizar um segundo desafio, imaginar e desenvolver como seria sua casa no mundo aberto Minecraft utilizando as ferramentas disponíveis no jogo. Trabalhamos com um cenário plano, no modo criativo, em que as crianças se associam ao ambiente com acesso irrestrito a blocos de construção, itens, ferramentas etc.

Nessa segunda fase da tarefa, foi possível, por meio do diário de observação, identificar os actantes e as associações, tais como: a dupla *tablets-aplicativo Minecrfat*, que viabilizou a sessão interativa, possibilitando aos alunos a associação com o Minecraft por meio do aplicativo do jogo instalado nos *tablets*. Essa associação permitiu, além da imersão no mundo aberto, a produção da “casa dos sonhos”. Os alunos, em associação com o ambiente do jogo e seus elementos, cocriaram edificações complexas e criativas, conforme mostram as Figuras 1 e 2, que ilustram suas casas em seu imaginário:

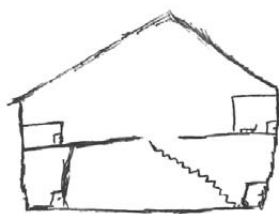


Figura 1.
Registro de meu canto
com lápis e papel



Figura 2.
Edificação de meu canto *Minecraft*

Observamos na Figura 1, a casa do aluno e na Figura 2 a casa do mesmo aluno no mundo Minecraft. Observamos nas figuras, a primeira com o desenho no papel e a segunda construída com elementos do Minecraft, como a criança pode ampliar as possibilidades da sua morada, usando da criatividade e da riqueza de elementos que o Minecraft disponibiliza.

A dupla *projektor multimídia-notebook* também se destaca como actante não-humano. Proporciona maior engajamento aos jogadores, associação que permite aos alunos visualizar a própria produção e a dos colegas em tempo real. Isso fomenta a conversa paralela ruidosa, as narrativas descontínuas, mescladas pelos acontecimentos dentro e fora do jogo, provenientes da interação.

Sobre essa dupla, *projektor multimídia-notebook*, percebemos, na análise dos diários de observação, que, na segunda sessão em que instalamos esses equipamentos, a projeção em tempo real se tornou possível e as interações em sala aumentaram. As crianças conversaram mais do que no encontro anterior, interagiram mais entre si, e as narrativas da própria *performance* tornaram-se frequentes. Depois desse ocorrido, notamos que essa dupla se revelou um actante não-humano que afeta os humanos, favorecendo o engajamento, a conversação, a proliferação de informações e de narrativas: “Notou-se que, nesse segundo dia de interação, com a presença do projetor, as crianças se apresentaram muito mais concentradas no jogo. Elas construíram bastante, além de muitos já terem decorado a casa.” (Diário do bolsista de extensão).

A dupla *rede internet-rede Wi-Fi* também se revelou um actante, pois possibilitou a conexão de todos os jogadores ao mesmo mundo Minecraft, permitindo que as crianças partilhassem do mesmo cenário para produzir suas edificações. Essa conexão fomentou o engajamento entre humanos e não-humanos. Os alunos discutiram a produção dos colegas, sugerindo modificações e ampliações. A partir desse momento, utilizaremos a letra H, seguida da numeração para fazer referência aos alunos que participaram da oficina. E utilizaremos a letra P seguidas de numeração para fazer referência aos pesquisadores que participaram da oficina. Além disso, os alunos pausaram suas próprias edificações para compartilhar as impressões sobre a produção dos colegas, conforme o diálogo entre H8 e H9 transcrito abaixo, que ilustra como a dupla *projektor multimídia-notebook* em associação com humanos oportunizou a produção das edificações e de narrativas. H9 está construindo quando para e observa a ação acontecendo no projetor multimídia:

[1]

H9: Eu gosto de ficar olhando quando você está brincando, e você está brincando em cima da árvore. O que você está fazendo H8?

H8: Construindo uma casa na árvore.

H9: Olha H8 fazendo uma casa na árvore! [Chama a atenção de todos, mostrando o projetor e o telão].

Todos olham para o telão para ver a produção de H8.

H9: Você já construiu uma casa dessas de verdade?

A turma para e olha a ação de construção da casa na árvore.

Outro episódio endossa essa observação:

[2]

H3 chama a atenção: Oh, gente, olha pra mim no jogo!

H3 grita: Gente! [chamando a atenção e apontando]. Olha, gente, eu estou construindo um iglu!

Percebemos que a construção (iglu) de H3 afeta H4, que passa a procurar pelo bioma neve para construir um boneco de gelo. Quando o encontra, começa a edificar dizendo:

[3]

H3: Olhem pra mim, gente! Eu peguei uma visão de aço aqui, ó [apontando], que ninguém viu, pivete!

H4: Oxe, o que é isso aqui?

H3: Bloco de gelo, eu tô fazendo um boneco de gelo.

Olhem pra mim, gente! Eu sou o homem cabeça de gelo!

H3 parece encontrar algum objeto que chama sua atenção e emenda: “H5, olhe aqui esse baú! Eu estou tentando abrir esse baú!”

O episódio com as falas dos atores H3 e H4 desdobrou-se em uma série de outras construções que saíram do lugar-comum e rumaram a construções cada vez mais complexas. Depois de verificarem que poderiam transgredir, construíram casas em outros tipos de terrenos, com outros materiais, no lugar que suas imaginações permitissem.

Visualizar a ação do colega construindo uma casa na árvore fez os alunos fazerem, vislumbrando possibilidades mais desafiadoras. A projeção permitiu aos actantes associarem-se testando possibilidades, materiais, blocos, dinamite, fogo, madeira, cimento, picareta, enxada, machado, porta, janela, bancada, tochas de iluminação, novas metragens.

A casa na árvore e o iglu são realidades produzidas pela *performance* dos actantes jogadores e Minecraft. O Minecraft configura-se como um actante, ou seja, aquele que faz-fazer, desafiando os alunos a edificarem em terrenos impensados. A casa na árvore, realidade produzida no Minecraft, provocou deslocamentos, gerando efeitos na rede, de modo a permitir o vislumbre de novas possibilidades de edificação: os alunos, em associação com o jogo, produziram uma casa no ar, uma casa flutuante, edifícios com apartamentos coletivos, casa com piscina na laje etc.

Para edificar a “casa dos sonhos”, a turma testa novas metragens. Por exemplo, a construção do edifício surge em meio a uma confusão (parte dos alunos começa a destruir a edificação de colegas/vizinhos) usando fogo, conforme destaque do pesquisador:

Ocorreram casos de destruição de construções com o uso de fogo. Um dos alunos se irritou e não queria mais construir: “Não vou mais construir casa nenhuma”. Destacamos o jogador específico (H15) destruindo construções; isso gerou troca de acusações e/ou suspeitas entre as crianças. (Diário do pesquisador)

Observamos aqui a primeira prova de força (Law, 2012; Sørensen, 2009) sofrida pela rede performada, entidades (crianças) se rebelam e passam a destruir o que é edificado. Diante do ocorrido, três colegas que tiveram suas casas destruídas iniciam uma construção coletiva de um edifício e decidem morar em apartamentos em um prédio de três andares. Essa ação conjunta remete à formação de grupos da TAR, entidades associam-se e desassociam-se conforme seus interesses. Esse trio principia pela base, fazendo uma fundação e, logo em seguida, passa a subir as paredes, chamando a atenção para a altura, que é maior do que as das casas construídas anteriormente.

Este comportamento de construir e reconstruir casas se repetiu com outras crianças, de acordo com o desejo de cada uma. Outros alunos passaram a realizar uma construção compartilhada, no formato de um prédio, inclusive, com o planejamento de construir uma piscina: “Quando crescer, vai ser assim, pró”(narrativa de H.9). (Diário do pesquisador)

H9 e H10 preocupam-se em ganhar distância das outras edificações e fazer um prédio grande, alto. Esse comportamento gera uma preocupação com se afastar, conforme fala de H9 e H10: “*tem que construir longe!*” Ou seja, os alunos percebem que precisam de mais espaço e distância para o vizinho não invadir e destruir sua propriedade ou ainda se esconder, conforme aponta a fala de H10: “*Aqui tá bem longe, aqui ninguém me acha!*”

Essa dupla de alunos recorre à noção de distância, maior/menor, grande/alto, pequeno/baixo para definir a altura/largura/comprimento de sua edificação. Os conceitos matemáticos configuram-se actantes, possibilitando às crianças construírem com base nas medidas. Observamos que o conteúdo matemático se dilui nas narrativas das crianças que não encontram o termo (conceito matemático) apropriado para o que estão fazendo; no entanto, na narrativa dos acontecimentos (uma espécie de planejamento antecipado), tentam explicar suas ações para comunicar ao outro o que precisa ser feito. Nossa ação (pesquisadores) e a da bolsista de extensão, configurando-se como mediadores, provocam intervenções importantes no sentido de os alunos se apropriarem da linguagem e símbolos matemáticos ao contarem suas narrativas.

4.2. Acessando os dispositivos de inscrição para revelar narrativas

Para acessar os dispositivos de inscrição, terceiro passo da Cartografia (Pedro, 2008), visitamos novamente os diários de observação, as transcrições em áudio e os registros de imagem. Catalogamos os marcadores de conteúdos listados na Tabela I, seguidos dos números de ocorrência nas gravações de áudio dos quatro encontros transcritos. Para tanto, usamos o *software Reshape*.

TABELA II
Categorização

#Largura [6]	#Comprimento [7]	#Bloco [10] - Metro
#Mundo [7]	#Altura [32]	#Infra [2]
#Prédio [5]	#Limite [12]	#Água [13]
#Quadra [4]	#Distância [3]	#Fonte [4]

Nos diálogos transcritos, os marcadores listados na Tabela II repetem-se, permitindo a identificação tanto de pistas que nos levam às narrativas das crianças (envolvendo conteúdos matemáticos) quanto do desdobramento da rede de associações, viabilizando a produção de Narrativas Digimáticas, *revelando suas características*.

Retornamos às gravações transcritas e à catalogação realizada pelo *software*, relacionando-as com as observações destacadas nos diários do pesquisador. Notamos as categorizações feitas e iniciamos nossa análise sublinhando os trechos de diálogo das crianças que continham repetição de termos, e que foram transcritas das gravações de áudio para texto pelo *software Reshape* e que continham os marcadores do catálogo mostrados na Tabela I. O *software Reshape* listou 12 categorias que se repetem nas falas das crianças, das quais selecionamos 6 para revelar a rede de associações: #Largura, #mundo, #comprimento, #altura, #distância, #bloco e #metro.

A seguir, destacamos trechos que envolvem as categorias criadas pelo *software* para ilustrar a rede de associações e as Narrativas Digimáticas produzidas. Os encontros 3 e 4 da oficina tinham como objetivo desenvolver exercícios de construção. Os alunos reuniram-se com os pesquisadores no laboratório de informática da escola, operacionalizamos duplas de atores não humanos — projetor multimídia-notebook, *tablet*-aplicativo e *rede Wi-Fi*-rede internet — para acesso ao mundo aberto.

No início do encontro, os pesquisadores propõem 2 desafios para os alunos. No primeiro, pedimos a eles que façam construções 3x3x3 (3 m de largura, por 3

m de altura e 3 m de comprimento). No segundo, os alunos devem aumentar o pé direito das construções para obter uma altura de 5 metros.

Nós, pesquisadores, orientamos as crianças sobre os exercícios propostos: cada bloco *Minecraft* equivale a um metro. Como forma concreta de exemplo, faz-se uma medição na porta da sala: se a porta tem dois metros, ela é construída com dois blocos. Também orientamos sobre o respeito em relação às construções dos colegas, a não ser que a ajuda seja pedida. Com isso, é entregue às crianças um mundo plano, mantendo habilitadas as funções das coordenadas, regeneração natural, itens de bloco, ferramentas e ciclo de climas. Essas orientações provenientes da proposta pedagógica fazem os alunos fazerem por meio da mediação dos pesquisadores e assistentes de pesquisa.

Durante a atividade, um número significativo de crianças apresenta dúvidas em diferenciar altura, comprimento e largura, necessitando do auxílio direto dos pesquisadores. A dificuldade em se apropriar dos conceitos matemáticos e transpô-los para a prática é a segunda prova de força enfrentada pela rede. Isso revela fragilidades no processo de ensino-aprendizagem e na compreensão dos conteúdos matemáticos envolvendo Grandezas e Medidas, indicados para o quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. Observamos em nossos registros as dificuldades das crianças em transpor para as atividades práticas a linguagem e símbolos matemáticos ensinados na sala de aula. Os pesquisadores desenham, com auxílio do quadro branco e piloto, o desafio proposto, conforme a Figura 3:

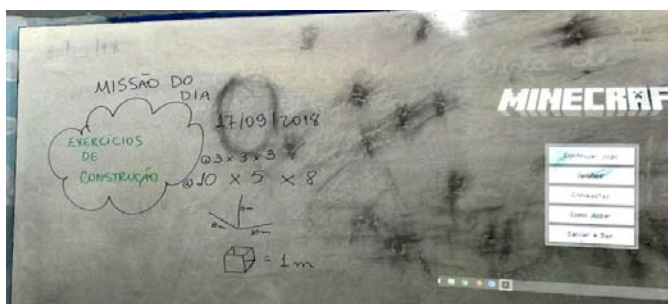


Figura 3. Missão do dia: exercícios de construção

O desenho realizado no quadro branco não é suficiente, e os alunos novamente sentem dificuldade no jogo: constroem edificações com largura e comprimento, mas a altura que equivaleria à ação de subir paredes não é compreendida pelos alunos. Nós, pesquisadores, precisamos demonstrar no ambiente do jogo o desafio proposto, conforme as falas em um grupo de cinco alunos, destacadas abaixo:

[4]

H1: Leia, viu? Leia direito isso aí, H2! [referindo-se às instruções].

H2 repete as instruções: Três assim, três assim, três assim [desenvolvendo ações de empilhar três blocos no MC].

H1: Vamos fazer a casa, velho! [referindo-se ao primeiro desafio].

H3: Mas como é que faz esse negócio?

H4: Está esperando o quê?

Pesquisador interrompe e orienta: É para fazer uma edificação com três m de largura, três de comprimento e três de altura [e demonstra edificando conforme o desafio proposto]

Os alunos que levantam a dúvida dispersam e emendam outra narrativa, conforme este excerto:

[5]

H2: Quem é esse, H5? [Referindo-se a um nickname diferente que apareceu no mundo MC].

H3: É H6 [e fala o nome verdadeiro do colega no mundo real].

H2: Ah!

A dispersão dos alunos, proveniente das dúvidas e dificuldades, é a terceira prova de força enfrentada que fragiliza a rede, desestabilizando-a. Os pesquisadores mobilizam-se para chamar a atenção e reorientam a tarefa. H1 retoma a tarefa e conversa sobre sua ação no jogo:

[6]

H1: Eu fiz errado [referindo-se à edificação construída, desmanchando-a].

H2: Mas tem que fazer esse negócio assim [referindo-se à demonstração no quadro].

Opa aí, ó! Olha aí eu! Gente, fica olhando o que eu vou fazer!

O pesquisador 1 retoma mais uma vez a demonstração, percebendo a confusão dos alunos, conforme a Figura 4:

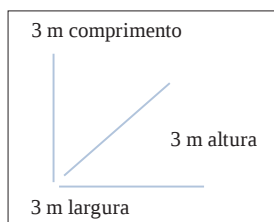


Figura 4. Demonstração

Então, os alunos voltam à ação de assentar os blocos:

[7]

H1: Ah, bom, tudo três, né? Tem que fazer tudo de três, três por três e sobe os blocos!

H1: Assim, né?

Pesquisador reforça: 3x3x3, exato.

H1 conclui e emenda: Pode fazer uma casa agora? [Querendo construir outras coisas].

Mais à frente, outro aluno narra sua ação enquanto realiza o desafio após visualizar a demonstração do pesquisador 1:

[8]

H5: É assim, ó! [falando para os colegas próximos].

H5: É três por três por três para o teto [empilhando três blocos para cima].

H5: Ó, você é burro, é? É três por três por três [falando para o colega que não levantava as paredes].

Outro grupo conversando mais adiante continua:

[9]

H6: Ó, H7, é três! Assim, ó, três, três, três! E constrói usando blocos. Olha como você está fazendo, sobe para o teto! [Mostrando que faltam as paredes].

O pesquisador 1 tira dúvidas de outro aluno que o chama, mostrando a tela em branco. E responde:

P1: Agora tem que ver quantos blocos têm desse aí pra gente contar: aqui tem um, dois, três, quatro, cinco, seis. Tem seis blocos aqui nesse exercício. A gente precisa fazer com três [referindo-se ao primeiro desafio].

Um, dois, três [largura], um, dois, três [comprimento], um, dois, três [altura].

H8, depois de acompanhar a ação do pesquisador, dá prosseguimento à atividade narrando sua ação:

[10]

H8: Aí, você só vai completar esse daí [referindo-se ao exercício incompleto].

Um, dois, três chegue para trás para [completar a carreira de blocos do comprimento].

Aí você completa essa daí e depois completa a de cá [fazendo as paredes].

Pronto, agora vai para o lado um, dois, três, até completar esses três blocos.

Assim é mais fácil [narrando a própria ação para o colega vizinho].

Vai botando assim [agora narrando a ação do colega ao olhar o tablet do vizinho].

E agora você completa até chegar aqui em cima [referindo-se à altura].

Observamos que os alunos não fazem uso dos termos matemáticos *largura*, *altura* e *comprimento* durante suas narrativas. O exercício de construir usando blocos (actante não-humano) afeta os alunos, provocando deslocamentos: os estudantes são mobilizados pelos blocos e demais elementos do *Minecraft* a operacionalizar na prática os conceitos trabalhados em sala de aula e acionados para prosseguir com a edificação por meio da demonstração dos pesquisadores. O bloco, como recurso do *Minecraft*, faz as crianças fazerem. Assume diferentes funções e significados matemáticos, como a noção de metrô, arredondamento ou aproximação, comprimento, largura e altura. As associações com o bloco do *Minecraft* proporcionam translações, permitindo que as medidas físicas propostas nos *exercícios de construção* e em *meu canto* gerassem condições de existência nas edificações produzidas no ambiente *Minecraft*.

Entrando no quarto movimento da Cartografia (mapear a associação entre os atores), percebemos, no fluxo das interações, a rede que se forma entre atores humanos (alunos-pesquisadores) e não-humanos (quadro-piloto, *tablets*-aplicativo, itens do *Minecraft*, rede internet-rede *Wi-Fi*, projetor multimídia-*notebook*). As ações que proliferam a partir dessas interações e associações geram agência que traduzem realidades instauradas dentro e fora do mundo aberto, conforme ilustramos na Figura 5 com o mapeamento da rede:

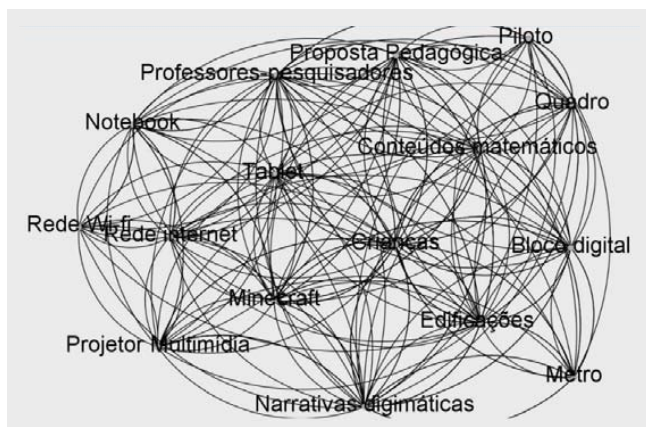


Figura 5. Rede sóciotécnica

O mapeamento da rede sóciotécnica ilustrado na Figura 5 foi possível pela associação entre pesquisadora e *software Gephi*, evidencia os nós (atores) e as arestas da rede performada e resulta de um *frame* provisório da rede. É provisório

porque a rede está em constante movimento, as associações podem mudar a qualquer momento, pois sofrem testes de força (Sørensen, 2009). No centro, encontramos os atores com maior número de conexões. Verificamos pelas arestas as associações entre crianças, *Minecraft*, bloco digital, conteúdos matemáticos, *tablet*, metro (medida), produzindo edificações que enredam as narrativas matemáticas.

Seguindo com o mapeamento, verificamos primeiramente que a demonstração dos pesquisadores se associando aos atores não humanos — quadro branco + piloto para registrar as orientações e o desafio proposto — não foi suficiente para que os alunos compreendessem a atividade, conforme os trechos destacados 4, 5 e 6. Isso revela uma série de outros acoplamentos entre humanos e não-humanos para a orientação e o desenvolvimento da tarefa.

Os alunos ora se associavam aos pesquisadores para tirar dúvidas, ora recorriam aos colegas vizinhos ou à dupla *projektor multimídia-notebook* para acompanhar as demonstrações dos exercícios. Os pesquisadores associaram-se ao quadro branco-piloto, ao *tablet*-aplicativo e aos elementos de jogo, como os blocos de construção. Em suma, os pesquisadores precisaram associar-se a outros atores não-humanos, como o *tablet* + aplicativo *Minecraft* + bloco digital + rede internet-Wi-Fi + *projektor multimídia-notebook*, para fazer-se compreender.

É importante salientar que, quando os alunos foram deixados livres (sem orientação ou regras propostas pela oficina) para edificar sua casa no encontro anterior (desafio *meu canto*), construíram sem dificuldades suas moradas, contendo os alicerces para a fundação, com largura, comprimento e altura. A dificuldade se deu quando introduzimos conceitos matemáticos para orientar os exercícios de construção do segundo encontro. Nesse momento, as regras e orientações da proposta pedagógica da oficina agiram assumindo papel de actante, de modo a desestabilizar a rede. Provas de força (dificuldades de compreensão, dúvidas), surgiram, mobilizando os actantes a novas associações, novos arranjos foram feitos para superar os obstáculos e concluir a edificação das construções. A rede se estabilizou e permitiu a continuidade e conclusão das edificações.

As narrativas que emergiram das associações entre humanos e não humanos no mundo aberto *Minecraft* são *voláteis*, podem ser reescritas, são participativas, ou seja, reagem às informações que inserimos nelas. E provocam agência, todos reagem à resposta dada pelo ambiente digital, conforme apontam os trechos 1 e 2.

As Narrativas Digimáticas produzidas pela associação dos atores humanos e não humanos também são espaciais, conforme destacamos nos trechos 1 e 2. Estes envolveram a construção da casa na árvore, desdobrando-se no iglu, no boneco de neve e na casa flutuante.

As narrativas analisadas revelaram-se descontínuas, pois foram produzidas a partir da navegação (associação) dos humanos no cenário do jogo e seus elementos internos, mas também foram atravessadas pelos acontecimentos externos, pelos problemas técnicos ou, ainda, pela presença de uma dupla de atores não-humanos, provas de força, que desestabilizam a rede, fazendo com que as entidades construíssem novas associações e conexões para transpor os obstáculos. Já a dupla *projetor multimídia-notebook* mostrou-se um actante, pois deu visibilidade à ação de todos e produziu afetações no grupo, que passou a exigir o equipamento tecnológico em todos os encontros.

Observamos um fluxo contínuo de afetações, oriundo tanto do ambiente digital quanto do entorno externo, que englobaram os jogadores e, por consequência, sua ação no jogo: o ataque à construção dos colegas vizinhos usando blocos de fogo e a descoberta da possibilidade de criar casas em novos terrenos ou em lugares incomuns, como a casa na árvore, a experimentação com blocos de gelo na construção do iglu. Os episódios citados ilustram as afetações produzidas não só pelo ambiente do jogo e seus elementos (não-humanos), mas também pela própria ação dos humanos, gerando deslocamentos e translações nas construções dos demais.

O evento destacado na fala dos pesquisadores apresentadas nos trechos do diário do pesquisador, na seção 4.1 — a ação de construir, desconstruir e reconstruir — ilustra o deslocamento ou a translação resultado desse processo de afetar e ser afetado, um termo muito comum nos estudos latourianos para designar o poder de agência dos objetos/coisas. Assim, em vez de construir casas, destruídas por atores humanos, o grupo atacado passou a estruturar um prédio.

Constatamos também nas Narrativas Digimáticas, após inúmeras dificuldades, seguidas das intervenções dos pesquisadores e demonstrações desenhadas no quadro, a presença de números e termos matemáticos usados e acionados pelas crianças para explicar/narrar/descrever a própria *performance* durante as atividades. Isso foi notado no desenvolvimento dos exercícios de construção que solicitaram edificações com as medidas 3 x 3 x 3 m.

Destacamos, por fim, que as Narrativas Digimáticas possuem novos agentes enunciadore, isto é, são anunciadas e construídas de forma híbrida (por humanos e não-humanos), em um processo de coautoria ou, como denominamos neste trabalho, *autoria compósita*, oriunda dos complexos acoplamentos entre os actantes. As Narrativas Digimáticas são, portanto, o resultado da associação de atores humanos e não humanos em ambientes digitais ou mundos abertos, configurando-se como produto de uma rede sociotécnica, fruto de uma engenharia heterogênea que venceu provas de força que desestabilizaram momentaneamente a rede, provocando novos agenciamentos.

5. CONCLUSÕES

Buscamos analisar que Narrativas Digimáticas emergem a partir da associação das crianças com o *Minecraft* e seus elementos. Destacamos, ao longo de nossa investigação, análise e discussão tanto a ação dos humanos como a dos não-humanos em inúmeros acoplamentos complexos (alunos, tecnologia, pesquisadores, minecraft, conteúdos matemáticos) que geraram *performances* produtoras de narrativas.

Rastrear os atores em ação na tessitura da rede sociotécnica foi um desafio, exigindo de nós, pesquisadores, lentes específicas, emprestadas dos pressupostos da TAR e da técnica da Cartografia para investigar um objeto complexo e multifacetado, exigindo-nos exercitar o olhar para rastrear a movimentação dos não-humanos e os desdobramentos decorrentes de suas ações. Essas lentes nos permitiram observar as provas de força: identificar os nós, os pontos de convergência e as divergências que emergiram das associações. Ao mesmo tempo, essa ação nos auxiliou a mapear a movimentação dos atores no fluxo produtivo das Narrativas Digimáticas.

As narrativas que emergiram desse fluxo produtivo são resultado da rede sociotécnica, ao mesmo tempo em que enredam a realidade, confirmando a agência dos não-humanos como elemento fundamental em sua produção. O próprio ambiente do *Minecraft* com seus elementos configurou-se num actante que, em associação com as crianças, permitiu performar uma realidade (meu canto no *Minecraft*).

Concluimos, com este estudo de caráter exploratório, que as Narrativas Digimáticas são fruto de uma autoria compósita, oriunda dessas *performances*, resultando em uma multiplicidade de acoplamentos que exigem de nós, pesquisadores, dinamismo e flexibilidade para acompanhar e analisar o fluxo interativo e os múltiplos acoplamentos na tessitura da rede. Revelamos com este estudo preliminar, do qual se desdobram mais outros dois estudos (Moura et al. 2025a, 2025b), apenas um trecho inicial da profícua trilha a ser percorrida, que investiga a produção de narrativas matemáticas em contextos digitais, pavimentada pelos pressupostos teóricos metodológicos da TAR, ocasionando um deslocamento da perspectiva antropocêntrica para a sociomaterial. Sem a presença das “coisas”, dos não-humanos, das tecnologias analógicas ou digitais, não nos engendramos, realizamos nem produzimos deslocamentos na prática pedagógica.

AGRADECIMENTOS

Embora não sejam responsáveis pelas ideias aqui apresentadas, agradeço à Prof.^a Dr.^a Andreia Maria Pereira de Oliveira, aos Prof. Dr. Dr. Marcio Roberto de Lima, Prof. Dr.^o Clodis Boscarioli e Prof. Dr.^o Ecivaldo de Souza Matos, interlocutores que nos deram sugestões importantes para o aprimoramento deste trabalho. Agradecemos também aos demais pesquisadores Leandro Correia, Pétala Guimarães e a bolsista de extensão Marcelle Gomes que colaboraram no projeto de extensão, assim como à Prof.^a Prof.^a Elis e a seus alunos que participaram da oficina.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN Y AUTORÍA

Juliana, Moura, autora principal, foi responsável pela concepção e desenvolvimento da pesquisa, elaboração dos objetivos, fundamentação teórica, construção metodológica, coleta e análise dos dados, além da redação inicial e final do artigo.

Jonei, Cerqueira Barbosa, orientador, atuou no acompanhamento de todas as etapas do trabalho, oferecendo suporte teórico, metodológico e crítico, contribuindo com a validação dos resultados, a revisão do texto e o aprimoramento da redação acadêmica.

Lynn, Alves, coorientadora, contribuiu com aportes teóricos específicos, principalmente na discussão metodológica, e participou da análise crítica dos dados e da revisão final do artigo, colaborando para o fortalecimento científico do trabalho.

REFERENCIAS

- Bulla, F. D. (2020). *Minerando a matemática com o Minecraft: uma investigação sob o enfoque da cyberformação* [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Repositorio Digital UFRGS. <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/218415/001123133.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Callon, M. (2006). Sociologie de l'acteur réseau. Em M. Akrich, M. Callon e B. Latour (Org.), *Sociologie de la Traduction* (pp. 267-276). Presse des Mines.
- Carlsen, M., Erfjord, I., Hundeland, P. S. e Monaghan, J. (2016). Kindergarten teachers' orchestration of mathematical activities afforded by technology: agency and mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 93, 1-17. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-016-9692-9>

- Custódio, R. C. F. e Pozzebon, E. (2016). Minecraft: um jogo? Um mundo? Uma estratégia de ensino? Em *Proceedings of SBGames 2016* (pp. 1157-1160). <http://www.sbgames.org/sbgames2016/downloads/anais/157282.pdf>
- de Camillis, P. K., Bussular, C. Z. e Antonello, C. S. (2016). A agência a partir da teoria do ator-rede: reflexões e contribuições para as pesquisas em administração. *Organizações & Sociedade*, 23(76), 73-91. <https://periodicos.ufba.br/index.php/revistaoes/article/view/8675>
- de Freitas, E. (2016). Bruno Latour. Em E. de Freitas e M. Walshaw (Eds.), *Alternative Theoretical Frameworks for Mathematics Education Research* (pp. 121-148). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33961-0_6
- de Freitas, E., Ferrara, F. e Ferrari, G. (2019) The coordinated movements of collaborative mathematical tasks: The role of affect in transindividual sympathy. *ZDM Mathematics Education*, 51(2), 305-318. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-1007-4>
- Ferreira, S. C. (2019) Ambiente virtual de aprendizagem no ensino presencial em uma Universidade pública: redes sociotécnicas e processos de tradução. *Ponto de acesso*, 13, 3-21. <https://cip.brapci.inf.br/download/136258>
- Francisco, C. N. P. e Oliveira, R. S. de. (2018). Ampliação de letramentos através do jogo Minecraft: propostas pedagógicas. *Letras em Revista*, 19(1), 11-24.
- Knittel, T, Santana, L., Pereira, M. e Menuzzi, M. (2017). Minecraft: Experiências de sucesso dentro e fora da sala de aula. Em *Proceedings of SBGames 2017* (pp. 789-795). <https://www.sbgames.org/sbgames2017/papers/CulturaFull/175083.pdf>
- Latour, B. (2012). *Reagregando o Social: uma introdução à teoria do ator-rede*. EDUFBA e UDUSC.
- Law, J. (1992). Notes on the theory of the actor-network: Ordering, strategy, and heterogeneity. *Systems practice*, 5(4), 379-393.
- Law, J. (2012). Technology and Heterogeneous Engineering: The Case of Portuguese Expansion. Em E. W. Bijker, P. H. Thomas e T. Pinch (Eds.). *The Social Construction of Technological Systems: New Directions in the Sociology and History of Technology* (pp. 105-127). The MIT Press.
- Lemos, A. (2020). Epistemologia da Comunicação, Neomaterialismo e Cultura Digital. *Galáxia*, 43, 54-66. <https://revistas.pucsp.br/index.php/galaxia/article/view/43970>
- Lima, M. R. de. (2022). Performance: operador teórico no campo da Educação a partir da Teoria Ator-Rede. *Linhas Críticas*, 28, e43415. <https://doi.org/10.26512/lc28202243415>
- Mateas, M., Stern, A. (2005). Procedural authorship: A case-study of the interactive drama façade. Em *Digital Arts and Culture: Digital Experience: Design, Aesthetics, Practice (DAC 2005)*. <https://users.soe.ucsc.edu/~michaelm/publications/mateas1-dac2005.pdf>
- Moura, J. S., Barbosa, J. C. e Alves, L. R. G. (2025a). Narrativas Digimáticas em Jogo de Mundo Aberto: cartografando redes sociotécnicas e controvérsias na produção de uma réplica digital escolar. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 39, e230098. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v39a230098>
- Moura, J. S., Barbosa, J. C. e Alves, L. R. G. (2025b). *Teoria ator-rede na Educação Matemática: Deslocamentos analíticos para a pesquisa*. Manuscrito submetido para publicação.
- Murray, J. (2003). *Hamlet no Holodeck: o Futuro da Narrativa no Ciberespaço*. Itaú Cultural, UNESP.
- Nemirovsky, R. (1996). Mathematical Narratives, Modeling, and Algebra. Em N. Bernarz, C. Kieran e L. Lee. (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 197-220). Springer.
- Nóbriga, J. C., Lacerda, G. e Scheffer, N. F. (2015). *Narrativas Matemáticas Dinâmicas: uma nova forma de comunicação em Matemática*. Conferência Internacional do Espaço Matemático em Língua Portuguesa. https://www.academia.edu/25816466/Narrativas_matem%C3%A1ticas_din%C3%A2micas_uma_nova_forma_de_comunica%C3%A7%C3%A3o_em_matem%C3%A1tica_CIEMLP_Lisboa_Portugal_2015

- Nogueira, L. (2020). *Minecraft' ultrapassa 130 milhões de jogadores ativos por mês*. Olhar Digital. <https://olhardigital.com.br/games-e-consoles/noticia/-minecraft-ultrapassa-131-milhoes-de-jogadores-ativos/108163>
- Oliveira, K. E. J. e Porto, C. M. (2016). *Educação e teoria ator-rede: fluxos heterogêneos e conexões híbridas*. Editus.
- Pedro, R. M. L. R. (2008). *Redes e controvérsias: ferramentas para uma cartografia da dinâmica psicossocial*. Em A. Ferreira, L. Freire, M. Moraes e R. Arendt (Eds.), *Teoria Ator-Rede e Psicologia* (pp. 78-96). NAU.
- Ribeiro, P. T. de C. e Lima, M. R. de (2022). Teoria Ator-Rede e educação: uma revisão sistemática. *Educação em Foco*, 27(1). <https://doi.org/10.34019/2447-5246.2022.v27.37321>
- Ryan, M. L. (Ed.). (2004). *Narrative Across Media. The Language of Storytelling*. University of Nebraska Press.
- Saiba o que são games sandbox e os principais títulos do mercado. (2014). *Techtudo*. <https://www.techtudo.com.br/noticias/2014/12/saiba-o-que-sao-games-sandbox-e-os-principais-titulos-do-mercado.ghtml>
- Schlieck, D. e Borges, M. Teoria ator-rede e educação: no rastro de possíveis associações. *Revista Triângulo*, 11(2), 175-198. <https://doi.org/10.18554/rt.v0i0.2984>
- Silva, P. e Cerqueira Barbosa, J. (2018). Das redes sociotécnicas à cartografia de controvérsias na Educação. *CIET: EnPED*. <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2018/article/view/244>
- Silva, P., Pretto, N. D. L. e Lima, D. M. (2020). Relações sociotécnicas do movimento escola sem partido partir de uma análise pós-qualitativa. *Educação*, 10(2), 80-94. <https://doi.org/10.17564/2316-3828.2020v10n2p80-94>
- Sørensen, E. (2009). *The Materiality of Learning: Technology and Knowledge in Educational Practice*. Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511576362>
- Vital, C. e Scucuglia, R. R. S. (2020). A criação de GIFs com o GeoGebra para produção de narrativas matemáticas digitais. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 16(36), 128-141. <http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i36.7319>

Autores

Juliana Santana Moura. Departamento de ciências Exatas e da Terra, Universidade do Estado da Bahia. Salvador, Brasil. moura.sj@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-1621-8712>

Jonei Cerqueira Barbosa. Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia. Salvador, Brasil. jonei.cerqueira@ufba.br

 <https://orcid.org/0000-0002-4072-6442>

Lynn Rosalina Gama Alves. Instituto de Humanidades, Artes e Ciências, Universidade Federal da Bahia. Salvador, Brasil. lynnalves@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-3688-3506>

FREDY DE LA CRUZ URBINA, GABRIELA BUENDÍA ABALOS

DIÁLOGO ENTRE LO COMUNITARIO Y LO ESCOLAR:
LA COCCIÓN DE LA TORTILLA DE MAÍZ COMO SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

DIALOGUE BETWEEN THE COMMUNITY AND THE SCHOOL:
THE CORN TORTILLA COOKING AS A LEARNING SITUATION

RESUMEN

Este escrito presenta una situación diseñada en el marco del pensamiento variacional para favorecer un diálogo entre la matemática escolar y el conocimiento comunitario. Dicho diálogo se construye a través de la articulación entre los conceptos escolares de la matemática del cambio y la variación con los conocimientos comunitarios vinculados al proceso de cocción de la tortilla de maíz. En esta propuesta, el contexto de significación es la base para el desarrollo intencional de prácticas y usos del pensamiento variacional tales como la seriación, la comparación o la predicción. En particular, se presenta evidencia del uso de la gráfica referida al proceso de cocción de una tortilla bien hecha; sus diferentes formas y funcionamientos actúan como puente entre lo escolar y lo comunitario, evidencia de un diálogo significativo entre ambos.

PALABRAS CLAVE:

- *Comunidad*
- *Diálogo significativo*
- *Pensamiento variacional*
- *Uso de la gráfica*

ABSTRACT

This paper presents a situation designed within the framework of variational thinking to foster a dialogue between school mathematics and community knowledge. This dialogue is built through the articulation of school concepts of the mathematics of change and variation with community knowledge linked to the corn tortilla cooking process. In this proposal, the context of meaning is the basis for the intentional development of practices of variational thinking such as serialization, comparison and prediction. In particular, evidence is presented of the use of graphics referring to the cooking process of a well-made tortilla; its different forms and functions act as a bridge between the school and the community, demonstrating a meaningful dialogue between the two.

KEY WORDS:

- *Community*
- *Meaningful dialogue*
- *Variational thinking*
- *Use of graphs*



RESUMO

Este artigo apresenta uma situação projetada dentro da estrutura do pensamento variacional para promover um diálogo entre a matemática escolar e o conhecimento comunitário. Esse diálogo é construído por meio da articulação de conceitos escolares da matemática da mudança e da variação com o conhecimento comunitário vinculado ao processo de cozimento da tortilha de milho. Nesta proposta, o contexto de significado é a base para o desenvolvimento intencional de práticas e usos do pensamento variacional, como seriação, comparação e predição. Em particular, são apresentadas evidências do uso do gráfico referente ao processo de cozimento de uma tortilha bem-feita; suas diferentes formas e funções atuam como uma ponte entre a escola e a comunidade, evidenciando um diálogo significativo entre ambas.

PALAVRAS CHAVE:

- *Comunidade*
- *Diálogo significativo*
- *Pensamento variacional*
- *Uso de gráficos*

RÉSUMÉ

Cet article présente une situation conçue dans le cadre de la pensée variationnelle afin de favoriser un dialogue entre les mathématiques scolaires et les savoirs communautaires. Ce dialogue repose sur l'articulation des concepts scolaires des mathématiques du changement et de la variation avec les savoirs communautaires liés à la cuisson des tortillas de maïs. Dans cette proposition, le contexte de signification sert de base au développement intentionnel de pratiques et d'usages de la pensée variationnelle, tels que la sériation, la comparaison et la prédiction. Plus particulièrement, des preuves sont présentées de l'utilisation du graphique se référant au processus de cuisson d'une tortilla bien faite ; ses différentes formes et fonctions servent de passerelle entre l'école et la communauté, témoignant d'un dialogue constructif entre les deux.

MOTS CLÉS:

- *Communauté*
- *Dialogue constructif*
- *Pensée variationnelle*
- *Utilisation des graphes*

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo parte de considerar la relevancia del conocimiento cotidiano para la construcción de significados de los conceptos matemáticos escolares. Este constructo del cotidiano “temporaliza el saber de la gente con base en

su experiencia de vida” (Cordero Osorio, 2023, p. 50) y hace referencia a formas culturales de saberes conformadas social e históricamente. En ese marco, buscamos evidenciar a lo comunitario como una forma de vida -dentro del cotidiano- que construye formas de educación dialógica, pertinentes, democráticas y transformadoras (Comisión de Educación y Cultura de la Asamblea Estatal Democrática [CECAED], 2017) como todo un entramado de vínculos, afectos y sentidos compartidos.

En concordancia con los trabajos de Gasché Suess (2013), D’Ambrosio (2014) y Bertely Busquets (2019) se considera que los estudiantes, como parte de su forma de vida en comunidad, poseen conocimiento que puede ser de utilidad para establecer un diálogo con los conceptos escolares y que estos, a su vez, reconozcan y valoren a lo comunitario. Este diálogo lo sustentaremos en el reconocimiento de una racionalidad contextualizada, principio socioepistemológico que enuncia que la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre (Cantoral Uriza, 2013). Proponemos un contexto de significación que resignifica la matemática escolar con base en la noción de uso del conocimiento matemático (Cordero Osorio y Flores Estrella, 2007; Zaldívar Rojas y Briceño Solis, 2019; Cordero Osorio, 2023).

La significación mediante el uso sugiere retomar contextos cercanos a la realidad de los estudiantes para generar conocimientos significativos y útiles para la vida. Cordero Osorio et al. (2014) reconocen al uso del conocimiento como un atributo que admite la diversidad cultural de las comunidades y es un marco de referencia para el rediseño del discurso matemático escolar. Así, la noción de uso contribuye a que el conocimiento matemático sea un instrumento que enriquece la cultura y favorece la equidad (Cordero Osorio, 2023).

En la búsqueda de escenarios que posibiliten la emergencia de un diálogo entre lo comunitario y lo escolar, este trabajo retoma la cocción de la tortilla de maíz como un contexto de significación para la matemática de la variación y el cambio propuesta por De la Cruz Urbina y Buendía Abalos (2021). El objetivo de este escrito es presentar una situación de aprendizaje en la que se trabaja con la gráfica de lo que llamaremos la *buena tortilla*: una gráfica tiempo-temperatura de la tortilla, producto de la modelación del proceso de cocción de la tortilla de maíz, proceso del que se obtuvo una tortilla bien hecha de acuerdo con el conocimiento comunitario. Con base en las dimensiones que conforman el contexto de significación, analizaremos el llamado diálogo significativo.

Así, la pregunta que aborda este escrito refiere a cómo el uso de la gráfica resignifica nociones matemáticas propias del cambio y la variación y favorece un diálogo significativo entre esa matemática y lo comunitario.

2. ANTECEDENTES

Existen propuestas innovadoras que han sido desarrolladas en el contexto escolar cuyo interés es lograr que los estudiantes relacionen su cotidiano con lo que aprenden en el aula. Un ejemplo de ello es el trabajo de Balda et al. (2018), quienes consideran a la huerta escolar como un marco de referencia para la construcción de conocimiento matemático. Las autoras mencionan que las diferentes tareas que allí se llevan a cabo como medir, comparar, clasificar y anticipar tienen un bagaje cultural que sirvió de base de significación para favorecer el uso del conocimiento matemático sobre la proporcionalidad a la luz de dichas tareas.

Otros autores han concebido a las actividades comunitarias como escenarios vivos para la construcción de conocimiento a partir de las actividades sociales, productivas, alimentarias, entre otras, que realizan los diferentes actores en su comunidad; ejemplo de ellas son la milpa, la cocina tradicional, el taller de artesanías, etc. (Sartorello 2021; Red de Educación Inductiva Intercultural [REDIIN], 2019; CECAED, 2018; Gasché, 2013).

Sartorello (2021) reporta la elaboración de *mapas vivos* en el que los estudiantes y padres de familia elaboraron una cartografía propia y contextualizada articulando aspectos sociales, culturales, geográficos e históricos de su comunidad. Solares-Rojas y Mendoza (2025) destacan también cómo la construcción de mapas del entorno ponen en juego conocimientos y prácticas matemáticas. Según estos autores, dichas tareas favorecieron en los estudiantes el desarrollo de vínculos con su territorio y fomentaron el uso de conceptos matemáticos relacionados con el espacio y la escala. Lo significativo de estas propuestas radica en que lograron establecer un diálogo entre lo comunitario y lo escolar, donde los mapas fueron herramientas para expresar, representar y pensar colectivamente sobre el territorio.

Por su parte, Zabel y dos Santos (2023) analizaron diferentes actividades matemáticas que tienen que ver con la atención de problemas comunitarios identificados por el alumnado. Los sujetos hicieron uso del conocimiento matemático para reflexionar e intervenir en el problema. El desarrollo de estas tareas es lo que los autores llaman *praxis educativa*, que tiene como base el diálogo y la colaboración de la comunidad escolar en todo el proceso.

En concordancia con estas propuestas, este trabajo pretende articular el conocimiento comunitario inherente a la cocción de la tortilla de maíz con el conocimiento matemático escolar del cambio y la variación. Se trata de racionalidades de distintos contextos que tratan con el cambio de diferentes maneras. De allí que, esta investigación pretende favorecer un diálogo entre

ellos de manera que el conocimiento comunitario sea base de significación del conocimiento matemático y así mismo, éste reconozca al conocimiento comunitario como una fuente de significación.

2.1. *El concepto cultural de buena tortilla*

Los productos del maíz tienen gran relevancia en la sociedad latinoamericana y en particular, la tortilla es considerada como símbolo de identidad mexicana (López et al., 2015; Rodríguez y Concheiro, 2016). Elaborar tortillas de maíz haciendo uso de un fogón (un espacio para encender un fuego), la masa de maíz y el comal, es parte de la vida cotidiana en las comunidades rurales chiapanecas, lugar geográfico de esta investigación. No obstante, hacer una buena tortilla de esta forma tradicional requiere del dominio de ciertas técnicas y conocimientos que son asequibles a través de la experiencia en la actividad comunitaria.

Hacer una *buena tortilla* -bien hecha y, en consecuencia, sabrosa- tiene que ver con su cocción óptima: según el conocimiento comunitario, el punto ideal de cocción de la tortilla se evalúa a partir del inflado que ocurre al cocerla. El inflado no solo refleja el dominio en la ejecución de las técnicas e instrumentos, sino que desde una perspectiva cultural garantiza una tortilla agradable y apta para el consumo humano (Badui, 2006).

En la Tabla I se presenta esta concepción que a través de una serie de pasos y su explicación comunitaria; esta emerge de la experiencia personal de los estudiantes y el conocimiento transmitido como parte de su cultura, principalmente de las madres y abuelas. Los pasos aquí presentados se refieren al proceso de elaboración de la tortilla una vez que se cuenta con la masa para hacerla; los pasos 1 al 3 son previos a la elaboración de la tortilla; 4 y 5 tienen que ver específicamente con su elaboración; los pasos 6 al 10 se refieren a la cocción y serán el foco de este estudio (Nota: un video completo de la elaboración de la tortilla de maíz en Chiapas, México, a partir de la masa ya preparada puede verse en <https://youtu.be/YOFFPoaT504>).

Con esta base, se propondrá una situación para el estudio del cambio y la variación en el aula de matemáticas con la intención de que estudiantes de bachillerato desarrollen un conocimiento matemático socioculturalmente significativo. No se busca enseñar a hacer tortillas en el aula de matemáticas, sino que al ser un proceso que se conoce -y se aprecia- desde los espacios personales de vida, ello favorezca la creación de un contexto de significación para la matemática escolar.

TABLA I
Pasos para obtener una buena tortilla

<i>Pasos</i>	<i>Explicación comunitaria</i>
1. Preparar el fogón	El fogón debe tener el calor suficiente para la cocción de las tortillas. Para esto se coloca cierta cantidad de leña y se acomoda de manera que el fuego se concentre en el centro del comal y así el calor sea uniforme.
2. Amasar	La masa debe hidratarse y mezclarse para que esta sea homogénea y moldeable. Si la masa no tiene la suficiente plasticidad es poco probable que se obtenga una buena tortilla.
3. Curar el comal	Es un proceso que tiene dos intenciones: desinfectar el comal y evitar que la tortilla se adhiera durante su cocción; se realiza untando una pasta de cal y agua sobre la superficie del comal.
4. Medir una porción de masa	Se utilizan los dedos y el puño para medir la cantidad de masa para hacer cada tortilla de manera que todas tengan el mismo tamaño.
5. Tortear la masa	Con las palmas de las manos se da forma y tamaño a la masa hasta que quede delgada, redonda y plana. La tortilla debe tener un mismo grosor para que se cueza de manera uniforme.
6. Poner la tortilla al comal	La tortilla debe colocarse de tal modo que quede extendida sobre la superficie caliente del comal y así, tenga una cocción óptima. Una mala colocación puede hacer que la tortilla se rompa o se doble y evitará que la tortilla se cocine de forma homogénea.
7. Regular el fuego	Si el calor es muy fuerte la tortilla se quema y se pega, por ello es necesario controlar el fuego durante la cocción. El fuego debe mantenerse al centro del comal y ser constante para que el calor sea uniforme en todo el comal.
8. Voltear la tortilla	La tortilla debe voltearse para que esta se cueza en ambos lados. La primera vuelta debe realizarse cuando la tortilla se pone amarilla o se doran las orillas. Si se deja más tiempo en el comal ya no infla.
9. Volver a voltear la tortilla	Se voltea por segunda vez para que se infle. Este segundo volteo se lleva a cabo cuando la tortilla presenta cierto color y textura. A veces es necesario levantar la tortilla y observar si la cara que está en contacto con el comal ya está cocida. Entonces, se realiza el volteo.
10. Esperar que se infle y retirarla del comal	Cuando la tortilla comienza a inflarse se utiliza la yema de los dedos para ayudar a desprender la <i>pancita</i> y que se infle por completo. Esto indica que la tortilla ya está cocida, por lo que se retira del comal; el inflado asegura una buena tortilla.

3. ASPECTOS TEÓRICO-CONCEPTUALES

3.1. *El estudio del cambio: prácticas para analizar la variación*

De acuerdo con Cantoral Uriza (2019) y Cantoral Uriza et al. (2018), el estudio del cambio precisa del desarrollo de un sistema de referencia variacional que se conforma por la articulación entre la causalidad y la temporización. La causalidad tiene que ver con reconocer que existe una relación entre las variables involucradas, establecer un elemento de referencia y elegir una unidad de medida. La temporización requiere discretizar el fenómeno en intervalos adecuados para analizar cuánto y cómo cambian las variables. De acuerdo con los autores, el desarrollo de estos elementos permite construir una racionalidad para tratar con el cambio en situaciones variacionales.

La construcción de un sistema de referencia variacional requiere de una epistemología de prácticas como la comparación, la secuenciación o seriación, la predicción y la estimación, prácticas que anteceden y acompañan el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional (Cantoral Uriza et al., 2018; Cantoral Uriza, 2013, 2019; Fallas y Lezama, 2022). Con base en estas fuentes, en la Tabla II se presenta una caracterización de las prácticas que conforman el modelo epistemológico que será la base de la situación variacional propuesta:

3.2. *La situación variacional de la buena tortilla: el fenómeno físico asociado*

Caracterizar a la cocción de una buena tortilla como una situación variacional precisó entender qué atributos medibles están relacionados con el cambio de color y textura en la cocción de la tortilla. Estos atributos medibles son fundamentales en una situación de variación y cambio pues ésta siempre debe comenzar -significativamente- cuestionando si algo está cambiando y qué está cambiando (Cabrera et al., 2023). Así, mientras que en la experiencia de lo comunitario, el color y la textura son indicativos de un buen proceso (pasos 8 y 9 de la explicación comunitaria en la Tabla I), en el ejercicio escolar de modelación se requiere una medición objetiva y factible de realizar con instrumentos escolares.

La literatura reporta que los cambios que se producen en la tortilla debido a la cocción están asociados con ciertas reacciones químicas y térmicas del almidón, principal componente del maíz con el que se elabora la tortilla. Según Noguera et al. (2018), las modificaciones en la textura debido al calor dependen, entre otras cosas, del proceso de gelatinización del almidón. Por consiguiente, el cambio de color y textura durante la cocción de la tortilla se vincula de manera directa con esta propiedad térmica (Canónico, 2003).

Debido a estos cambios físicos y químicos que acontecen por el cambio de temperatura, se ha concebido en este estudio a la cocción de la tortilla tradicional como un *fenómeno endotérmico*, donde las variables tiempo y temperatura de la tortilla permiten comprenderlo de manera cuantitativa. Considerar entonces estas variables permite su incursión al aula ya que medir la temperatura de la tortilla una vez colocada en el comal (paso 6 del proceso de la buena tortilla en la Tabla I) es algo factible de hacer en un proceso escolar para la obtención de datos.

TABLA II
Epistemología de prácticas para el estudio del cambio y la variación

Acciones	Primer nivel de respuesta que ejecuta el humano ante una situación problemática.	visualizar, medir, ordenar, agrupar, restar, relacionar, dividir	Se considera todo aquello que hace el sujeto para tratar con el cambio en una situación variacional
Actividades	Se componen de una articulación de acciones que permiten cuantificar el cambio, reconocer patrones y regularidad.	comparación	Se reconoce el cambio mediante una diferencia, cociente o combinación de estas entre dos estados o intervalos de una variable específica
		secuenciación o seriación	Consiste en ordenar y relacionar una serie de datos a fin de identificar cómo es el comportamiento de la variable en un intervalo
Prácticas socialmente compartidas	Se conforman por actividades intencionales y normadas socialmente.	predicción	Tiene que ver con determinar un valor específico, puntual o local de la variable ya sea en el pasado o futuro
		estimación	Se usa para anticipar el comportamiento de una variable en un determinado intervalo considerando ciertas condiciones

Nota: Elaboración propia con base en los aportes de Cantoral Uriza et al. (2018); Cantoral Uriza (2013, 2019); Fallas y Lezama (2022).

En la Figura 1 se presenta un esquema de la situación variacional del fenómeno endotérmico de la buena tortilla con las tres etapas de cocción diferenciadas por los momentos de volteo. Se han incluido las marcas t y T que refieren al momento en el que inicia el inflado, característica de una tortilla bien hecha.



Figura 1. Esquema para la situación variacional propuesta

Nota: adaptado de De la Cruz Urbina y Buendía (2021, p. 12).

La situación variacional comienza cuando la tortilla es colocada en el comal en el tiempo t_0 con una temperatura T_i ; esta etapa 1 concluye en el tiempo t_1 con una temperatura T_1 , instante en el que se voltear por primera vez la tortilla. Inicia la etapa 2 la cual finaliza con el segundo volteo en el tiempo t_2 y temperatura T_2 (cada momento de volteo se realiza en un breve lapso). Después, inicia la tercera etapa, momento crucial en el que se determina si la tortilla tuvo una cocción óptima pues si fue así, se infla en el tiempo t posterior al instante t_2 , una vez que ha alcanzado la temperatura T . La cocción concluye cuando la tortilla se ha inflado por completo entonces se retira del comal con una temperatura T_f en el tiempo T_3 .

Así, para una buena tortilla ya caracterizada en la situación variacional, un aspecto clave radica en determinar los momentos en que debe voltearse para que se infle; en ello también los conocimientos socioculturales relativos a cómo se hace una buena tortilla: se requiere voltear la tortilla dos veces y después, la tortilla se infla. Este tipo de interrelación es el diálogo significativo que se busca favorecer.

3.3. El contexto de significación para favorecer un diálogo significativo: el uso de la gráfica

Se busca que el conocimiento matemático cobre sentido y significado al seno de una epistemología de prácticas y usos. Esto suple la idea de aprendizaje como adquisición, para dar lugar a aquellas prácticas que modifican al individuo “en colectividad ante tareas y situaciones concretas de su entorno vivencial”

(Cantoral Uriza, 2013, p. 142) y el conocimiento en uso es el saber que importa favorecer. Así, a decir de Cordero Osorio (2023), los usos del conocimiento y sus resignificaciones en diferentes escenarios transforman la realidad del que aprende.

Torres-Corrales y Montiel (2021) definen el uso del conocimiento matemático como el conjunto de formas en las que la matemática resulta funcional para un usuario en un contexto específico, permitiéndole dar respuesta a una tarea concreta, ya sea mediante el empleo de una noción o de la articulación de diversas nociones. Se reconoce que el uso del conocimiento matemático está condicionado por el contexto, responde a una intención, constituye un saber funcional y desarrolla significados. En este marco, “no existe un uso, sin usuario, y este no es tal sin el contexto donde acontece el uso” (Cantoral Uriza, 2013, p. 98). Esta noción implica reconocer las formas y funcionamientos que toma el conocimiento matemático en juego (Cordero Osorio y Flores Estrella, 2007; Buendía Abalos, 2012). Por funcionamiento entenderemos el rol que el conocimiento matemático desempeña en una tarea específica; la forma alude a la estructura o a las modalidades como se presenta el conocimiento en dicha tarea y cómo el usuario opera (calcula, argumenta) con él.

Reconocer el uso el conocimiento matemático para analizar su construcción es todo un cambio epistemológico en el que se requiere una noción de contexto amplio que, efectivamente, requiera de ese uso (Skovsmose, 1999). Valero (2005) señala cómo en los estudios socioculturales se considera noción de *contextos situacionales* como escenarios sociales donde la actividad de aprendizaje se lleva a cabo. Así, de acuerdo a la autora, un contexto amplio histórico, social, político y económico en el que los estudiantes viven no puede ser ignorado en educación matemática.

Sin embargo, en la búsqueda de significados para la matemática escolar a partir de prácticas y usos, buscamos aquellos elementos que reconozca la diversidad de racionalidades que desde esos contextos amplios y situacionales pueden emerger y conformar así un contexto que le dé sentido y significación al conocimiento matemático de interés (Cantoral Uriza et al., 2015). Esta racionalidad contextualizada la proponemos entender en este trabajo con la cocción de la tortilla a partir de tres grandes dimensiones que conformarán un contexto de significación para la actividad de variación propuesta: la dimensión situacional se refiere a la naturaleza del fenómeno endotérmico involucrado en la cocción de la tortilla, es decir, a las reacciones químicas y térmicas que se generan y que pueden ser cuantificada; la dimensión sociocultural tiene que ver con la concepción de lo que se considera una buena tortilla y la dimensión de la racionalidad particular se refiere al el pensamiento y lenguaje variacional. La tabla III presenta los elementos de cada una de estas dimensiones.

TABLA III
Un contexto de significación para la matemática escolar del cambio y la variación

Contexto de significación					
Dimensión situacional	<i>Fenómeno endotérmico</i>	Dimensión sociocultural	<i>Actividad comunitaria</i>	Dimensión de la racionalidad	<i>Matemática del cambio y de la variación</i>
	cocción de la tortilla		técnicas y saberes locales		sistema de referencia y prácticas variacionales
	¿cuándo se debe voltear la tortilla?		¿cuáles son los pasos para hacer una buena tortilla?		¿qué cambia? ¿cómo y cuánto cambia? etc.
Uso de la gráfica					

Nota: adaptado de De la Cruz Urbina (2022, p. 54).

En conjunto, las tres dimensiones del contexto de significación priorizan los procesos de resignificación de la matemática escolar por sobre un contexto situacional: un fenómeno endotérmico de la cocción de la tortilla con una carga sociocultural explícita que puede ser analizada con la matemática del cambio y la variación. En este escenario, al hacer una buena tortilla convergen procesos físicos, saberes sociales y culturales que de manera intencional se trasladan al aula de matemáticas; hay entonces un diálogo significativo donde los conceptos matemáticos emerjan no solo como nociones aisladas sino como un saber situado, funcional y articulado. Las propias dimensiones del contexto de significación nos permiten dar cuenta de dicho diálogo y el adjetivo *significativo* en este trabajo alude a la participación colectiva de los sujetos en la construcción del conocimiento matemático posibilitando nuevas formas de ver, comprender y enriquecer el conocimiento comunitario, sin soslayar su valor e identidad en un contexto específico.

En particular, en este escrito se da evidencia del uso de la gráfica con base en el contexto de significación propuesto para favorecer el diálogo significativo entre lo comunitario y lo escolar. Se trata de un proceso en el que el uso de la gráfica resignifica a la matemática en juego; dicho proceso no es estático pues a lo largo de la situación propuesta habrá diversos funcionamientos y formas que generen otros usos de las gráficas y sus elementos (Zaldívar Rojas y Briceño Solís, 2019).

4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

4.1. La situación de variación

Se diseñó una situación de variación organizada en tres momentos (M1, M2 y M3). El primero tiene como propósito conocer el estado inicial del fenómeno y finaliza con la elección intencional de las variables significativas a medir: tiempo y temperatura de la tortilla. El segundo reconoce patrones y regularidades a través del uso de la gráfica de una tortilla bien hecha. El tercero propone construir una herramienta predictiva de la situación variacional (Figura 2).



Figura 2. Momentos de la situación variacional

Con esta organización por momentos, se proponen diversas tareas (ver Tabla IV) que intencionalmente desarrollen los elementos comunitarios de la Tabla I y las prácticas variacionales señaladas en la Tabla II. Así es como proponemos que las dimensiones del contexto de significación se pongan en juego para el objetivo de reconocer el diálogo significativo que se quiere proponer.

TABLA IV
Momentos y tareas de la situación de variación

Momentos (M)		Tareas (T _j)
M1: Conocer el estado inicial del fenómeno	M1.T1: comparte tu experiencia	a) ¿cuáles son los pasos para elaborar la tortilla? b) ¿cuándo y por qué se debe voltear la tortilla? c) ¿cómo sabes que la tortilla está cocida?
	M1.T2: reconoce el cambio	a) ¿qué cambia en la cocción de la tortilla? b) ¿por qué cambia? c) ¿con respecto de qué cambia?

	M1.T3: analiza el cambio	a) ¿de qué depende el cambio? b) ¿qué se puede medir y cómo? c) ¿qué relación tiene dicho cambio con la cocción de una buena tortilla?
M2: Reconocer patrones y regularidad	M2.T1: experimentar y medir	Seguir los pasos para hacer una buena tortilla. Durante la cocción, se mide la temperatura de la tortilla con un sensor infrarrojo y se registran los datos en una hoja de cálculo. Se elaborarán tres tortillas y posteriormente, se selecciona uno de los tres procesos para su análisis, tomando en cuenta que haya resultado una tortilla bien hecha. Con base en este proceso: a) Registrar en una tabla los datos del tiempo y la temperatura que proporcionó el sensor para el caso elegido. b) Identificar en la tabla los momentos de volteo
	M2.T2: secuenciar y graficar	Graficar los datos de la tabla y reflexionar: a) ¿qué características presenta la gráfica al voltear la tortilla? ¿la temperatura cambia siempre de la misma manera? ¿qué pasa con la temperatura cuando se produce el inflado de la tortilla? b) Considerando las variables tiempo y temperatura ¿cómo es la gráfica de una <i>buena tortilla</i>?
	M2.T3: comparar y secuenciar	a) Describir para cada etapa de cocción: i) qué sucede en la tortilla ii) qué características tiene la gráfica iii) cómo cambia la temperatura y iv) cuánto cambia la temperatura. b) Cuáles son los valores de para esquematizar la situación completa.
M3: Conformar una herramienta predictiva	M3.T1: comparar y estimar	Se proporciona la gráfica obtenida en Excel a partir de los datos que arroja el sensor de temperatura. Contestar lo siguiente: a) ¿en cuánto tiempo la tortilla se coció? ¿en qué tiempo comenzó a inflarse y cuánto duró ese proceso? b) ¿cuándo ocurre el primer momento de volteo? c) ¿cuánto cambia la temperatura de los 20 a los 30 segundos? d) ¿cambia de la misma manera de los 30 a los 40 segundos? e) ¿cuándo ocurre el segundo momento de volteo? f) ¿cómo lo identificas? g) Realiza el bosquejo de la gráfica de una tortilla que se cuece en 100 segundos.
	M3.T2: estimar y predecir	Realizar en una misma gráfica con el software Excel la gráfica de los procesos de cocción de las tres tortillas. a) ¿todas las tortillas se cocieron de la misma manera? b) ¿cuál se coció más rápido? ¿cuál tardó más? c) ¿la cocción de las tortillas sigue algún comportamiento? d) ¿por qué cambia de esa manera? e) ¿cuál es el modelo que organiza los datos?

4.2. *El escenario de estudio*

La investigación se llevó a cabo con la participación voluntaria de seis estudiantes que cursaban el cuarto semestre (16 y 17 años de edad) en una escuela rural del subsistema de Telebachillerato, ubicada en el estado de Chiapas, México. Para las tareas del primer momento de estudio fue necesario indagar sobre las características de una buena tortilla, lo que implicó cuestionar a otros miembros de la comunidad, en especial madres y abuelas, quienes compartieron su experiencia con ellos. Los estudiantes poseían experiencia en la elaboración de tortillas y en la escuela estudiaban los conceptos de función, gráficas de funciones, entre otros conceptos afines como parte de su curso escolar.

Para la realización de las tareas se conformaron tres parejas de trabajo según su propia elección. Al concluir cada momento de estudio, se entrevistó a cada pareja para ampliar la información o aclarar respuestas. Posterior a las entrevistas, los resultados se discutieron en plenaria.

4.2.1. *El dispositivo para la medición*

Las variables tiempo y temperatura de la tortilla se midieron con una placa Arduino UNO y un sensor infrarrojo MLX90614ESF-BCC. Estos componentes tecnológicos fueron conectados a una computadora para registrar de manera automática los datos en una hoja de cálculo de Excel.

El sensor fue programado para medir la temperatura, en grados centígrados, cada medio segundo. La medición generó aproximadamente 150 registros por cada experimentación. Para realizar las tareas del momento 2, se trabajó con una muestra representativa de dichos datos. Con este propósito, los estudiantes eligieron el intervalo de medición: dos parejas de trabajo optaron por un intervalo de 5 segundos, mientras que la tercera eligió uno de 3 segundos.

Para reducir los errores de medición, según las especificaciones del sensor, éste se ubicó a una distancia de entre diez y quince centímetros del centro de la tortilla. En la Figura 3 puede verse el montaje: a la izquierda, la preparación de este y a la derecha, durante las experimentaciones para hacer las tortillas. También, se tuvo el cuidado de que el sensor interfiriera lo menos posible con la manipulación durante los momentos de volteo, aunque, al tratarse de una toma real de datos, esto resulta difícil de controlar. Cabe señalar que, en la posterior discusión sobre el comportamiento gráfico, estos datos significan notablemente el proceso de cocción.

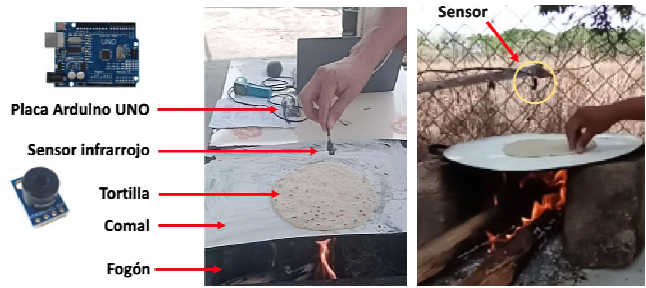


Figura 3. El montaje experimental

Los datos capturados por el sensor se registraron en una hoja de cálculo de Excel de la siguiente manera: la columna A corresponde a la hora en tiempo real; la B, al tiempo de medición en segundos; la C, a la temperatura de la tortilla en grados centígrados; y la D, a la temperatura ambiente. Las columnas B y C, que corresponden al tiempo y a la temperatura de la tortilla, respectivamente, constituyen las variables de interés empleadas en el análisis (véase Figura 4).

	A	B	C	D
1	Tiempo PC	Tiempo(S)	TempSen °C	TempAmb °C
4	10:36:11 a. m.	1.5	225.03	38.41
5	10:36:11 a. m.	2	94.05	38.41
6	10:36:12 a. m.	2.5	25.97	38.41
7	10:36:12 a. m.	3	24.15	38.41
8	10:36:13 a. m.	3.5	26.61	38.39
9	10:36:13 a. m.	4	26.73	38.41
10	10:36:14 a. m.	4.5	28.83	38.41
11	10:36:14 a. m.	5	30.57	38.43
12	10:36:15 a. m.	5.5	32.21	38.47

Figura 4. Datos recopilados en Excel

4.3. *Análisis del diálogo significativo*

Para el análisis del diálogo significativo entre lo comunitario y la matemática del cambio se elaboró la Tabla V. Lo comunitario considera elementos culturales: el trabajo en comunidad, las fuentes de información, las técnicas e instrumentos y la explicación comunitaria (Rendón y Ballesteros, 2003). Para la matemática del cambio y la variación, se consideraron los elementos del sistema de referencia variacional (causalidad y temporización) y el desarrollo intencional de prácticas como medir, comparar, seriar. Son dos racionalidades cuya articulación se analiza mediante el uso del conocimiento matemático en juego; en particular mediante el uso de la gráfica tiempo-temperatura de la tortilla.

TABLA V
Elementos para el análisis del diálogo significativo

DIÁLOGO SIGNIFICATIVO					
Cambio y variación			SITUACIÓN DE VARIACIÓN	Lo comunitario	
Sistema de referencia variacional				Elementos del sistema cultural	
Causalidad		Temporización		– Consenso sobre el trabajo comunal – Fuentes de información – Técnicas y tecnologías – Explicación comunitaria	
¿qué o quién cambia? ¿respecto de qué cambia?		¿cuánto cambia? ¿cómo cambia?			
¿Por qué cambia de esa manera?					
Desarrollo intencional de prácticas					
Acciones	Actividades	Prácticas			
medir	comparar seriar	estimar	predecir		
USO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO					
Los funcionamientos y formas del uso			Resignificación situada del conocimiento		

Respecto a lo comunitario, el trabajo en comunidad se refiere a los acuerdos, decisiones y responsabilidades que los participantes tomaron en la elaboración de la tortilla. Las fuentes de información conciernen a la experiencia personal con la actividad comunitaria, al conocimiento adquirido mediante la oralidad paterna-materna o con otros miembros de la comunidad. Las técnicas e instrumentos incluyen los conocimientos, experiencias, herramientas o artefactos que se utilizan en la elaboración de la tortilla. La explicación comunitaria hace referencia a las creencias y saberes que sustentan la concepción cultural de una buena tortilla.

Por otra parte, el *desarrollo intencional de prácticas* se refiere a las acciones, actividades (entendidas como acciones sucesivas que se constituyen en herramientas para intervenir en la situación) y prácticas. Las preguntas que guían este análisis son las siguientes: ¿qué hace el estudiante? ¿cómo lo hace? y ¿por qué lo hace?

La *resignificación situada del conocimiento*, en específico, del conocimiento matemático del cambio y la variación tiene que ver con las distintas significaciones que subyacen como resultado del diálogo significativo. En particular, enfatizaremos en los resultados, un análisis de usos de la gráfica de una tortilla bien hecha a través de los funcionamientos y formas de la gráfica.

5. RESULTADOS

5.1. *Análisis cuantitativo del fenómeno endotérmico*

Las tareas del Momento 1 permiten entender la naturaleza del fenómeno endotérmico. Al reflexionar en aquello que cambia (M1.T2) los participantes reconocieron diferentes variables que se modifican en la tortilla durante la cocción, a saber: el color, olor, sabor, textura, la humedad, el calor, el tamaño, entre otras. Sin embargo, cuando se cuestionaron sobre aquello que se puede medir y cómo puede medirse (M1.T3) se centraron en aquellas magnitudes medibles que se presentan en la situación variacional y, además, en cómo medirlas. Como resultado de la discusión en plenaria al término del Momento 1, los participantes reconocen el tiempo de cocción y la temperatura de la tortilla como las variables a medir transitando de lo cualitativo a lo cuantitativo del fenómeno.

Al inicio del Momento 2, se llevó a cabo la experimentación de la cocción de la tortilla la cual se realizó tomando en cuenta los pasos de la buena tortilla; dos participantes apoyaron en el manejo del dispositivo para la medición de las variables. En la muestra de datos seleccionada identificaron los momentos de volteo a través de la comparación de los datos y observando los aumentos y disminuciones de la temperatura.

Los momentos de volteo fueron identificados justo cuando la temperatura aumenta y después disminuye a través de cómo están variando los datos. Por ejemplo, el primer momento de volteo requirió comparar los intervalos entre los 30-35 segundos y los 35- 40 segundos. Los alumnos identificaron el cambio de temperatura al realizar mentalmente la resta entre los valores numéricos. En el primero reconocieron que la temperatura *augmentó mucho* y después *disminuyó* en el siguiente intervalo: en la Figura 5, se marca esta comparación y el señalamiento de los participantes como *Primera Vuelta*. El pico en el aumento de la temperatura (90.27°) fue identificado como la temperatura del comal, puesto que en ese lapso identificaron que voltearon por primera vez la tortilla. En un ejercicio ideal de toma de datos, este dato numérico (la temperatura del comal, en lugar de la tortilla) podría considerarse como *ruido*, un dato errado; sin embargo, en el diálogo significado propuesto por esta situación, se vuelve un argumento para identificar los momentos de volteo.

Como parte del diálogo significativo, corroboraron que los datos de la tabla son coherentes, pues por experiencia saben que la tortilla cuando se pone al comal está fresca (en este caso el sensor registró una temperatura inicial de 21.51°C). Cuando la voltean por primera vez ya está caliente y cuando realizan el segundo volteo está aún más caliente, es decir, la temperatura de la tortilla va *augmentando* durante la cocción. Bajo esta lógica, consideraron que la temperatura registrada

en el $t=5$ es incoherente, ya que existe una disminución de la temperatura en lugar de presentar un aumento.

También una pareja de participantes reconoció que la cara de la tortilla que está en contacto con el comal está más caliente que la otra cara. Eso se puede apreciar en el aumento de temperatura después de cada momento de volteo, por ejemplo, en la Figura 5, en la marca del *Segundo Volteo*, antes de voltearla la temperatura de la tortilla fue de 74.83°C y después, de 90.91°C (114.91°C es la temperatura del comal); esta temperatura corresponde a la cara que estaba en contacto directo con el comal.

Tiempo	Temperatura
0	21.51
5	19.51
10	32.13
15	31.11
20	45.71
25	42.91
30	53.39
35	90.31
40	70.39
45	70.43
50	70.19
55	71.93
60	72.19
65	72.13
70	73.61
75	74.83
80	114.91
85	90.91
90	92.31
95	75.69
100	91.33
105	113.13
110	99.15
112	380.13

→ Primer Volteo

→ Segundo Volteo

Figura 5. Análisis numérico para identificar los volteos

En resumen, la identificación de los momentos de volteo precisó de un análisis numérico que dialogó con el conocimiento comunitario, pues los datos fueron validados con base a la experiencia de los participantes. Es decir, los participantes no solo observaron y compararon los datos numéricos de la temperatura de la tortilla, sino que tuvo sentido para ellos según su propia experiencia, incluyendo el entender que en una toma de datos real, el sensor toma por unos instantes la temperatura ya no de la tortilla, sino del comal. Más allá de identificar el cambio de un estado a otro y con ello reconocer los momentos de volteo, las tareas permitieron fortalecer el conocimiento comunitario: la valoración cualitativa de la temperatura -antes basada en la experiencia- ahora se expresa también en términos numéricos, estableciendo ahora unos intervalos numéricos relevantes para hacer una buena tortilla. Esta articulación revela un diálogo significativo entre saberes: acciones como medir, restar, visualizar y relacionar se desarrollan hacia actividades de comparación y seriación significadas con elementos de lo comunitario. En la Tabla VI se presenta una síntesis de los elementos del diálogo significativo.

TABLA VI
Práctica desarrolladas en estas tareas

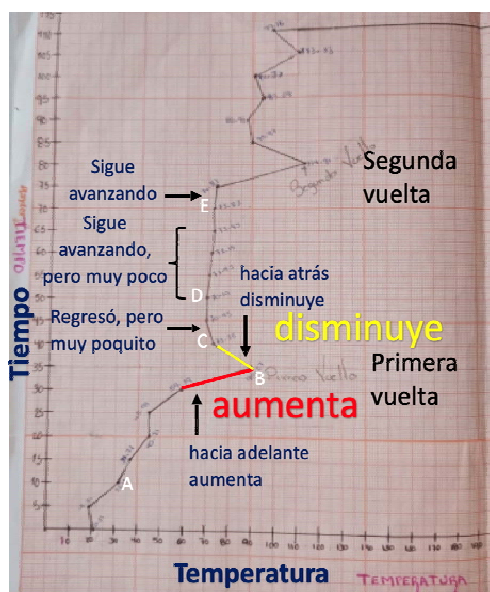
<i>Epistemología de prácticas</i>		<i>Resignificación del conocimiento</i>
<i>Acciones</i>	<i>Actividades</i>	
Observaron el cambio en la actividad comunitaria e identificaron qué cambia		El cambio de color y la textura de la tortilla – como parte del conocimiento comunitario- se asoció con la temperatura (<i>T</i>) y el tiempo de cocción (<i>t</i>). Es decir, a medida que transcurre el tiempo de cocción, la tortilla modifica su textura y color, mientras su temperatura también varía.
Reflexionaron sobre las variables medibles		
Relacionaron el color y la textura que toma la tortilla con las variables tiempo y temperatura		
Midieron la temperatura siguiendo las especificaciones técnicas del dispositivo de medición	De manera manual, comparan la temperatura en puntos clave del proceso de cocción que tienen contacto con la tortilla. Además, estos estados no fueron evaluados de manera aislada sino secuenciados como datos que forman parte del proceso de cocción.	La experiencia vivida con la actividad comunitaria, en particular, la valoración cualitativa de la temperatura en puntos clave permitió comprobar la coherencia de los datos registrados. Asimismo, favoreció una resignificación al reconocer que la temperatura va aumentando durante el proceso.
De manera táctil hacen una medición cualitativa de la temperatura cuando tienen contacto con la tortilla en puntos clave: al ponerla en el comal, en los momentos de volteo y al retirarla		
Relacionaron los datos numéricos de la temperatura con su experiencia comunitaria		
Visualizaron que los datos en la tabla van cambiando	Compararon el cambio numérico de dos intervalos secuenciados	El cambio positivo fue interpretado como un aumento de temperatura, y el negativo como una disminución. Esto permitió identificar los momentos de volteo y diferenciar las etapas de cocción.
Utilizaron el cálculo mental para restar los datos registrados en intervalos específicos		

5.2. *La primera forma gráfica de la buena tortilla y sus funcionamientos*

La *gráfica de la buena tortilla* es un constructo que emerge en esta investigación derivado del proceso experimental con los participantes considerando su conocimiento comunitario. Durante el segundo momento se les pide a los participantes realizar tres tortillas; el proceso para la tercera tortilla fue el que se tomó para análisis debido a que la tortilla se infló.

Con los datos del proceso de esta experimentación, los participantes continuaron trabajando en parejas para proponer una gráfica tiempo-temperatura. Una de las binas propuso una gráfica que no es la forma institucionalizada en la que el tiempo se representa en el eje horizontal; ello pudiera contrastar con la intención didáctica usual sobre, por ejemplo el concepto de función, discusión que suele dejar de lado producciones estudiantiles como esta forma de organizar los datos con las cuales se pueden evidenciar los primeros -y significativos- elementos del desarrollo del pensamiento variacional como entender las relaciones entre las variables, cómo se ven, cómo y porqué cambian (Zaldívar Rojas y Briceño Solis, 2019).

La bina de estudiantes reconoce que esta forma de la gráfica responde simplemente a una cómoda manera para acomodar el papel milimétrico de tal manera que los altos valores de la temperatura pudieran extenderse horizontalmente. Tal cual, esta primera forma les funciona para reconocer el comportamiento de los datos y reconocer elementos de causalidad y temporización. Sobre la producción original de los participantes, en la Figura 6 se han remarcado elementos sobre los que se argumenta por medio de frases como *Regresó, pero muy poquito, dónde aumenta, donde disminuye, la primera y la segunda vuelta*, etc.



Entrevista

- Investigador: si estoy en este punto y te digo aumenta ¿hacia dónde te vas? (ver punto A sobre la gráfica)
- Lupita: hacia adelante
- Investigador: ok, mira la palabra que usaste. Ahora, estás en este punto y te digo disminuyó ¿hacia donde te vas? (ver punto B sobre la gráfica)
- Sara y Lupita: hacia atrás
- Investigador: ¿qué quiere decir eso? [silencio]
- Investigador: cuando aumenta...
- Lupita: avanza... y cuando disminuye eh... vuelve a regresar (...)
- Investigador: ¿qué está pasando aquí? (ver punto C sobre la gráfica)
- Lupita: regresó, pero muy poquito
- Investigador: luego ¿qué pasa aquí? (ver punto D)
- Lupita: avanzó... sigue avanzando, pero muy poco.
- Profesor: aquí (ver punto E)
- Sara y Lupita: sigue avanzando

Figura 6. Una primera forma y funcionamiento de la gráfica de una tortilla bien hecha

Tomando en cuenta los elementos gráficos, se va describiendo el comportamiento de la temperatura para una tortilla bien hecha: se comparan los segmentos en los diferentes intervalos de la gráfica en cuanto a su

longitud, inclinación y sentido. Usando esta forma gráfica, los segmentos con pendiente positiva, como el segmento rojo (Figura 6) representa un aumento de la temperatura y los participantes lo caracterizan como un avance. Cuando la pendiente es negativa como el segmento amarillo, es una disminución o un regreso (de temperatura) de acuerdo a cómo lo expresaron.

Los momentos de volteo de la tortilla fueron identificados en ese cambio de sentido de los segmentos y, en consecuencia, es factible diferenciar las tres etapas de cocción: una secuencia que significa a los intervalos en el tiempo (eje vertical, en esta forma gráfica).

El hecho de que la temperatura de la tortilla no cambie siempre de la misma manera se significó por medio de la longitud de los segmentos: a mayor longitud del segmento se tiene un mayor cambio y viceversa. Respecto al inflado de la tortilla, en la tercera etapa se presentan aumentos y disminuciones de acuerdo con el sentido de los segmentos y, además, con diferentes intensidades según la longitud de estos; teniendo como base esta información concluyeron que no existe una regularidad en la tercera etapa de cocción.

Del mismo modo, las etapas 1 y 2 fueron caracterizadas por la longitud y sentido de los segmentos. En la etapa 1, reconocieron que la temperatura fue aumentando dado que las pendientes son positivas en todos los intervalos, excepto al inicio lo cual se consideró como un error de medición. En el caso de la etapa 2 no les fue posible a priori caracterizarla a partir de la longitud de los segmentos, ya que a simple vista observaron que casi miden lo mismo, por lo que fue necesario considerar otra propiedad del segmento: *su inclinación*.

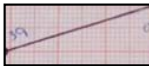
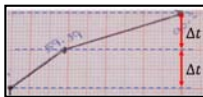
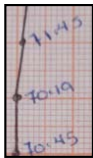
A partir de la inclinación de los segmentos, las participantes reconocieron que en la etapa 2, existe poca variación de la temperatura ya que los segmentos tienden hacia la verticalidad. En esta forma gráfica, un segmento casi vertical representa poca o nula variación de la temperatura y la explicación comunitaria fue que la tortilla ya casi está cocida. En entrevista, al reflexionar sobre el cambio a través de la gráfica en la etapa 2, una pareja comentó que la temperatura *sigue avanzando, pero muy poco* (véase transcripción, Figura 6).

Como parte del diálogo significativo, los participantes observaron el proceso de cocción de la tortilla a través de la gráfica, interpretando las características de los segmentos. Si bien dicha gráfica no representa una función en términos del discurso matemático escolar dominante, constituyó una herramienta significativa para argumentar sobre el cambio en la temperatura. Es decir, la gráfica significó para las participantes una manera de ver el cambio que ocurre en el proceso de cocción de la buena tortilla.

En suma, *la gráfica de la buena tortilla* fue caracterizada en sus tres etapas mediante el análisis gráfico de la longitud, sentido e inclinación de los diferentes

segmentos que la conforman. Dicho análisis precisó de un desarrollo de prácticas y usos con la actividad comunitaria y los elementos de la matemática del cambio. De este modo, esta primera forma de la gráfica de la buena tortilla evidencia un diálogo significativo al modelar los valores del tiempo y la temperatura de la cocción óptima de la tortilla conjugando el conocimiento comunitario con elementos de la matemática del cambio y la variación. La Tabla VII presenta una síntesis del uso de la gráfica, en particular del uso de la pendiente. La forma de la gráfica considera entonces que la variable Tiempo fue situada en el eje vertical y la variable Temperatura, en el horizontal y de ahí, se entienden cómo les van funcionando los elementos gráficos.

TABLA VII
Las formas y funcionamientos del uso de la pendiente en la gráfica de la buena tortilla

El uso de la pendiente		
Epistemología de prácticas	forma	funcionamiento
1. Recopilaron y organizaron datos del tiempo y la temperatura	El sentido del segmento  Aumento  Disminución	De acuerdo con el sentido del segmento se identifica si hay un aumento o disminución de la temperatura
2. Graficaron los datos		
3. Visualizaron los segmentos que conforman la gráfica	La longitud del segmento 	Esta característica sirvió para argumentar sobre la intensidad del cambio de temperatura: mayor longitud representa mayor cambio y viceversa.
4. Compararon segmentos mediante su longitud, inclinación y sentido para identificar los momentos de volteo		
5. Tomando como base la forma de los segmentos caracterizaron la gráfica de la buena tortilla en cada etapa al reflexionar sobre cómo cambia la temperatura	La inclinación del segmento 	Denota poco cambio de la temperatura o casi no cambia (según la verticalidad)
Resignificación		
La pendiente de un segmento es resignificada según su sentido como un aumento o disminución del cambio y una medida de su intensidad: poco, mucho o casi no cambia. En este sentido, la pendiente es una unidad de medida del cambio presentado y precisa de la comparación.		

5.3. Tercer momento: hacia un modelo predictivo del fenómeno endotérmico

En el tercer momento se trabajó con los datos y la gráfica de Excel a partir de todos los datos obtenidos en la medición. Se les propone a los estudiantes una nueva forma de la gráfica con base en los elementos tecnológicos: una gráfica cartesiana tiempo-temperatura de la tortilla (Figura 7). Como la elección de una bina de estudiantes de usar los ejes en una primera forma que no es la institucionalizada fue debido a la disposición horizontal de la hoja milimétrica y poder así localizar el dato 380.17 °C, la interacción con la gráfica donde las variables están ubicadas en otros ejes no representa para ellos ningún problema adicional: simplemente están *al revés*.

La forma de interacción con la nueva gráfica comienza cuando los participantes dividieron algunos intervalos en segmentos equivalentes con el fin de obtener los valores del tiempo y la temperatura, respectivamente (Figura 7). Esto es una evidencia de la *temporización* que desarrollaron en el estudio del cambio.

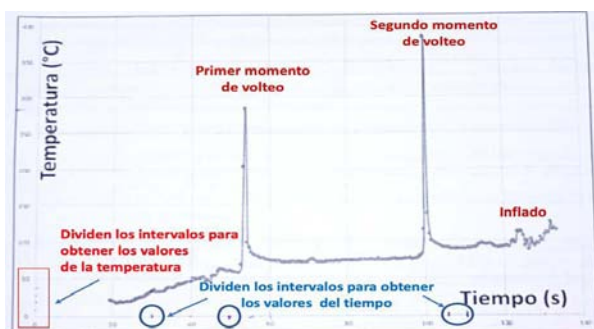


Figura 7. Dialogando con la gráfica: marcas que revela una temporización

Las respuestas a preguntas puntuales fueron: *a*) la tortilla se coció en 114 segundos, a los 105 segundos la tortilla comenzó a inflarse y ese proceso duró un lapso de 10 segundos, *b*) se volteó por primera vez a los 37 segundos de cocción (observaron que la gráfica no inicia desde el tiempo cero); respecto a los incisos *c* y *d* comentaron que el cambio de la temperatura no fue el mismo, en el primer intervalo el cambio fue menor; encontraron también que, *e*) la segunda vuelta ocurrió a los 80 segundos y lo identificaron *f*) ya que “se ve reflejado en la gráfica la máxima temperatura”.

El último inciso *g* plantea un nuevo caso respecto al comportamiento de los datos: en lugar de una tortilla que se cuece en menos tiempo (100 segundos). Consideran que hay que “quitar 7 segundos” en cada momento de volteo; por ello comentan que para este caso los momentos de volteo ocurrirían a los 50 y 93 segundos, respectivamente (ver Figura 8).

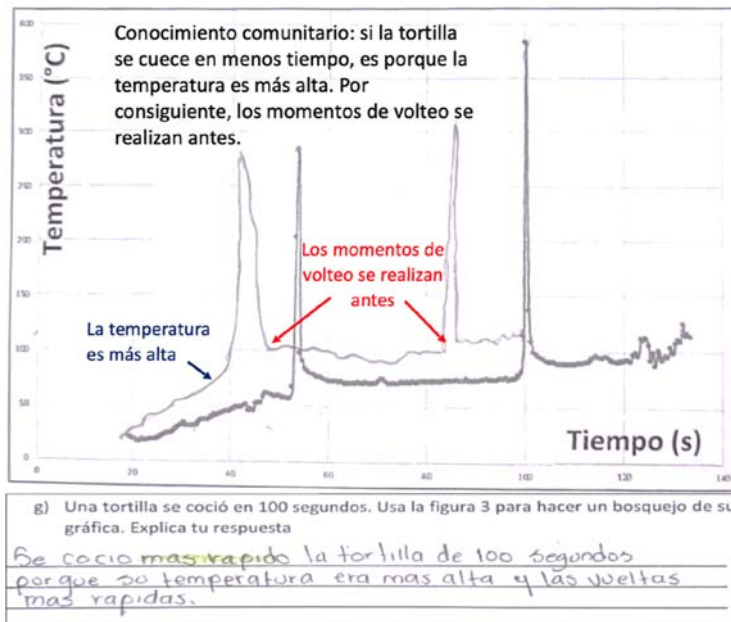


Figura 8. Estimación de la gráfica de una buena tortilla que se cocina en menos tiempo

La nueva secuenciación de intervalos dotó de sentido a la gráfica además de la vinculación que hicieron con su conocimiento comunitario: *si cierta tortilla se cocinó en menor tiempo, entonces la temperatura del comal fue más alta y los momentos de volteo ocurrieron antes*. Esto es, además de la nueva secuenciación, la gráfica sube conservando la forma original: *el primer tiempo de volteo fue en el segundo 50 y el segundo volteo fue en el 93 ya que le quitamos [sic] 7 segundos ya que aumentaría la temperatura en ambos* (Figura 8). Esta predicción y estimación revela la relación que se construyó entre lo escolar (la gráfica cartesiana) con lo comunitario (la experiencia con la cocción de la tortilla), en un diálogo significativo al usar las gráficas evidenciado por la interacción de las dimensiones del contexto de significación propuesto.

Para terminar este tercer momento, los participantes graficaron los datos correspondientes a las tres experimentaciones (Figura 9). Dos de las tres parejas de trabajo observaron que las tortillas tienen tiempos de cocción diferentes y refirieron que esto pudo deberse a que las tortillas son distintas en tamaño, específicamente puede existir una divergencia en el grosor de la tortilla. Hay pues una comparación de elementos gráficos (puntos coordenados) en diálogo con la experiencia física: las tortillas no se cocieron de la misma manera.

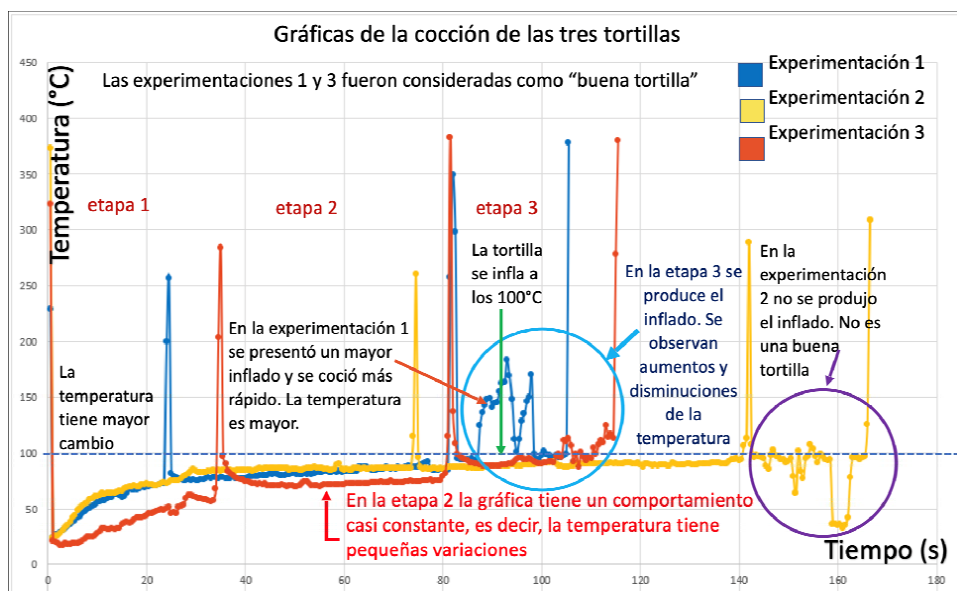


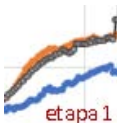
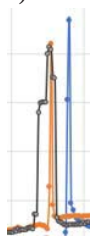
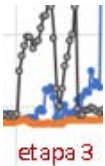
Figura 9. Gráficas de las tres experimentaciones obtenidas con Excel

Los participantes estimaron verbalmente lo que ocurre en el proceso de cocción relacionándolo con su experiencia: en la primera etapa la temperatura va aumentando y experimenta un mayor cambio porque al inicio la tortilla está fresca y luego comienza a calentarse. En la segunda etapa, la temperatura casi no cambia, es decir, se mantiene sin muchas variaciones pues la tortilla casi está cocida. En la tercera etapa observaron un pequeño lapso constante y comentaron que es donde la temperatura se mantiene estable, después, cuando empieza a inflarse suceden aumentos y disminuciones de la temperatura.

Consideraron de acuerdo con la concepción de buena tortilla, que la experimentación 1 fue la mejor, pues en ella la tortilla se infló más. La experimentación 2 no fue una buena tortilla, pues ésta no se infló y la experimentación 3 fue aceptada como buena tortilla, aunque su inflado fue menor. Con base a estas observaciones, los estudiantes reconocieron que toda buena tortilla debe presentar un comportamiento gráfico que se ubique dentro del patrón registrado en las experimentaciones 1 y 3, que fueron consideradas como "buena tortilla". Por lo tanto, la Figura 9 se propone como un modelo predictivo del fenómeno endotérmico involucrado en el proceso de cocción de la tortilla de maíz.

La Tabla VIII sintetiza los elementos del uso de la gráfica y los elementos de la epistemología de prácticas:

TABLA VIII
Reconociendo comportamientos en la gráfica de la buena tortilla

El uso de la gráfica		
Epistemología de prácticas	forma	funcionamiento
1. Graficaron en Excel y compararon las gráficas en distintos intervalos. Esta exploración les permitió identificar cuál tortilla tardó más en cocinarse y si se cocinaron de la misma manera.	La gráfica es creciente. Puede ser una curva o casi lineal 	Conciben que sí tiene dicha tendencia la temperatura va aumentando. Esto sucede en la etapa 1.
2. Relacionaron las gráficas e identificaron diferencias entre ellas. Concluyeron que, aunque las gráficas muestran ciertas similitudes, las tortillas no se cocinan de la misma manera.	La gráfica tiende hacia la horizontal (comportamiento cuasi-constante) 	Comprendieron que la temperatura casi no cambia en la segunda etapa de cocción.
3. Reflexionando sobre el comportamiento observado estimaron la manera como la temperatura cambia durante la cocción.	Salto o picos. La gráfica se despega (discontinuidad de la gráfica) 	Cambio drástico de la temperatura. Se presentan los momentos de volteo ya que se capta la temperatura del comal.
4. Predijeron valores puntuales: la tortilla comienza a inflarse cuando la temperatura alcanza los 100 °C.	La gráfica sube y baja 	Se presentan aumentos y disminuciones de la temperatura. Indica el inflado de la tortilla y, por consiguiente, que es una buena tortilla.
Resignificación del conocimiento		
Los diferentes comportamientos en la gráfica tienen una interpretación a la luz de la actividad comunitaria. La gráfica es una herramienta de argumentación del cambio en el fenómeno endotérmico de la tortilla.		

6. UN ANÁLISIS DE PRÁCTICAS Y USOS

Como resultado de las tareas en los diferentes momentos de estudio, se identificaron usos de la gráfica al analizar el diálogo significativo entre lo comunitario y la matemática de la variación y el cambio. Las diferentes formas y funcionamientos de lo gráfico, iniciando por cómo los participantes proponen representar la relación, reconoce el uso de lo gráfico más allá del saber institucionalizado. Así, como mencionan también Zaldívar Rojas y Briceño Solis (2019) las formas culturales emergen y se ponen en juego no hacia la resignificación de la noción de función, sino hacia el uso del conocimiento matemático al representar de una cierta manera lo que cambia y cómo está cambiando. Sobre esta forma de representación elegida, se argumenta con base tanto del conocimiento comunitario como de la matemática de la variación y el cambio.

El análisis presentado en las tablas de cada momento (Tablas VI, VII y VIII) permitió apreciar el rol de las acciones, actividades y prácticas en el estudio del cambio. La acción de *identificar* aquello que cambia en el fenómeno y la acción de *relacionar* el cambio de color y textura de la tortilla con las variables tiempo de cocción y temperatura correspondiente, fue la base para *establecer* una relación de dependencia entre ellas: qué cambia. Para analizar de una manera más objetiva dicho cambio, se elige una variable que pudiera conformar una situación de variación: una variable que se puede medir con las herramientas tecnológicas y matemáticas propias del aula.

Posteriormente, la comparación permitió argumentar sobre cómo cambian las variables en intervalos específicos: de forma numérica mediante una resta en una tabla, pero también de forma visual, a través de elementos gráficos que facilitan la diferenciación comparando la longitud, inclinación y sentido de los segmentos, así como comportamientos globales de la gráfica. Por consiguiente, la actividad de comparar posibilitó hacer *uso de la pendiente* como herramienta para caracterizar el comportamiento de la temperatura en cada etapa de cocción pues cada segmento representó la relación de cambio entre el tiempo y la temperatura en un determinado intervalo.

La comparación no tendría sentido si no se considera la secuenciación, es decir, el orden de los datos en intervalos específicos; de ahí la importancia de que dichos intervalos están caracterizados en términos de los volteos y cómo debe comportarse la temperatura en ellos. Por ejemplo, en el tercer momento al comparar las gráficas de cocción de las tres tortillas, los estudiantes identificaron qué

tortilla se coció más rápido (análisis global), dónde se presentó un mayor inflado, dónde se realizaron los momentos de volteo (análisis local), cuándo comenzó el proceso de inflado y qué pasó con la temperatura después del segundo volteo que hizo que una de las tortillas no se inflara.

En el tercer momento de estudio, la estimación se desarrolló cuando los participantes bosquejaron el comportamiento de una tortilla cuya cocción se realizó en menor tiempo (Tarea M3.T1 inciso g); esto precisó de predecir valores puntuales de las variables tiempo y temperatura de puntos clave como los momentos de volteo y el inflado de la tortilla. Dicha predicción no se sustentó solo en el análisis de la gráfica, sino que se nutrió del conocimiento comunitario de los participantes: la tortilla se coció antes porque la temperatura del comal tuvo que haber sido más alta y por lo tanto, la temperatura de la tortilla también, lo cual enriqueció la interpretación y toma de decisiones. Este argumento es el que provoca que el comportamiento global de la gráfica se recorra a la izquierda y se suba, respuesta en la que coincidieron los participantes.

7. REFLEXIONES FINALES

Con base en un contexto de significación es posible favorecer un diálogo significativo entre el conocimiento comunitario de los estudiantes y la matemática escolar de la variación y el cambio. El diálogo es significativo porque logró establecer una integración entre dos racionalidades distintas: lo escolar y lo comunitario con la participación activa de los estudiantes. Estas racionalidades puestas en diálogo permitieron la resignificación de conceptos específicos de la matemática del cambio y la variación mediante su uso en la actividad comunitaria y, además, el conocimiento comunitario fue reconocido y fortalecido por el conocimiento matemático escolar, al desarrollarse nuevas formas de ver y comprender lo que implica una buena tortilla, respetando y valorando el conocimiento comunitario de los estudiantes.

La emergencia de esta resignificación no es parte del discurso matemático escolar usual, sino producto de un rediseño que tuvo como base la problematización del conocimiento matemático en el entorno de los estudiantes: la conformación de un contexto de significación para el proceso de cocción de la tortilla como base para el desarrollo de la situación variacional.

En particular, las tareas se centraron en la discusión de la gráfica de la “buena tortilla”: una gráfica tiempo-temperatura que refleja el proceso de cocción

de una tortilla bien hecha. La argumentación sobre y con ella buscó ampliar los esquemas explicativos para enriquecer la matemática escolar, privilegiando a la gráfica como medio de argumentación (Buendía Ábalos, 2012) en el desarrollo del pensamiento variacional.

Cabe señalar que el interés en proponer contextos de significación con base en actividades comunitarias no es esperar que el conocimiento escolar se aplique en las actividades comunitarias, sino favorecer un diálogo significativo que, además de resignificar la matemática escolar, se enriquezca y reconozca el conocimiento comunitario. En este sentido, como afirma Cordero Osorio (2023), “el cotidiano es el espacio donde se genera la funcionalidad del conocimiento” (p. 57), lo cual acentúa la relevancia de vincular los saberes escolares con los saberes culturales.

En suma, este trabajo logró favorecer un diálogo significativo al permitir que los estudiantes integraran su conocimiento comunitario con los conceptos propios del pensamiento variacional. Esta articulación favoreció que los estudiantes se reconocieran a sí mismos como sujetos haciendo matemáticas dentro del aula y no solo reproduciendo una matemática desprovista de significado como suele pasar en el discurso matemático escolar tradicional. Creemos que esta propuesta ofrece un marco de referencia para resignificar el conocimiento matemático: “no más una didáctica sin alumnos, pero menos aún una didáctica sin escenarios socioculturales” (Cantoral Uriza, 2016, p. 10).

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN Y AUTORÍA

Fredy, de la Cruz Urbina: Investigación, Conceptualización, Metodología, Producción y Análisis de datos, Interpretación y Resultados, Redacción en borrador original.

Gabriela, Buendía Ábalos: Conceptualización, Redacción-revisión y Edición.

REFERENCIAS

- Badui Dergal, S. (2006). *Química de los alimentos (4ª ed.)*. Pearson Educación.
- Balda Álvarez, P. A., Buendía Ábalos, G. y Veléz de la Calle, C. (2018). Conocimientos y usos de lo proporcional en las huertas escolares. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades SOCIOTAM*, 28(1), 9-23. <https://sociotam.uat.edu.mx/index.php/SOCIOTAM/article/view/79>

- Bertely Busquets, M. (2019). Nuestro trabajo en las milpas educativas. *Articulando e construyendo saberes*, 4. <https://doi.org/10.5216/racs.v4i0.59219>
- Buendía Ábalos, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática*, 24(2), 9-35. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol24/2/vol24-2-02_REM_24-1.pdf
- Cabrera Chim, L. M., Ruiz Muñoz, P. E., Galaviz Pérez, P. Y. y González Ramírez, J. (2023). Estudio exploratorio sobre el pensamiento y lenguaje variacional en los libros de texto gratuito de primaria en México. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 8, 1-24. <https://doi.org/10.46618/iime.181>
- Canónico, M. (2003) *Agregación en gránulos de almidón* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Cantoral Uriza, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.
- Cantoral Uriza, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9 – 28. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.123>
- Cantoral Uriza, R. (2016). Educación alternativa: matemáticas y práctica social. *Perfiles educativos*, 38, 7-18.
- Cantoral Uriza, R. (2019). *Caminos del saber. Pensamiento y lenguaje variacional*. Gedisa.
- Cantoral Uriza, R., Moreno-Durazo, A., Caballero-Pérez, M. (2018). Socio-epistemological research on mathematical modelling: an empirical approach to teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, 50(1-2), 77-89. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0922-8>
- Comisión de Educación y Cultura de la Asamblea Estatal Democrática [CECAED], (2017). Algunas interrogantes para comprender el enfoque del Proyecto Comunitario para la Escuela (PCE). *Alforja Insurgente*, 4(31), 5-7.
- Comisión de Educación y Cultura de la Asamblea Estatal Democrática [CECAED] (2018). *Proyecto Comunitario para la Escuela (PCE)*.
- Cordero Osorio, F. y Flores Estrella, R. B. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (1), 7-38. <https://relime.org/index.php/relime/article/view/417>
- Cordero Osorio, F., Méndez, C., Parra, T. y Pérez, R. (2014). Atención a la Diversidad. La Matemática Educativa y la Teoría Socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 71-90. <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/148>
- Cordero Osorio, F. (2023). *Matemáticas, sus usos y significados. Un programa socioepistemológico de la Matemática Educativa*. Gedisa.
- D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107. <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/126>
- De la Cruz Urbina, F. y Buendía Ábalos, G. (2021). La tortilla tradicional: un contexto de significación para la matemática de la variación *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, 1-19. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1098
- De la Cruz Urbina, F. (2022). *Un estudio socioepistemológico en el Telebachillerato chiapaneco: hacia un discurso matemático escolar inclusivo* [Tesis doctoral no publicada]. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.

- Eugenio-Gozalbo, M., Ramos Truchero, G. y Vallés Rapp, C. (2019). Huertos universitarios: dimensiones de aprendizaje percibidas por los futuros maestros *Enseñanza de las ciencias*, 37(3), 111-127. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2657>
- Fallas Soto, R. D. y Lezama, J. (2022). Argumentos variacionales en la comprensión de la concavidad en gráficas de funciones. *Perfiles Educativos*, 44(178), 130-148. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2022.178.60619>
- Gasché Suess, J. (2013). Éxitos y fracasos de una propuesta educativa basada sobre el Método Inductivo Intercultural e implementada en el Perú, México y el Brasil. *Inclusión Social y Equidad en la Educación Superior*, 13, 17-31.
- López Arévalo, J., Sovilla, B. y Martínez Velasco, G. (2015). Tortillas de maíz: simbolismo nacional e incremento de precios en un contexto de diferenciación social en el área urbana de San Cristóbal de las Casas, Chiapas. *Espacio I + D Innovación más Desarrollo*, 4 (8), 9-50. <https://doi.org/10.31644/IMASD.8.2015.a01>
- Noguera, F., Gigante, S., Menoni, C., Aude, I., Montero, D. y Peña, N. (2018). *Principios de la preparación de alimentos*. Comisión sectorial de enseñanza.
- Red de Educación Inductiva Intercultural [REDIIN] (2019). *Milpas educativas para el buen vivir: nuestra cosecha*.
- Rendón Monzón, J. J. y Ballesteros Rojo, M. (2003). *La comunalidad: modo de vida en los pueblos indios*. Dirección General de Culturas populares e indígenas del Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.
- Rodríguez Wallenius, C. y Concheiro Bórquez, L. (2016). Sin maíz no hay país. Luchas indígenas y campesinas por la soberanía alimentaria y un proyecto de nación en México. *Revista Núcleo de Estudios, Pesquisas e Projetos de Reforma Agraria*, 19 (32), 214-235. <https://doi.org/10.47946/rnera.v0i32.4798>
- Sartorello, S. (2021). Milpas educativas: entramados socioculturales comunitarios para el buen vivir. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 26 (88), 283-309.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente y Universidad de los Andes.
- Solares-Rojas, A. y Mendoza von der Borch, T. (2025). Exploring children's spatial knowledge through map making for representing their territory. En K. le Roux, A. Coles, A. Solares-Rojas, A. Bose, C. P. Vistro-Yu, P. Valero, N. Sinclair, M. Makramalla, R. Gutierrez, V. Geiger y M. Borba (Eds.), *Proceedings of the 27th ICMI Study Conference: Mathematics Education and the Socio-Ecological* (pp. 251-258). MATHTED and ICMI https://icmistudy27.sciencesconf.org/data/pages/ICMI_Study_27_Proceedings_Feb_25_final_1.pdf
- Torres-Corrales, D. del C. y Montiel-Espinosa, G. (2021). Resignificación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer año de Ingeniería. *Educación Matemática*, 33(3), 202-232. <https://doi.org/10.24844/EM3303.08>
- Valero, P. (2005). The myth of the active learner: From cognitive to socio-political interpretations of students in mathematics classrooms. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (2 ed., pp. 489-500). Danmarks Pædagogiske Universitet.
- Zabel, M. y Malheiros, A. P. dos S. (2023). Atividades na Feira de Matemática: possibilidades para uma práxis educativa. *Bolema* 37(76), 773-796. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a19>
- Zaldívar Rojas, J. D. y Briceño Solís, E. C. (2019). ¿Qué podemos aprender de nuestros estudiantes? Reflexiones en torno al uso de las gráficas. *Educación Matemática*, 31(2), 212-240. <https://doi.org/10.24844/EM3102.09>

Autores

Fredy de la Cruz Urbina. Telebachillerato en el estado de Chiapas. Emiliano Zapata. Chiapas. México. frecu@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-8461-0970>

Gabriela Buendía Abalos. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Juárez del Estado de Durango. Durango. México. buendiag@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-9456-4469>

VÍCTOR FERREIRA RAGONI, APARECIDA SANTANA DE SOUZA CHIARI

EXPANDINDO TELAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA:
PRODUZINDO CONCEITOS DE INTEGRAIS DUPLAS COM O *SMARTPHONE*

EXPANDING SCREENS IN MATHEMATICAL EDUCATION WITH GEOGEBRA:
PRODUCING CONCEPTS OF DOUBLE INTEGRALS WITH *SMARTPHONE*

RESUMEN

En este artículo, nos proponemos analizar procesos de producción de conocimiento sobre integrales dobles con el uso de smartphones y GeoGebra con estudiantes de Educación Superior, a partir de la Teoría de la Actividad. Como marco teórico, encontramos en la tercera generación de la Teoría de la Actividad (TA) un soporte para el análisis de la actividad humana. En la producción de datos, de naturaleza cualitativa, desarrollamos un Proyecto de Enseñanza de Grado con una duración de cinco encuentros realizados durante tres lunes del mes de noviembre de 2019, en el cual participaron 11 estudiantes de las carreras de Matemáticas y Física. Por medio de grabaciones de pantalla del propio smartphone de los participantes, producciones escritas y entrevistas, analizamos los videos de un trío y llegamos a interpretar que el smartphone, gracias a su atractivo visual y su capacidad de ofrecer retroalimentación inmediata, posee potencial para provocar o favorecer transformaciones en las formas de producir conocimiento sobre integrales dobles, así como para observar lo que implica la extensión de los conceptos de integrales. Los resultados muestran que los participantes ampliaron conceptos de integrales simples hacia integrales dobles, aunque con algunas imprecisiones. El uso del smartphone junto con GeoGebra favoreció el aprendizaje mediante la visualización y la interacción, pero su eficacia dependió de la mediación de la comunidad. Tensiones internas en el sistema de actividad impulsaron reconstrucciones conceptuales, mientras que se identificaron limitaciones técnicas en los dispositivos. En términos generales, la producción de conocimiento se dio de forma colectiva y mediada, lo que confirma la adecuación de la Teoría de la Actividad como herramienta de análisis.

PALABRAS CLAVE:

- *Tecnologías digitales*
- *Teoría de la actividad*
- *Enseñanza superior*
- *Cálculo integral*
- *Producción de Conocimiento*



ABSTRACT

In this article, we aim to analyze processes of knowledge production about double integrals using smartphones and GeoGebra with higher education students, through the lens of Activity Theory. As a theoretical framework, we draw on the third generation of Activity Theory (AT) to support the analysis of human activity. For data production, of a qualitative nature, we developed an Undergraduate Teaching Project over the course of five sessions held across three Mondays in November 2019, involving 11 students from Mathematics and Physics programs. Through smartphone screen recordings made by the participants themselves, along with written productions and interviews, we analyzed the videos of one trio and interpreted that the smartphone—through its visual appeal and capacity for instant feedback—has potential to provoke or support transformations in the ways knowledge about double integrals is produced, and to help visualize the extension of integral concepts. The results show that participants expanded their understanding from single to double integrals, albeit with some inaccuracies. The use of smartphones with GeoGebra supported learning through visualization and interaction, though its effectiveness depended on community mediation. Internal tensions within the activity system drove conceptual reconstructions, while technical limitations of the devices were also identified. Overall, knowledge production occurred in a collective and mediated way, confirming the suitability of Activity Theory as an analytical framework.

KEY WORDS:

- *Digital Technologies*
- *Activity Theory*
- *University Education*
- *Integral Calculation*
- *Knowledge Production*

RESUMO

Nesse artigo, objetivamos analisar processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas com *smartphone* e GeoGebra com alunos do Ensino Superior através da Teoria da Atividade. Como referencial teórico encontramos na terceira geração da Teoria da Atividade (TA) suporte para a análise da atividade humana. Na produção de dados, de natureza qualitativa, desenvolvemos um Projeto de Ensino de Graduação com duração de cinco encontros durante três segundas-feiras em novembro de 2019, no qual participaram 11 alunos dos cursos de Matemática e Física. Por meio de gravação de tela do próprio *smartphone* dos participantes, de produção escrita e entrevista, analisamos os vídeos de um trio e interpretamos que o *smartphone*, por meio do apelo visual e da capacidade de *feedback* instantâneo, possui potencial para provocar, ou favorecer, transformação nos modos de produzir conhecimentos sobre integrais duplas, observar o que significa a extensão

PALAVRAS CHAVE:

- *Tecnologias Digitais*
- *Teoria da Atividade*
- *Ensino Superior*
- *Cálculo Integral*
- *Produção de Conhecimento*

dos conceitos de integrais. Os resultados mostram que os participantes expandiram conceitos de integrais simples para integrais duplas, embora com algumas imprecisões. O uso do smartphone com GeoGebra favoreceu a aprendizagem pela visualização e interação, mas sua eficácia dependeu da mediação da comunidade. Tensões internas no sistema de atividade impulsionaram reconstruções conceituais, enquanto limitações técnicas dos dispositivos foram identificadas. De forma geral, a produção de conhecimento ocorreu de maneira coletiva e mediada, confirmando a adequação da Teoria da Atividade para a análise.

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous avons pour objectif d'analyser les processus de production de connaissances sur les intégrales doubles à l'aide de smartphones et de GeoGebra avec des étudiants de l'enseignement supérieur, à travers la Théorie de l'Activité. Comme cadre théorique, nous nous appuyons sur la troisième génération de la Théorie de l'Activité (TA), qui offre un soutien pertinent pour l'analyse de l'activité humaine. Pour la production de données, de nature qualitative, nous avons mené un projet d'enseignement de niveau licence, composé de cinq séances réparties sur trois lundis du mois de novembre 2019, avec la participation de 11 étudiants inscrits en mathématiques et en physique. À partir des enregistrements d'écran réalisés directement sur les smartphones des participants, de productions écrites et d'entretiens, nous avons analysé les vidéos d'un trio d'étudiants. Nous avons interprété que le smartphone, grâce à son attrait visuel et à sa capacité de rétroaction instantanée, possède un potentiel pour provoquer ou favoriser des transformations dans les manières de produire des connaissances sur les intégrales doubles, ainsi que pour visualiser l'extension des concepts d'intégrale. Les résultats montrent que les participants ont élargi leurs concepts des intégrales simples aux intégrales doubles, bien que certaines imprecisions aient été observées. L'utilisation du smartphone avec GeoGebra a favorisé l'apprentissage par la visualisation et l'interaction, mais son efficacité a dépendu de la médiation de la communauté. Des tensions internes au sein du système d'activité ont conduit à des reconstructions conceptuelles, tandis que des limitations techniques des dispositifs ont été identifiées. De manière générale, la production de connaissances s'est faite de manière collective et médiée, confirmant la pertinence de la Théorie de l'Activité comme outil d'analyse.

MOTS CLÉS:

- *Technologies Numériques*
- *Théorie de l'Activité*
- *Enseignement Supérieur*
- *Calcul Intégral*
- *Production de Connaissances*

1. INTRODUÇÃO

Consideramos pertinente iniciar esse texto explicando que se trata de um artigo base de uma dissertação de mestrado defendida em 2021, para tanto objetivamos analisar processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas com *smartphone* e GeoGebra com alunos do Ensino Superior através da Teoria da Atividade, que corresponde à questão de pergunta: como ocorre a produção de conhecimentos de integrais duplas com *smartphone* e o aplicativo GeoGebra?. Para que isso fosse possível, nos baseamos na terceira geração da Teoria da Atividade, a qual tem como principal pesquisador Engeström (2001), o que será mais explicado na terceira seção deste texto.

Consideramos o estudo pertinente e relevante no sentido de articular o uso de *smartphone* com o GeoGebra nos processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas, visto que o aplicativo possui um impacto significativo para o ensino e aprendizagem de Cálculo (Huillcahuari et al., 2023). Destacamos ainda a utilização da terceira geração da Teoria da Atividade como ferramenta analítica para compreender a dinâmica coletiva. Ao integrar conceitos de cálculo integral com práticas mediadas por tecnologia, o estudo amplia as discussões sobre produção de conhecimento mediado por tecnologias digitais.

Entendemos que a pesquisa é relevante para o campo da Educação Matemática ao problematizar o potencial dos *smartphones* como potencial mediador do conhecimento em contextos como o ensino superior. O artigo ainda propõe alternativas pedagógicas que respondem aos desafios de cálculo, assim como a importância da interação entre os sujeitos para a produção de conhecimento. Consideramos também que a pesquisa e o artigo trazem contribuições importantes para a formação de professores, fortalecendo práticas educacionais que se pautem na dialogicidade, inclusão e produção autônoma de conhecimento.

Na segunda seção, nos detemos a alguns aspectos que consideramos ser importante para uma pesquisa que envolva tecnologias, isto é, pontuamos nossa concepção de termos como “tecnologia” e “tecnologia digital”. Além disso, trazemos algumas ideias sobre a nossa perspectiva do que consideramos como produção de conhecimentos, a importância de se investigar ainda questões relacionadas ao cálculo. Continuando o pesquisar, na terceira seção, trazemos nosso embasamento na natureza qualitativa a qual considera que “os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade [...]” (Goldenberg, 2018, p. 58) no momento da sua produção de dados e ao analisá-los.

A quarta seção trata da análise de dados, contemplamos a produção dos sujeitos pesquisados e lançamos nosso olhar sensivelmente para os dados e deixamos que eles nos levem pela construção que os 11 alunos do Projeto de Ensino de Graduação fizeram durante os três dias dos encontros. Por ser uma pesquisa longa não trazemos na íntegra a análise de dados, mas um excerto de como fizemos esse tópico tão importante para a contemplação das considerações finais. Enunciamos que a analisamos através da TA com a ajuda de um sistema de atividade que foi evoluindo, modificando, alterando, sofrendo influências durante o curso. Exatamente por esse motivo trazemos no início da análise uma constelação de sistemas, a qual faz referência justamente para como o sistema foi evoluindo.

Por fim, trazemos as considerações finais que por meio de gravação de tela do próprio *smartphone* dos participantes, de produção escrita e entrevista, analisamos os vídeos de um trio e interpretamos que o *smartphone*, por meio do apelo visual e da capacidade de *feedback* instantâneo, possui potencial para provocar, ou favorecer, transformação nos modos de produzir conhecimentos sobre integrais duplas e observar o que significa a extensão dos conceitos de integrais. Ainda nos mostrou que a interação entre sujeitos e mediadores, a troca de informações, discussões e análises possibilitou que eles (re) pensassem e estendessem conceitos.

2. TRAÇANDO DEFINIÇÕES DOS TERMOS “TECNOLOGIA”, “TECNOLOGIA DIGITAL”, CONCEITUANDO A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO E O CÁLCULO

Primeiro, gostaríamos de salientar que consideramos esse texto como uma evolução tecnológica. Tanto do aspecto digital, uma vez que é um texto escrito por meio de um computador (outra tecnologia), quanto do aspecto escrito. Sobre o conceito “tecnologias”, Kenski (2012, p. 24) propõe que

[...] Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de “tecnologia”. Para construir qualquer equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador –, os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos de tecnologias.

É nesse olhar para o termo tecnologias que repousa a nossa compreensão de tecnologias nesta pesquisa, como uma criação humana, de técnicas, equipamentos, linguagens, etc. Além dessa discussão, entra em foco com mais intensidade as tecnologias digitais. Chiari (2015, p. 38) afirma que, “[...] em educação,

normalmente utilizamos o termo ‘Tecnologia Digital’ quando nos referimos ao uso de computador, internet e outros meios associados, como softwares, vídeos digitais, entre outros”.

Além disso, consideramos que o celular, como já discutido, se tornou ao longo dos anos um “computador de mão”. Em Ragoni e Chiari (2021) argumentamos que, em certo sentido, o celular tem até mais funções que o computador, pois também pode funcionar como scanner, bússola, babá eletrônica, entre outros. Assim, o *smartphone*, com suas várias funções, deixou de ser meramente utilizado para troca de mensagens e ligações, mas também como uma ferramenta capaz de acessar e produzir distintas informações em frações de segundos. Com os *smartphones* podemos fazer cálculos e interagir por meio das redes sociais. De modo mais amplo, podemos produzir matemática.

Em pesquisas como Ragoni (2021), o *smartphone* torna-se um mediador de produção de conhecimentos, a partir de suas funcionalidades e aplicativos. Nesse artigo, analisamos processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas com *smartphone* e GeoGebra. Entendemos que o conhecimento é produzido por meio de atores humanos e não humanos e que “[...] professores, estudantes e tecnologias fazem parte de um sistema coletivo dinâmico e que a produção de conhecimento se dá por meio desse coletivo [...]” (Borba et al., 2018, p. 57). A nossa compreensão se baseia nas ideias do “construto seres humanos-com-mídias (S-H-C-M) [...] que enfatiza o papel das mídias na produção de conhecimento [...]” (Souto e Borba, 2016, p. 220).

A produção de conhecimento dentro do Cálculo é um campo riquíssimo de investigação, mas não é novo que um professor ao se deparar com turmas cheias de alunos verificará ao final do processo educativo vários problemas quanto ao ensino nessas disciplinas, seja o primeiro Cálculo, o segundo, etc. Em geral, um acadêmico que ingressa na universidade já se depara com essa disciplina sendo que nunca “[...] trabalhou com nenhuma das noções do Cálculo, e que os novos conceitos lhe são apresentados segundo uma abordagem que está muito pouco relacionada com a maneira pela qual o Cálculo foi sendo historicamente estruturado [...]” (Baruffi, 1999, p. 16). Basicamente, quando o aluno passa pelo primeiro Cálculo ele pouco vê questões de tridimensionalidade, um dos assuntos tratados na pesquisa. Nasser et al. (2017, p. 44) em uma revisão de literatura comentam que

Observa-se que grande parte dos problemas propostos na disciplina de Cálculo depende de uma representação visual adequada [...]. Em geral, a dificuldade dos alunos nesses problemas não é na aplicação do conceito de derivada ou de integral, mas na sua representação geométrica e na identificação de relações entre as grandezas envolvidas no problema ou os elementos da figura.

É nesse ponto que queremos tocar, pois quanto ao Cálculo de várias variáveis, os elementos geométricos são de extrema importância para a visualização e compreensão de problemas. Por isso vemos nas tecnologias digitais um forte aliado do professor e dos alunos. Visando contemplar o objetivo indicado no início, nas seções seguintes tratamos da terceira geração da Teoria da Atividade (TA), caracterizada pelos estudos de Engeström (2001) e seu pares.

3. Um Clique na História da Teoria da Atividade

Nessa seção, discorreremos sobre a Teoria da Atividade (TA) segundo Engeström (2001). Buscamos responder algumas questões centrais para o desenrolar do texto, tais como: O que é a Teoria da Atividade? O que essa teoria estuda? Por que foi considerada neste trabalho?

A primeira geração é marcada pelos estudos do pensamento vygotskyano de mediação, sendo a base da Teoria da Atividade. Em seguida, vamos para os estudos de Leontiev (1978), que para Engeström (2001) é caracterizado como a segunda geração. Leontiev, a partir dos estudos de Vygotsky, traz contribuições para a elaboração de noções do que é objeto e meta, além de trazer o caráter coletivo para a atividade.

A partir dessas ideias, Engeström (1987) traz como contribuições o que chamamos de princípios da TA (Engeström, 2001), a serem especificados mais à frente nesse texto. A Teoria da Atividade (TA) tem suas raízes históricas na escola histórico-cultural. As suas ideias são baseadas na perspectiva materialista-dialética, que considerava o sujeito com o poder de agir sobre um objeto ($S \rightarrow R$). No entanto, para que isso acontecesse, seria necessário ainda um terceiro elemento (X) que mediaría essa relação, isto é,

[...] o indivíduo não podia mais ser entendido sem seus meios culturais; a sociedade não podia mais ser entendida sem a ação de indivíduos que usam e produzem artefatos. Isso significava que os objetos deixavam de ser apenas matérias-primas para a formação de operações lógicas no sujeito [...] (Engeström, 2001, p. 134, tradução nossa).

O terceiro elemento (X), refere-se aos signos utilizados para “solucionar um problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.) [...]” (Souto, 2014, p. 17). Além disso, “Vygotsky fez distinção entre dois tipos de instrumentos mediadores inter-relacionados: ferramentas e signos. Os signos pertencem a uma categoria mais ampla de ‘ferramentas psicológicas’” (Engeström, 1987, p. 87).

Essa teoria considera a atividade humana como principal meio de desenvolvimento humano e possui muitos desdobramentos e variações. Leontiev é considerado por Engeström (2001) como expoente da segunda geração da TA. Souto (2014) pondera que, para Engeström (2001), enquanto a análise de Vygotsky era focada no individual, Leontiev passa a considerar o papel da coletividade humana durante a atividade. Outras contribuições de Leontiev foram a elaboração de duas noções importantes para o desenvolvimento da teoria: objeto e meta. Este autor, segundo Souto (2014), centraliza o objeto da atividade na motivação que os sujeitos têm para realizar determinada atividade. A partir disso, Engeström (1987) considera que o trabalho humano é cooperativo e coletivo desde os seus primórdios, assim

[...] Nós podemos falar da atividade do *indivíduo*, mas nunca de *atividade individual*; apenas ações são individuais. [...] o que distingue uma atividade de outra é seu objeto. De acordo com Leontiev, o objeto de uma atividade é seu motivo verdadeiro. Portanto, o conceito de atividade está necessariamente ligado ao conceito de motivo (Engeström, 1987, p. 94, grifo do autor).

Para que seja considerada uma atividade, no pensamento de Leontiev, eram precisos processos para responder a uma necessidade. Isso nos leva à sua célebre frase que enuncia a existência de uma atividade, que sem objeto não possui qualquer significado, ou seja, é a partir do objeto que podemos diferenciar uma atividade de outra e, se não o houver, não há atividade.

Para sintetizar as ideias aqui apresentadas trazemos o seguinte excerto:

Em síntese, de acordo com o pensamento de Leontiev, a atividade humana é consciente e intencional, tem a mediação cultural como principal característica e leva a um processo de transformações recíprocas entre sujeito e objeto. Seus exemplos e argumentos apontam a uma necessidade de uma ampliação, em relação à unidade de análise de Vygotsky, focada no individual, para um plano coletivo (Souto, 2014, p. 20).

Considerada por Engeström (2001) como a terceira geração da TA, depois de anos sendo trabalhada e estudada, a teoria saiu de seu campo de estudos, a psicologia, para ser usada em vários outros âmbitos, como a antropologia, a filosofia, a linguística, entre outros, como é o nosso caso: a educação. Para Engeström (1987) “[...] a atividade é uma formação coletiva, sistêmica, que possui uma estrutura mediadora complexa” (Daniels, 2011, p. 167). Além disso, como Souto (2014, p. 24) salienta:

[...] a atividade é tomada como um processo contínuo de mudança e movimento decorrentes de crises e rupturas, os quais, inter-relacionados em uma formação criativa, composta de múltiplos elementos, vozes e concepções, provocam transformações e inovações que são entendidas do ponto de vista histórico.

Basicamente a autora está se referindo aos cinco princípios propostos por Engeström (2001): contradições internas, sistema de atividade, multivocalidade, transformações expansivas e historicidade. Engeström (1987) sistematiza um todo unificado como o primeiro princípio “[...] que é um sistema de atividade coletiva, mediado por artefatos e orientado ao objeto [...] [Ele] é tomado como a unidade principal de análise [...]” (Engeström, 2001, p. 136, tradução nossa), como sugerido a seguir:



Figura 1. Sistema de Atividade

Fonte: Baseado em Souto (2014).

O SA integra em sua estrutura artefato, sujeito, objeto, regras, comunidade e a divisão do trabalho. Chamamos de *nó* cada um desses elementos do sistema. Ademais, pelas ideias de Vygotsky de mediação e pela contribuição de Leontiev com relação ao caráter cultural e coletivo, podemos dizer que quem medeia a relação do sujeito com o objeto, além do artefato, é também a comunidade.

A comunidade tem a sua relação com o sujeito mediada pelas regras, e, com o objeto, pela divisão do trabalho. Ou seja, no triângulo superior, a relação sujeito-objeto é mediada pelo artefato. Nos triângulos inferiores temos as regras mediando a relação sujeito-comunidade, a comunidade mediando a relação sujeito-objeto e a divisão do trabalho mediando comunidade-objeto. Neste trabalho, veremos mais à frente que a comunidade tem um papel importante para o desenvolver da atividade. Artefatos são signos, como linguagens (oral, escrita, matemática, etc) e os instrumentos como *smartphone*, *softwares*, aplicativos, lápis, papel, quadro, giz, etc, utilizados. Sujeitos são todos os que têm o poder de ação dentro da atividade a ser desenvolvida. São os protagonistas na atividade.

A comunidade contribui para o desenvolvimento da atividade, mas não tem poder de ação, embora compartilhe do mesmo objeto. A divisão do trabalho compreende a divisão das tarefas, *status* e poder entre os membros da comunidade. As regras são as regulações implícitas e explícitas, normas, convenções e padrões que regulam as ações dentro do sistema.

É preciso ainda destacar que o objeto é representado com um destaque oval nessa estrutura, o que é justificado por Engeström (2001, p. 136, tradução nossa) como “[...] um alvo em movimento, não redutível a objetivos conscientes de curto prazo”. Além disso “[...] o objeto é matéria-prima resistente e propósito futuro de uma atividade. O objeto é o verdadeiro portador do motivo da atividade” (Engeström e Sannino, 2010, p. 4). Isso ainda indica que “[...] as ações orientadas por objeto são sempre, explícita ou implicitamente, caracterizadas por ambiguidade, surpresa, interpretação, produção de sentido e potencial para mudança” (Daniels, 2011, p. 170).

Para Engeström (2001), um SA é coletivo e possui nos artefatos o caráter mediacional, se orienta para o objeto e, por esse motivo, deve ser considerado como uma unidade mínima de análise da atividade. A coletividade faz o objeto ser compartilhado por todos os sujeitos envolvidos na atividade e este, o objeto, refere-se “[...] à matéria-prima ou espaço-problema para o qual a atividade é dirigida” (Souto, 2014, p. 24). Por ter esse caráter coletivo, o SA ainda vem carregado por uma multiplicidade de vozes, conceitos, opiniões, ou seja, aqui se encontra o segundo princípio proposto por Engeström (2001): multivocalidade.

O autor ainda destaca que a multivocalidade “[...] é uma fonte de problemas e uma fonte de inovação, exigindo ações de tradução e negociação” (Engeström, 2001, p. 136, tradução nossa). Em um curso no qual são convidados alunos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como será abordado no capítulo de metodologia desta pesquisa, e que faziam parte de semestres diferentes do seu período de vida acadêmica, esse contexto torna-se um campo fértil para a revelação das múltiplas vozes existentes.

A historicidade é o terceiro princípio da Teoria da Atividade. É, aparentemente, o princípio mais simples de se entender, pois, assim como a multivocalidade, seu enunciado é autoexplicativo. Ou seja, é através da história contínua que devemos analisar o desenvolvimento de uma atividade, isto é,

[...] a análise de um sistema de atividade deve considerar esse princípio, pois ele contribui para a compreensão de seu desenvolvimento. [...] um sistema, qualquer que seja, é constituído e transformado ao longo do tempo e, na maioria das vezes, isso ocorre de forma irregular. Assim, uma forma de entender esses movimentos do sistema de atividade é por meio da análise à luz da história nele envolvida (Silva e Souto, 2020, p. 141).

Engeström (2001) defende a ideia de que um sistema de atividade é transformado segundo a sua história, ou seja, seus problemas e desafios tomam formas e “só podem ser entendidos em relação à sua própria história” (Engeström, 2001, p. 136, tradução nossa). Além disso, a historicidade é importante para

entender a história local da atividade, do objeto, ou seja, olhar para a história local da construção do conceito de integrais duplas. Ainda, é pertinente neste artigo para a análise a história global dos conceitos que se relacionam com as integrais duplas, como, por exemplo, a construção do conceito de integrais simples, o entendimento de cada termo da Soma de Riemann, derivadas, área abaixo de uma curva, e outros conceitos que são interligados.

No quarto princípio da Teoria da Atividade proposto por Engeström (2001), temos as contradições internas. Tal princípio se define por serem tensões estruturais, historicamente acumuladas, que acontecem durante uma atividade. Essas tensões podem ocorrer de quatro diferentes formas, “[...] as contradições internas não devem ser consideradas incômodas ou ligadas a situações que não deveriam ocorrer, mas, sim, devem ser encaradas como oportunidades de desenvolvimento que podem atuar como forças de mudança em um sistema de atividade” (Silva e Souto, 2020, p. 141). Corroboramos Soares e Souto (2014) ao considerarem para estas diferentes formas níveis para diferenciá-las.

Podemos ver como se caracteriza cada nível de contradição interna a partir da figura 2 a seguir:

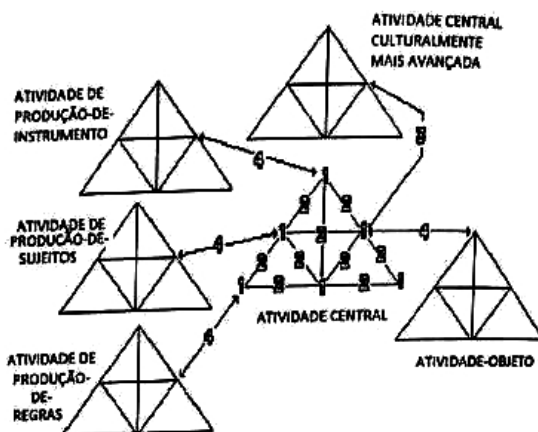


Figura 2. Quatro níveis de contradição dentro do sistema de atividade humana

Fonte: Engeström (1987).

No primeiro nível, as chamadas contradições primárias ocorrem dentro dos nós do sistema de atividade (Soares e Souto, 2014). As contradições secundárias, nível 2, ocorrem dentro de um sistema e entre elementos (nós) diferentes, estas surgem a partir de diversos entendimentos que os próprios sujeitos sobre os objetos, baseado

pelas regras, pelos instrumentos e pela divisão do trabalho (entre elementos da atividade) (Lorenzin, 2019, p. 63). Para que ocorram as contradições terciárias, nível 3, é necessária uma tensão estrutural entre “ações que formam o objeto coletivo, principalmente entre algo novo que é proposto e algo que é padrão dominante” (Souto, 2014, p. 26-27). Isto é, segundo Engeström (1987, p. 116, grifo do autor), a contradição terciária ocorre “[...] *entre* o objeto/motivo da forma dominante da atividade central e o objeto/motivo de uma forma da atividade central culturalmente mais avançada”. As contradições de nível 4, quaternárias, ocorrem entre um sistema de atividade e sistemas de atividade vizinhos, interligados (Soares e Souto, 2014).

Estas autoras argumentam também que as contradições são tensões, as pesquisadoras entendem estas como sinônimos. E consideram que as “[...] tensões são importantes, na medida em que podem ser fonte de mudança e renovação da atividade, podendo gerar, inclusive, transformações expansivas (ou aprendizagem expansiva)” (Soares e Souto, 2014, p. 53). Aqui neste trabalho estamos tratando as tensões como uma possibilidade de contradições internas e que podem ter transformações expansivas dentro do Sistema de Atividade. Assim,

[...] um sistema de atividade deve ser tomado como um processo contínuo de mudança e movimento decorrentes de crises e rupturas, que inter-relacionados numa formação criativa, composta de elementos, vozes e concepções múltiplas, provocam transformações e inovações que são entendidas do ponto de vista histórico (Souto e Borba, 2016, p. 221).

Em seguida, tratamos dos caminhos metodológicos da pesquisa, desde a nossa concepção qualitativa aos instrumentos utilizados para a produção de dados. A quarta seção retrata a análise de dados, orientada pela TA.

4. AMPLIANDO HORIZONTES E CONECTANDO POSSIBILIDADES COM O *SMARTPHONE*

Para a pesquisa, nossa opção foi produzir dados em um Projeto de Ensino de Graduação, no qual os participantes gravaram as telas dos *smartphones* ao realizarem tarefas exploratórias e investigativas. A partir disso, foram gerados vídeos pelos 11 acadêmicos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física que se inscreveram, ao mesmo tempo que interagiam com essa tecnologia e entre si. Além disso, utilizamos folha de respostas com perguntas direcionadoras de discussões. O curso foi desenvolvido em três encontros no mês de novembro de 2019.

Durante todo o processo de planejamento e desenvolvimento das tarefas do curso, pensamos em aplicativos voltados tanto para a matemática, como o GeoGebra, utilizado para o estudo de integrais, quanto para gravação de tela e áudio, o Mobizen. O GeoGebra foi explorado em duas categorias: a primeira refere-se ao GeoGebra 2D, que nos *smartphones* se encontra com o nome “Graphing Calculator”. O aplicativo possui como característica, que o diferencia do segundo, a apresentação, na tela do *smartphone*, de uma janela em duas dimensões. A segunda refere-se ao GeoGebra 3D, que se intitula no *smartphone* como “3D Calculator” e tem como característica principal a apresentação da janela em três dimensões.

O curso ocorreu conforme o quadro a seguir:

<i>Dias</i>	<i>Tema</i>	<i>Objetivos</i>
04/11/2019	Primeira parte: Contato inicial com os participantes do curso; Segunda parte: Tarefa de exploração do GeoGebra Graphing Calculator;	Primeira parte: Explicação do decorrer do curso, objetivos do curso, apresentação dos aplicativos e por que/para que o curso foi desenvolvido. Segunda parte: Apresentação e exploração do GeoGebra; construção de uma função e cálculo da área abaixo do gráfico da função;
11/11/2019	Primeira parte: Explorando Integrais Definidas; Segunda parte: Explorando o aplicativo <i>GeoGebra 3D Graphing Calculator</i> ;	Primeira parte: Explorar a área sob o gráfico de funções a partir da Soma de Riemann e Integrais Definidas. Segunda parte: Deixar que os alunos se ambientassem com o GeoGebra 3D; Construção de uma função de duas variáveis; Manipulação da função.
18/11/2019	Primeira parte: Continuação da segunda parte do encontro do dia 11/11. Segunda parte: Integrais Iteradas e Teorema de Fubini	Primeira parte: Continuação da segunda parte do encontro do dia 11/11 Segunda parte: observação e manipulação de <i>applets</i> sobre iteração e a discussão sobre o Teorema de Fubini;

Quadro 1. Distribuição dos temas e objetivos nos dias de encontro

Fonte: Os autores, 2020.

Nos utilizamos de vídeos gravados pelo próprio *smartphone* dos alunos para a produção e análise de dados, pois segundo Powell et al. (2004) é um artefato flexível, trabalha com informações orais e visuais, captura interações complexas e tem a possibilidade de exame de dados quando o pesquisador sentir necessidade. Os autores ainda destacam que durante a produção dos dados “[...] são feitas seleções do fenômeno que se desenvolve com base na tecnologia utilizada e nos interesses teóricos. Por sua vez, essas realidades tanto compelem quanto moldam as análises posteriores e a apresentação de resultados” (Powell et al., 2004, p. 86).

Aliadas aos vídeos como instrumentos de pesquisa, aplicamos também folhas de perguntas que os alunos precisavam responder durante as atividades com o intuito de sistematizar as discussões. Nesse momento os alunos expressaram o seu entendimento, as suas opiniões e suas concepções sobre o que foi discutido, analisado e explorado durante as tarefas. Tornou-se de extrema importância observar o que foi manifestado pelos participantes do curso, pois tivemos a possibilidade de apreciar suas sistematizações.

Esses procedimentos de pesquisa nos permitiram fazer uma triangulação de dados, ou seja, a partir desses dados produzidos pudemos relacioná-los e “[...] checar algum detalhe ou [...] compreender melhor algum fato ocorrido [...] promovendo uma maior credibilidade de sua pesquisa” (Araújo e Borba, 2013, p. 42). Ou seja, a utilização de variados métodos e fontes proporcionou o aprofundamento do estudo em si. A partir da triangulação dos vídeos que mostram os movimentos e discussão do trio, juntamente com as respostas das folhas podemos ter uma visão melhor de como foi a extensão dos conceitos de cálculo.

Para este artigo propomos uma discussão sobre a produção de um trio participante do curso, compostos por Danilo e Íris inicialmente e depois formando o trio com João, em que os trechos retirados dos vídeos e transcritos são momentos em que os alunos imergiram em discussões sobre os conteúdos, temas e ações propostas durante o curso. A partir dela, buscamos evidenciar, orientados pelos princípios da Teoria da Atividade, movimentos no Sistema de Atividade construído com esse trio ocupando a posição de sujeitos. Com os movimentos no SA, foi possível analisar processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas com *smartphone* e GeoGebra, como pode ser observado na análise dos dados a seguir.

5. DESLIZANDO SOBRE TELAS E PRODUÇÕES: A SENSIBILIDADE DE OLHAR PARA OS DADOS

Para iniciar, pensamos ser interessante para o artigo apresentar um Sistema de Atividades Idealizado do Curso (SAIC), fruto de motivos de quem propôs o curso e de quem se dispôs a participar, dos objetivos e foco do curso.

A partir dos motivos expostos pelos participantes no primeiro encontro e dos motivos que *nós*, enquanto proponentes do curso, desejávamos proporcionar, podemos identificar um objeto, pois a atividade tem caráter coletivo para Engeström. Segundo Souto (2014, p. 24), “[...] o objeto, em geral, é compartilhado por todos os sujeitos [...]”. Assim, apresentamos como objeto: Estudar processos de produção de conhecimento e interação por meio do *smartphone*, considerando as possibilidades e limitações de seu uso.

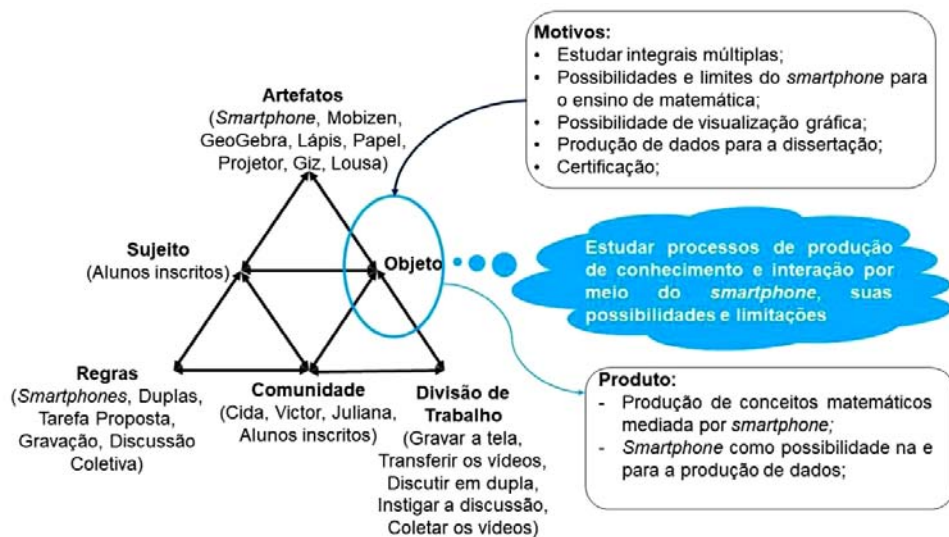


Figura 3. Sistema de Atividades Idealizado do Curso (SAIC)

Fonte: os autores, 2020.

Na representação os artefatos são estabelecidos conforme foram mobilizados no curso, como o *smartphone*, os aplicativos Mobizen e GeoGebra, lápis, papel, projetor, giz e quadro (ou lousa). Os sujeitos, que possuem poder de ação sobre as tarefas propostas, são os alunos inscritos no curso, assim como outros que pediram para participar no decorrer do mesmo. As regras eram: usar os *smartphones* em duplas para realizar as tarefas propostas, executando o Mobizen para a gravação da discussão com o colega ou coletiva.

Dentro da comunidade estavam inseridos: Cida, que era a professora regente do curso; o primeiro autor deste trabalho e Juliana, que éramos colaboradores; e os alunos inscritos, que fazem parte de dois *nós*, pois também realizam o papel de comunidade dentro dessa atividade. A divisão de trabalho constitui-se de ações individuais, mas que podem ser feitas por mais de um membro, assim como um membro pode fazer mais de uma ação: gravar a tela, transferir os vídeos, discutir em dupla, instigar a discussão e coletar os vídeos.

Para exemplificar ao leitor como ocorreram os movimentos no Sistema de Atividades, trazemos para a discussão uma constelação de sistema para orientar. Iniciamos a análise com o SA idealizado do curso (SAIC), como foi mostrado anteriormente, e passamos para o SA inicial do I Encontro. A partir disso, por meio dos vídeos, analisamos os movimentos ocorridos no SA, evidenciando tensões e mudanças, como pode ser observado na figura a seguir.

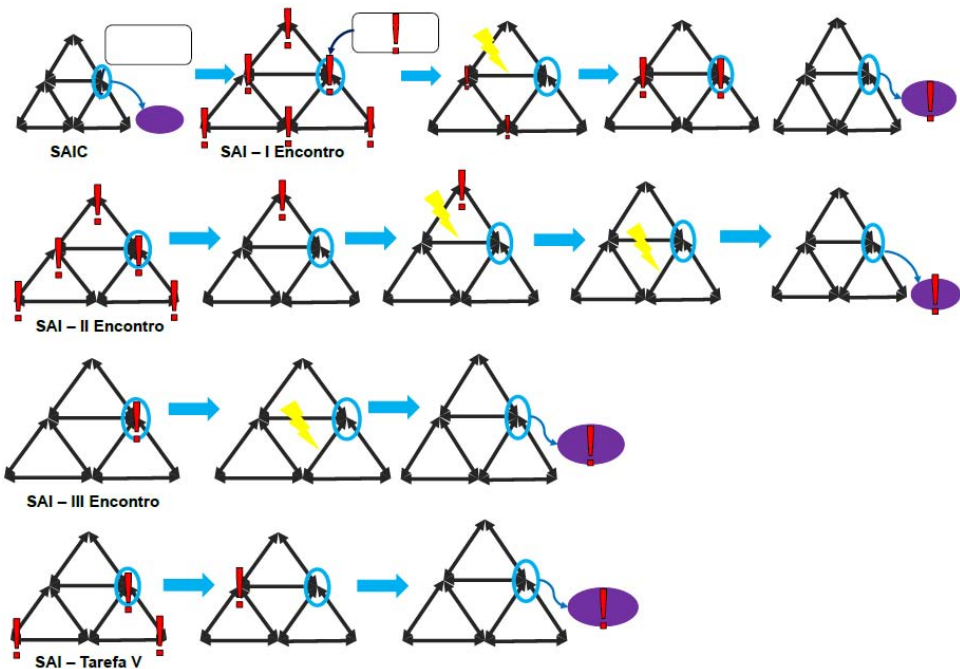


Figura 4. Constelação de sistemas

Fonte: os autores, 2020.

Na constelação de sistemas da figura anterior vemos como os sistemas evoluíram conforme a sua história. Os pontos de exclamação em vermelho indicam que houve alguma mudança no nó, isto é, distanciamento ou aproximação de motivos, sujeitos, inserção de novas regras.

Os raios amarelos indicam onde houve as tensões entre sujeitos e objeto e entre sujeitos e artefatos. Um aprofundamento das tensões e contradições expressas na constelação de sistemas foram melhor discutidas em Ragoni (2021). Vemos nas tensões entre sujeito e artefatos um acúmulo histórico em que os alunos tiveram dificuldade em *plotar* gráficos, em se relacionar com a tecnologia. Isso pode indicar a ocorrência de uma contradição interna no sistema de atividade,

ou seja, contradições de segundo nível, “[...] entre dois ou mais elementos da atividade central” (Lorenzin, 2019, p. 63).

Tivemos durante os três encontros nesse trio analisado quatro pontos de tensão, isto é do Sistema de Atividade do primeiro encontro ao ser inserido a tecnologia, entre dois componentes do sistema: sujeitos e artefatos, mas que ao final do primeiro encontro já havia sido estabilizado.

No segundo encontro tivemos uma tensão novamente nos nós sujeito e artefato, pois inserimos uma atividade em que era necessário plotar uma função de duas variáveis (GeoGebra 3D), mas os alunos tentaram plotar o gráfico na estrutura do ambiente bidimensional. No terceiro ponto de contradição interna do Sistema de Atividade, ainda na segunda tarefa, os sujeitos tem uma tensão com o objeto, ao observarmos que os alunos não conseguiam fazer a relação da “[...] extensão do domínio de funções de uma variável para as funções de duas variáveis [...]” (Ragoni, 2021, p. 100). Essa tensão é resolvida também ao final do encontro com a intervenção da comunidade.

No terceiro encontro temos novamente uma contradição interna entre sujeitos e objeto, ao não identificarem novamente que saindo do plano bidimensional para o tridimensional os retângulos passam a ser paralelepípedos. Embora não tenham percebido isso, o trio já entendia que se tratava de volume e não mais de área (Ragoni, 2021).

Por fim, vemos um esforço dos alunos ao entrarem em atividade para realizar as tarefas solicitadas que, com suas diferenças, estiveram diante de dificuldades e tensões, impulsionando-os a se movimentarem e a buscarem soluções, assim como a comunidade em vários momentos teve de intervir para ajudar a criar diferentes saídas. Nesse sentido, destacamos o momento em que os alunos transformaram o objeto do encontro dois para observar as Somas de Riemann Superior e Inferior. Além disso, destacamos que a inserção de novas regras e artefatos trouxe aos alunos tensões, mas também movimentos de superação dessas dificuldades.

Nos parágrafos que se seguem buscamos retomar aspectos e acontecimentos centrais dos encontros com os alunos que possam subsidiar o leitor a compreender e também interpretar em maior profundidade a constelação de sistemas apresentadas anteriormente. Esta constelação sintetiza a interpretação dos movimentos ocorridos no SA, a partir dos quais pretendemos inferir uma caracterização possível de processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas a partir do uso do GeoGebra em *smartphones*.

No primeiro encontro foi entregue um questionário inicial para os participantes com questões abertas e de múltipla escolha a fim de conhecê-los em suas especificidades. Ainda com a intenção de observar os motivos por trás da inscrição de cada um, fizemos uma questão estritamente direcionada a isso, como mostramos transcrições das respostas dos alunos à questão dos motivos a seguir:

Íris: Melhor a minha compreensão da área de integração. Visualizar os gráficos das funções, que em geral, é difícil de intuir.

Danilo: O tema integrais, pois quero entender melhor o conteúdo. Pelas horas.

Como é possível observar, temos apenas duas respostas, ou seja, da Íris e do Danilo, respectivamente, pois João já entrou com o curso em desenvolvimento. Nessas respostas podemos observar os motivos de ambos se inscreverem no curso. Quanto às suas expectativas:

Íris: Que atenda aos meus motivos (4).

Danilo: Espero aprender coisas novas e principalmente a estudar mais pelo celular.

Íris é categórica ao afirmar que espera que seus motivos sejam contemplados, enquanto Danilo responde que busca aprender coisas novas, assim como a estudar pelo *smartphone*. Todos esses motivos e expectativas nos levam na direção da construção de um objeto da atividade inicial: Compreender Integrais Múltiplas com o auxílio de gráficos e do *smartphone*. A seguir apresentamos o Sistema de Atividade Inicial:

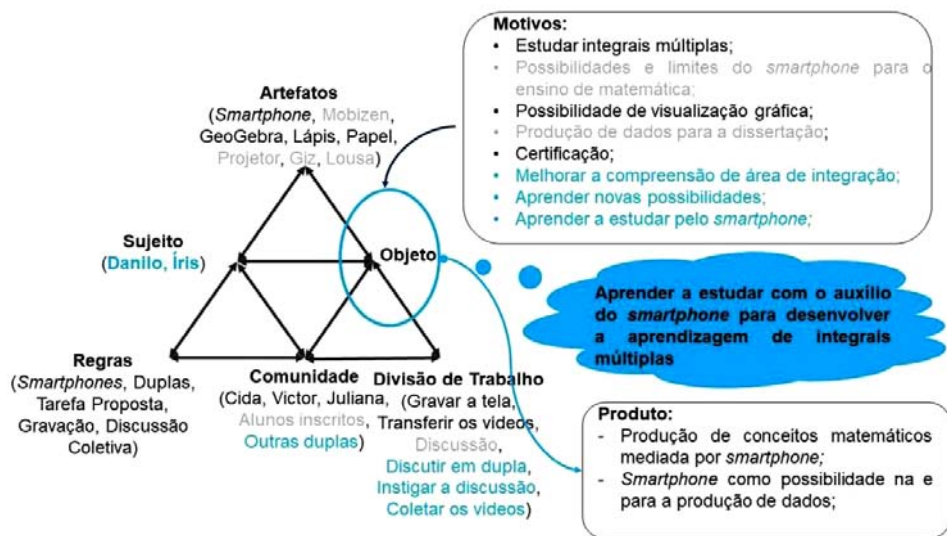


Figura 5. Sistema de Atividade Inicial

Fonte: os autores, 2020.

Do SAIC, que representava uma projeção, para o Sistema de Atividade Inicial, que indica como, de fato, foi o início do curso, temos algumas mudanças, que foram destacadas com algumas cores. Para familiarizar o leitor, em azul são

considerados “novos” nós do sistema, em cinza colocamos elementos que já faziam parte do sistema e não se tornaram foco para a análise ou se distanciaram com o avanço da produção de dados

Pensando nessas mudanças, agora os sujeitos são apenas Danilo e Íris¹, e os outros participantes do curso, aqui chamados de “outras duplas”, passam a fazer parte apenas da comunidade. Os artefatos agora só se referem aos que os sujeitos vão se utilizar para a mediação com o objeto, elencados como *smartphone*, GeoGebra, lápis e papel. As regras continuam as mesmas, pois os sujeitos vão usar os *smartphones* com sua dupla para realizar a tarefa proposta fazendo discussões e gravando. Os motivos mudaram junto com os sujeitos, assim como o objeto. A divisão do trabalho, agora, se concentra em gravação de tela, discussão (em duplas e coletiva) e a transferência dos vídeos.

Durante a análise do encontro 1, os elementos do sistema sofreram alterações e mudanças. A comunidade atuou no momento que houve tensões entre sujeitos e artefatos mais de uma vez. O artefato *smartphone* por meio do GeoGebra influenciou os sujeitos a modificarem o objeto, principalmente, por seu caráter interativo. Além disso, o *smartphone*, por meio do GeoGebra, por facilitar a visualização de movimentos que outras mídias podem não contemplar, fez com que os sujeitos inserissem além da soma inferior, a soma superior, como mostra a figura a seguir.

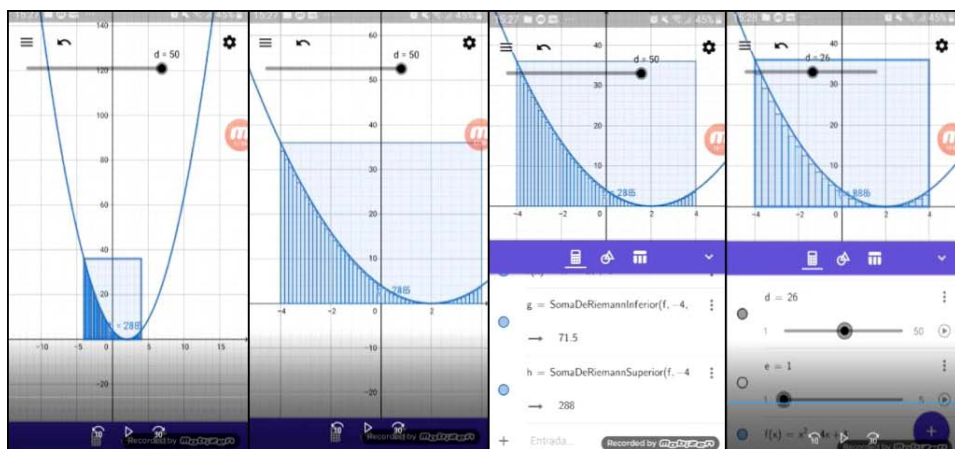


Figura 6. Movimento feito nas partições por Danilo

Fonte: dados da pesquisa.

¹ Que serão chamados D e I na transcrição dos excertos dos vídeos. E, mais adiante, João que será abreviado para J, assim como Cida será abreviado para C.

Finalizando com a investigação dos controles deslizantes, temos os alunos buscando as configurações desse comando para mudar a quantidade de retângulos apresentados na tela. Todo esse movimento no sistema fez o objeto do primeiro encontro ser reconstruído e, também, possibilitou movimentações referentes à produção do conceito de integral definida por meio da Soma de Riemann inferior e superior.

Ao olharmos a constelação, na segunda linha temos a evolução do SA (Engeström, 2001) no segundo encontro. Nessa análise, consideramos importante mencionar o papel do artefato *smartphone* (por meio do GeoGebra) de trazer a resposta imediata e visualização instantânea proporcionando reflexão e questionamentos que os levam a fazer testes recorrentes contestando os pensamentos que os alunos tinham até então, o que também leva o sistema se movimentar.

Além disso, destacamos que a comunidade, mesmo não tendo o poder de agir sobre o objeto, teve papel de destaque nessa atividade para que os sujeitos pudessem superar tensões, como mostra a discussão² a seguir em que vemos algumas reflexões dos alunos sobre o domínio, um dos conteúdos estudados no curso:

- I: Como podemos discutir o domínio das funções? Semelhanças e diferenças que você destaca entre eles. Pega uma função que te agrada. Vamos pegar a parábola que é uma das mais fáceis que a gente tem e vamos jogar você no 2D e eu jogo no 3D.
- D: Beleza!
- I: Você não trouxe celular hoje?
- J: Eu não tenho. Estou sem celular.
- I: Te entendo. Já passei por isso.
- D: Qual que é a parábola? X ao... Ah, não. Parábola, vamos por x ao quadrado menos...
- I: É... Eu vou colocar ela, só que eu vou colocar ela diferente.
- D: Y igual x ao quadrado. I: Vou colocar ela...
- D: Coloquei x ao quadrado menos quatro.
- J: Deixa só x quadrado, mais bonitinho, mais fácil.
- D: Melhor só x quadrado?
- I: Não... Você colocou x quadrado menos quatro?
- D: Arram...
- I: Não tem problema não. f. De... (inaudível) colocar aqui... x , y , z é igual...
- C (ao fundo): E aí?! Como tá a discussão? É... vocês querem que a gente sistematize? A gente já cancelou a terceira [tarefa] hoje, por conta do tempo. Aí a gente faz a terceira de hoje na segunda que vem. Aí a ideia é: terminar essa discussão, é... socializar as respostas e eu queria fazer uma fala final sobre esses quatro elementos: gráfico, domínio, partição e ponto de amostragem. A gente tá preparando o terreno para a discussão que seria hoje e a gente passou para a semana que vem.

² Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=xfLlM1dbWUw>. Acesso em: 18 jul. 2025.

- I: Como eu coloquei só assim, ela tá de novo grudada lá. Ela não subiu.
D: Tá... Como podemos discutir o domínio... o domínio das funções? Que semelhanças você destaca entre elas? Elas são iguais!
J: Elas não formam uma concavidade?!
D: Como podemos discutir os domínios das funções? O domínio? Vamos colocar... vamos tirar o quatro porque o domínio fica todos os reais.
J: Oxi... aí também está.
D: Também está os reais?
J: Também está o domínio, todos os reais.
D: Opa...
I: É... o quatro só te interfere na imagem. Olhando aqui ó...
D: Como podemos discutir... Sim. Entendi. Isso que era pra fazer: pegar a mesma função para analisar o domínio. C (ao fundo conversando com outro aluno): Mudou o que era domínio?
D: Mudou alguma coisa do domínio aí? Mudou o domínio? I: Não.
D: Não?
I: Não. Não muda.

Ao discutirem a construção e o domínio os alunos chamam a atenção novamente para a estrutura, pois ao inserirem " $f(x, y, z)$ " o GeoGebra não "entende" que estamos no ambiente tridimensional e sim que procuramos uma imagem já em quatro dimensões, indo além do que o aplicativo pode fazer. O que pode explicar a fala de Íris ao se referir que a função "tá de novo grudada lá", que "ela não subiu".

Aparentemente os alunos entram em acordo que o domínio não muda, mas gostaríamos de chamar a atenção para a questão de duplas ordenadas, pois é nesse ponto que a intenção da primeira pergunta repousa. Quando estamos trabalhando com funções de uma variável, temos que o domínio, em geral, é o conjunto dos números reais, que pode ser representado por uma reta numérica. Ao trabalharmos com funções de duas variáveis temos a "adição" de uma outra dimensão ao domínio, isto é, passamos a usar um par ordenado, cuja representação pode ser feita em um plano. A ideia de reta é, então, expandida para a ideia de plano.

A partir disso, esperávamos que os alunos buscassem explorar os gráficos, olhando para o domínio e chegassem à conclusão de que ao trabalhar no ambiente tridimensional, ao escrevermos a estrutura " $f(x, y)$ ", eles estariam inserindo pontos do tipo: (0, 1), (-2, 3), (0, 2148, 9, 21) etc. Com isso, poderiam pensar que, no caso, o domínio seria R^2 , uma dificuldade apontada por Baruffi (1999).

Como as discussões dos alunos continuaram sobre domínio, vamos a um novo diálogo³ em que Cida (comunidade) também entra em atividade para resolver

³ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fdDkbEZtn1s>. Acesso em: 18 jul. 2025.

questões. O diálogo tem em torno de cinco minutos, por isso os principais pontos são: Cida instiga os alunos a investigarem quais pontos estariam presentes para que a imagem fosse tridimensional. Como esses pontos deveriam ser apresentados. Com Cida instigando e provocando reflexões nos alunos, eles começam a questionar se o que haviam concluído estava correto.

J: Mas aqui, então... é o domínio vai ser todos os reais.

D: Sim.

I: Sim.

J: Quando (inaudível) permanece os reais?

I: O domínio permanece o reais.

C: Me dá exemplo de um ponto que tá no domínio... dessa função.

J: É...

I: Da z igual x ao quadrado?

J: Um, dois, três, quatro...

D: Todos os reais.

I: O zero?

J: O zero...

C: E tem mais gente além de todos esses?

J: Mais gente que os reais?

I: Mais gente que os reais não dá...

D: Professora fez uma pegadinha com você e você caiu.

C: Mais gente que os reais dá...

I: Tem os imaginários, mas...

C: Mas tem outro sentido de *ampliação*, é que eu não queria matar a discussão, mas é...

I: Eu juro que não entendi a pergunta. Porque o domínio...

C: O Danilo falou assim que qualquer número... qualquer número aí faz parte da... vocês estão vendo aqui a...

I: Não, nem tudo. Porque você... o que a gente tem na função é o que tá contornado de verde, certo?

C: Isso... Esse é o gráfico da função. Essa é a folha.

I: Esse é o gráfico da função. Eu posso pegar pontos... eu vou fazer aqui, que assim eu sou mais...

J: Óh... esse eixo em verde é o x .

D: Sim.

I: Sim, mas a sua função é essa *folha* verde que tá...

C: O gráfico dela...

I: É isso aqui. Ela é isso! (provavelmente Iris se utilizou de uma folha sulfite para representar).

C: Então me dá um exemplo de um ponto que pertence a esse gráfico aqui óh... Por exemplo, um ponto que não 'tá nesse plano cinza aí que 'tá apresentado. Um ponto dessa parte aqui. Vocês conseguem pensar?

D: Um ponto que não ‘tá dentro desse cinza?

I: É... deixa eu puxar aqui. A gente colocou aqui z igual a x ao quadrado menos quatro né?!

D: Um ponto que não ‘tá aqui dentro desse cinza, professora? Mas ‘tá tudo dentro do cinza...

C: É... que faz parte... o cinza que eu ‘to falando é esse plano aqui, óh...

D: Sim, mas ‘tá tudo dentro dele.

Os alunos, junto com Cida, começam a olhar para os gráficos e pensar que o domínio seriam todos os reais, influenciados pelas funções escolhidas. Veja que a reflexão dos alunos não estava totalmente errada, pois para ambas funções o domínio são os números reais, embora para a função $f(x, y) = x^2 - 4$ a “ampliação” que Cida cita é que para funções de duas variáveis necessita se pensar o domínio R^2 .

Em seguida, lançamos algumas perguntas norteadoras:

1. No contexto do GeoGebra 3D, o que $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$
2. No mesmo contexto, o que o duplo somatório $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$ representa?
3. Estabeleça relações entre o significado de $\sum_{i=1}^m f(x_{ij}^*) \Delta x$ com o significado de $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$

Quadro 2. Questões norteadoras

Fonte: dados da pesquisa.

Como foi a finalização da Tarefa IV, os alunos ainda discutiam as questões fazendo relações entre a Soma de Riemann para o contexto de funções de uma variável. Como foi a finalização da Tarefa IV, os alunos ainda discutiam as questões fazendo relações entre a Soma de Riemann para o contexto de funções de uma variável $\left(\sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x\right)$ para o contexto de funções de duas variáveis $\left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y\right)$. Nesse *applet*⁴ os alunos podiam visualizar os paralelepípedos em verde, pontos de amostragem em vermelho e o gráfico de uma função também em vermelho.

A opção por enviar um *applet* pronto aos alunos se deu pela dificuldade em construir uma função de duas variáveis que se utilizasse de paralelepípedos, demandando mais tempo, o que já podemos apontar como uma limitação de se trabalhar com o aplicativo GeoGebra no *smartphone*. A partir daquele momento, era necessário que os alunos olhassem para o que foi estudado anteriormente e

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/rwcrs3yv>. Acesso em: 18 jul. de 2025.

fizessem relações com o que foi apresentado por meio do *applet*. Para entender isso, vamos recorrer ao vídeo⁵ e à discussão de Danilo, Íris e João, como pode ser visto no diálogo⁶ a seguir.

J: Se x_{ij}^*, y_{ij}^* seriam...

I: As coordenadas?

D: Sim.

J: É... aquilo lá seriam a nossa altura em z.

I: Arram...

J: Aí tipo... se a gente tinha a altura e a gente tem que delta x, delta y é igual à base.

D: A base... a gente consegue... *debaixo do retângulo*.

J: A gente consegue área *debaixo do retângulo*.

I: Arram...

D: Eu coloquei aqui que o $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)$ representam a altura do retângulo e delta x, delta y representam a *base do retângulo*.

Nesse diálogo, os alunos estão fazendo relações sobre a expressão $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$ a partir do que eles já tinham visto anteriormente. Isto é, eles afirmam que x_{ij}^*, y_{ij}^* são as coordenadas (x, y) , ou seja, o ponto de amostragem e que isso os daria a altura no eixo z. Além disso, os alunos consideram a parte $\Delta x \Delta y$ como a base do paralelepípedo e ainda permanece a imprecisão na linguagem que utilizam quando mencionam “retângulo”, como notamos nas frases sublinhadas do diálogo. Aqui podemos estar diante de uma tensão entre algo que impede os alunos de estenderem os conceitos de integrais simples para integrais duplas.

Nesse momento, os alunos ainda não perceberam essa característica do ambiente 3D e da Soma de Riemann nesse contexto, isso pode ser percebido ao longo do diálogo e, também, na última frase quando Danilo faz a sistematização. Isto é, enquanto eles trabalhavam no 2D faziam retângulos para aproximar a área, agora o trabalho é com paralelepípedos. Assim, não somente o apelo visual da tecnologia é preciso, mas também o trabalho com a matemática expressa nos gráficos.

Em seguida, Danilo, Íris e João se engajam na segunda questão⁷, em que o objetivo era a reflexão dos alunos acerca do duplo somatório. Enquanto Danilo e João iniciam uma discussão acerca da questão, ao fundo escutamos Íris conversando com a filha que estava presente nos encontros.

⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=pYa0y8kDYPk>. Acesso em: 18 jul. 2025.

⁶ Os alunos fazem a discussão toda sem manipular efetivamente o *applet*, por esse motivo preferimos não trazer imagens das ações nesse momento.

⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=0phPGee85Ow>. Acesso em: 18 jul. 2025.

Aparentemente houve a exclusão do aplicativo Mobizen, que tem a função de gravação de tela e áudio. Isso nos leva a refletir sobre algumas coisas como, por exemplo, a capacidade de armazenamento dos *smartphones*, que ano após ano se modificam, e com isso se tornam incapazes de guardar vários aplicativos, sendo aqui apontado já como uma limitação. Além disso, também nos leva a refletir sobre a disponibilidade de uso desses dispositivos aos filhos, o que corrobora a nossa visão de que muitas das crianças nativas da era digital nascem, vivem e já interagem com essas tecnologias tão cedo.

D: Agora, no contexto duplo, o somatório... E agora João?

J: Hã?!

D: No contexto duplo?

J: No contexto duplo? O somatório o que que vai ser? [incompreensível]... O somatório de um, um, [incompreensível]. Seria a área da... de um desses retângulos só. Tá vendo?

D: Mas por quê?

Os alunos parecem estar pensando em algo, mas não chegam a falar claramente sobre o que estão refletindo, até que Danilo indaga:

D: Será que vai representar...?

J: [incompreensível] a soma.

D: Seria a soma dos retângulos.

J: É... da quantidade de n . Seria n retângulos, aí quando fizesse limite seria a região do próximo domínio abaixo da superfície.

D: Soma da área dos retângulos que formam a [...], o que você falou? A superfície da parte de baixo?

J: É. Seria aproximadamente a... seria isso aqui, essa somatória é igual a todos esses retângulos.

D: É a soma da área dos retângulos que é... Representam a soma da área dos retângulos.

I: Deixa eu entender o que vocês estão falando. Porque quando a gente fez ali pro três, pro... dois d aqui, ela colocou a área né?! Então você fez a curva, aí você achou os retangulozinhos e aí você pegou os x_i , aí quando colocou no três d, que você fez... é que eu não consegui montar. Agora que eu vou conseguir. Quando você projetou isso daqui que é o somatório de i a n , de i a n , você 'tá dando a área em três d, a projeção da área no plano (x, y) .

D: Sim.

J: Sim... porque... f... Tá vendo aí... e esses pontos vermelhos aqui...

D: Representam delta x e delta y .

I: É a sua amostra.

J: É aqueles amostra lá. x ... aí tipo...

D: Isso representa a base.

J: x e y , no três d que vira o domínio né?! Aplicado no pé da altura que é z . E vai chegar, basicamente, aqui. E aquele Δx e Δy seriam a base.

D: A base.

J: Seria esses quadradinhos aqui óh. Esse aqui e esse aqui.

Na sequência de prints a seguir, ao notarmos o tempo, vemos que os alunos ficam alguns minutos mais refletindo sobre a questão do que propriamente explorando o *applet*, sendo que os movimentos de rotação são feitos já quando Íris se envolve na discussão, ao final do vídeo.

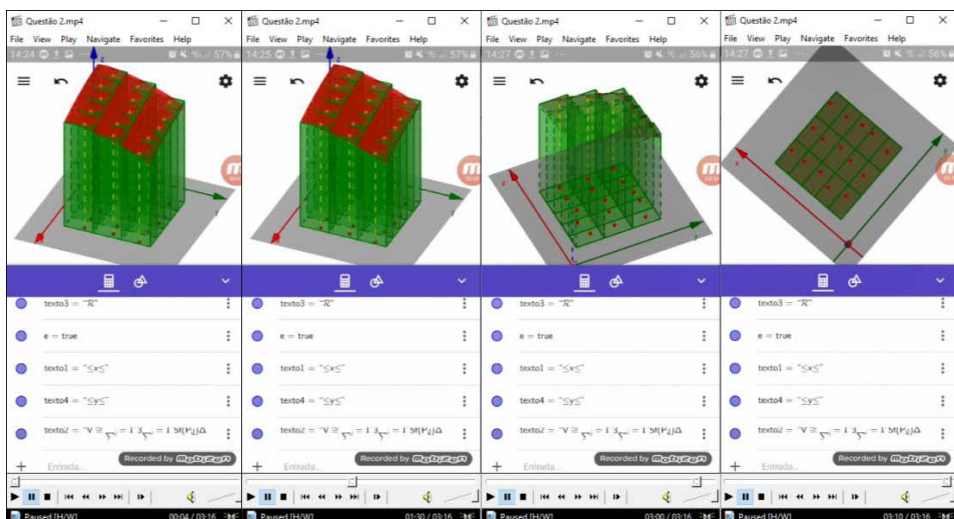


Figura 7. Movimento de rotação

Fonte: dados da pesquisa.

Nesse momento, notamos que os alunos se envolvem mais na discussão matemática que é proposta do que na visualização gráfica proporcionada por essa tecnologia, mas para exemplificar a sua fala, João recorre ao *applet* para mostrar. Além disso, vemos que o contexto 3D se tornou um disparador de discussão, mas não tomou o lugar central que era a extensão dos conceitos do 2D (funções de uma variável) para o 3D (funções de duas variáveis). Masetto (2012, p. 144) destaca que

É importante não nos esquecermos de que a tecnologia possui um valor relativo: ela somente terá importância se for adequada para facilitar o alcance dos objetivos e se for eficiente para tanto. As técnicas não se justificarão por si mesmas, mas pelos objetivos que se pretenda que elas alcancem, que no caso serão a aprendizagem.

Acreditamos que as tarefas abertas, de caráter investigativo e explorador, são possibilidades que se agregam às tecnologias digitais, dando destaque à produção de conhecimentos por parte dos alunos e ao ensino. Por isso, corroboramos Borba et al. (2015, p. 48) quando os autores afirmam que

[...] Além das potencialidades oferecidas, existem outros aspectos fundamentais a serem considerados com relação ao uso educacional de uma tecnologia como, por exemplo, o papel do professor, o *design* ou natureza da atividade proposta, dentre outros. A organização do cenário (imaginado) condiciona a natureza das interações, os diferentes tipos de negociações de significados e os conhecimentos produzidos no ambiente de aprendizagem construído.

Isto é, as tecnologias, a proposta metodológica, a comunidade são tão importantes nesse processo quanto o próprio sujeito enquanto produtor de seu conhecimento, isto é, a interação é de suma importância. Assim, para analisarmos a produção de conhecimento a partir da questão matemática, trazemos as sistematizações dos alunos a seguir.

Í: Representa a soma do volume dos retângulos que é a medida abaixo da superfície na perspectiva m e n e $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\Delta x\Delta y$.

D: O somatório $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m$ traz a área projetada pela região de $f(x, y)$ no plano x, y de forma quadriculada.

J: É igual a soma do volume dos retângulos dados por $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\Delta x\Delta y$ debaixo da superfície.

Aqui precisamos trazer para a discussão que quando partimos para as funções de duas variáveis, o domínio passa a ser todo o plano representado pelo R^2 , deixando de se formar retângulos e passando a ter paralelepípedos ao representarmos graficamente o somatório duplo. Essa característica os alunos ainda não haviam percebido, mesmo com a visualização do *applet*. Podemos estar nesse momento diante de uma contradição interna. A partir das respostas, vemos Íris falar em área e que Danilo e João falam em “volume dos retângulos”, quando deveriam concluir sobre volume do paralelepípedo. Além disso, poderiam mencionar que $\Delta x\Delta y$ é a área do retângulo formado no plano gerado pelos eixos x e y .

Há um erro na comparação entre retângulos e paralelepípedos, mas os alunos já perceberam que não tratamos mais de áreas e sim de volume. Para Lorenzato (2010, p. 50) “o erro pode ter distintas causas: falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimentos da língua materna ou de conceitos matemáticos”. Por isso, entendemos que há um erro de falta de atenção nesse momento.

Ainda, para explicar o conceito da dupla soma iniciamos falando sobre cada “componente” dela: $\Delta x \Delta y$ é a área da base retangular de cada paralelepípedo, em que Δx é o comprimento do lado no eixo x e Δy é o comprimento do lado no eixo y . $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)$ é o valor da função aplicada no ponto de amostragem (x_{ij}^*, y_{ij}^*) , isto é, em termos geométricos temos a altura de cada paralelepípedo.

Já temos então a expressão: $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$, que significa o volume de um paralelepípedo, uma vez que estamos multiplicando a área de sua base, que é fixa em todos, pois temos bases retangulares congruentes, pela altura, que é variável. Então cada paralelepípedo tem seu volume. Ao fazermos o somatório em i e j , $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(x_{ij}^*, y_{ij}^*) \Delta x \Delta y$, consideramos todos os paralelepípedos e somamos seus volumes, nos aproximando do valor numérico da integral dupla considerada. Quanto menor a base dos paralelepípedos e consequentemente maior a quantidade deles, mais próximos estarão esses dois valores, de modo que consideramos que são iguais quando a quantidade de paralelepípedos tende a infinito. Após isso, os alunos pausam a gravação do vídeo e não há discussão da terceira questão, mas durante a sistematização com a professora Cida, há comentários como

C: Vocês conseguem enxergar uma certa expansão de conceitos?

D: Sim. A área, volume.

C: Domínio. Eu expando a ideia de domínio. Eu expando a ideia do que é gráfico. Eu expando, agora, a ideia do que é um somatório. Né?! Aqui eu to somando áreas e eu estou me aproximando de uma área que eu quero calcular, uma área irregular. Aqui eu to construindo volumes e, ao reunir todos esses volumes dos paralelepípedos, eu também estou me aproximando de um volume que eu quero calcular. Então, embora eu esteja falando de uma outra grandeza, que é a grandeza do volume, o processo de raciocínio tem várias semelhanças, né?! Mas é preciso fazer as adaptações necessárias no novo contexto, que é o contexto tridimensional. E assim, a gente acha que o GeoGebra, a gente vê o GeoGebra dando, principalmente o 3D, dando um retorno visual pra gente muito importante para a produção de interpretações, porque a gente visualizar qual é o parâmetro, a gente consegue ter essa ideia de profundidade, a gente consegue rotacionar ali e olhar aquela construção.

Com isso, concluímos que apesar da confusão entre retângulos e paralelepípedos, nota-se que houve uma possível extensão de conceitos de área para volume. Assim, a partir das tensões criadas dentro do sistema foram importantes fontes de renovação e mudança da atividade (Soares e Souto, 2014). Vemos ainda que a especificidade da tecnologia em proporcionar visualização, profundidade e rotação da construção é uma facilidade, mas que conceitos matemáticos eram necessários para os alunos estabelecerem relações, com a

mediação dos professores uma vez que a tecnologia sozinha não é capaz de ensinar. Nesse momento percebemos o papel fundamental dos professores.

Salientamos ainda outras tecnologias que se fizeram presentes durante todo o processo da atividade e que tiveram destaque, como o papel, o lápis e a linguagem (Kenski, 2012). Esta última ainda se desdobra em alguns tipos, como linguagem escrita, falada, linguagem matemática e a linguagem utilizada pelo aplicativo, digital. A seguir, trazemos o Sistema de atividade final em que, consideramos, os conceitos foram estendidos.

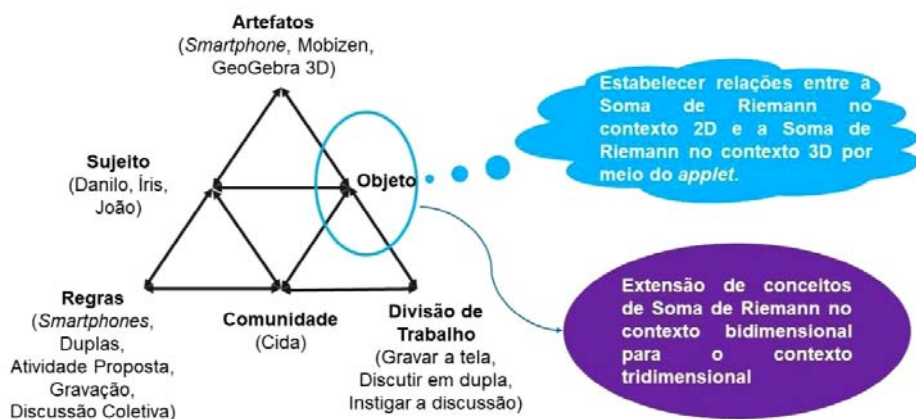


Figura 8. Sistema de atividade com os conceitos estendidos

Fonte: dados da pesquisa.

Vistos sob a ótica da teoria, a comunidade representada aqui por Cida tem papel de extrema importância no desenvolver da tarefa, uma vez que também fazem a mediação entre sujeitos e objeto. Artefatos, como o *smartphone*, o *applet*, o lápis, o papel fazem a função de mediar, assim como a comunidade, a relação sujeitos-objeto. A seguir, apresentamos nossas considerações finais. A partir de um primeiro olhar sobre a produção geral de dados, uma pesquisa de mestrado foi desenvolvida pelo primeiro autor desse texto, orientada pela segunda autora (Ragoni, 2021).

Podemos ver que o *smartphone* tem potencial de mobilização de alunos por meio da integração tecnológica às aulas de matemática, como sustentam Baggiotto et al. (2020) mencionando que estes dispositivos móveis podem aprimorar processos educacionais. Estes autores ainda argumentam que o GeoGebra tem potencial de diversificação de experiências de aprendizado, atendendo às diferentes necessidades dos alunos com suas várias possibilidades de exploração.

Notamos a partir dos excertos, que o trio analisado entra a fundo na discussão teórica do assunto, mobilizando conhecimentos e produzindo outros, corroborando Carvalho et al. (2020), ao argumentarem que o *smartphone* tem potencial de engajamento dos alunos, com participação e colaboração entre alunos.

6. TELAS ABERTAS: COLOCANDO EM *STANDBY*

Nosso objetivo neste artigo foi analisar processos de produção de conhecimento sobre integrais duplas com *smartphone* e GeoGebra com alunos do Ensino Superior através da Teoria da Atividade. Assim, consideramos que o conhecimento pode emergir de várias formas, por isso a nossa expectativa era a sua produção aliando as tecnologias digitais, mas ao analisarmos os dados podemos perceber que não só isso é preciso. Vemos a importância da comunidade, na perspectiva da Teoria da Atividade, em ter o papel de mediar a relação dos sujeitos com o objeto para que os indivíduos possam produzir seus próprios conhecimentos, trazendo questionamentos e considerações ao processo, necessitando reflexão por parte dos sujeitos.

Além da comunidade, temos os artefatos como vínculo mediacional entre sujeitos e objeto. As tecnologias digitais presentes nesse nó, citamos o *smartphone* e o aplicativo GeoGebra, trouxeram outras oportunidades para os sujeitos visualizarem, manipularem, explorarem cada *applet* disponibilizado, cada construção feita pelos alunos. Os dados apontaram que variadas tecnologias se fizeram presentes nessa produção de dados, em que os alunos se apropriaram destas para produzir seus conhecimentos. Isto é, vários tipos de linguagem foram usadas por eles, desde a fala, a escrita, até a linguagem matemática.

É pertinente comentar que a proposta pedagógica, colocando o aluno como ator central, as questões abertas, disparadoras de diálogos e estimuladoras de movimentos, tiveram papel importante para a produção dos conceitos de integrais duplas. Tais questionamentos mobilizaram os alunos no sentido de não os levar a responder apenas sim ou não, mas a pensar em respostas que iam além disso, necessitando a justificativa de *feedback*. E, nessas soluções, por meio do diálogo, das tensões que envolviam a tarefa realizada, havia o estabelecimento de conceitos. Podendo ressignificar, discutir e, até mesmo, produzir novos conceitos.

O SA (primeiro princípio) evoluiu historicamente (terceiro princípio) permeado pelas múltiplas vozes, concepções e crenças dos sujeitos (segundo princípio), foi afetado por tensões que o fizeram modificar, alterar e evoluir (quarto princípio),

conforme a constelação de sistemas apresentada anteriormente (Figura 5). Foram introduzidos novas regras, novos artefatos, os alunos se movimentaram e se engajaram em uma outra atividade em que o objeto era construir um gráfico no ambiente 3D. Notamos ainda alterações na comunidade, nos sujeitos, em momentos cujos alunos alternavam de papel na atividade.

Vemos um potencial nos *smartphones* aliado ao GeoGebra na produção de conceitos de integrais quando esses dispositivos trazem em si o caráter portátil, o manejo fácil e a versatilidade, no sentido de que é fácil de carregar aos espaços educativos, é acessível e, mesmo em momentos que não se tem a possibilidade de ter um *smartphone* para todos os alunos, como foi o caso de um dos sujeitos do grupo analisado, notamos não haver impedimento para participar das tarefas. Não queremos estender aqui a discussão para um campo social importantíssimo, que demanda pesquisas, mas colocar possibilidades vistas no nosso estudo.

O *smartphone*, por meio do GeoGebra, trouxe o apelo visual, o *feedback* instantâneo, a possibilidade de rotação, expansão e redução das construções dos próprios alunos e dos *applets* disponibilizados. Trouxe também a oportunidade de exploração, a partir dos comandos e do toque em tela, pelos alunos, para fazer relações com os conceitos de cálculo integral.

Ao olharmos para a constelação dos SA notamos que há tensões recorrentes entre os nós Sujeito-Artefato, o que pode nos dar indícios de uma contradição interna de nível dois. Tais tensões podem se explicar pela não familiaridade pela linguagem utilizada pelo GeoGebra, mas também pode ter uma raiz nos conceitos matemáticos, uma vez que os alunos insistiam em colocar o comando $f(x)$ no campo de entrada do aplicativo e mantiveram de modo recorrente, em determinado período, a referência a conceitos associados a funções de uma variável mesmo quando já trabalhavam com funções de duas variáveis.

O que queremos colocar em evidência é a extensão dos conceitos de domínio, imagem, gráfico, somatório, que ocorreu de modo geral ao longo do curso. Aqui demos ênfase na expansão associada ao conceito de domínio. Em integrais simples, trabalhamos com os conceitos relacionados ao ambiente bidimensional, com funções de uma variável, em que o domínio se apresenta nos números reais. Ao estendermos esse conceito para integrais duplas, trabalhamos com funções de duas variáveis, com elementos do domínio sendo representados em pares ordenados, levando-nos ao ambiente tridimensional.

Para analisar o processo de produção de conhecimentos, aliamos a TA com todos esses procedimentos metodológicos da pesquisa e foi possível notar que o *smartphone* trouxe possibilidades, mas também trouxe limitações, anteriormente mencionadas. Os movimentos feitos pelos alunos, ao explorarem o GeoGebra com

o *smartphone*, foram importantes para observarem relações do cálculo integral, o que feito com outras mídias seria diferente.

O *smartphone* apresenta potencial para engajar os alunos ao integrar tecnologia às aulas de matemática, destacamos ainda que dispositivos móveis podem aprimorar o aprendizado. Também apontamos o GeoGebra como recurso que diversifica experiências educativas. Com a análise dos excertos mostramos que o grupo estudado se aprofunda teoricamente no tema, assim defendemos o papel do *smartphone* na promoção da participação e colaboração entre alunos.

Nesse estudo as tecnologias digitais, presentes do início ao fim, caracterizaram um modo particular de produzir conhecimento. Dentro do campo do Cálculo há ainda aspectos a serem pesquisados e analisados como é o caso das integrais que trabalham com regiões de integração delimitadas por funções contínuas com o *smartphone*. E, por isso, esperamos contribuir de modo qualitativo para que estudos posteriores que trabalhem com o campo matemático aqui investigado, com as tecnologias digitais, a Teoria da Atividade e a Educação Matemática, sejam desenvolvidos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS/MEC – Brasil.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN Y AUTORÍA

Victor, Ferreira Ragoni: redação e revisão.

Aparecida, Santana de Souza Chiari: redação e revisão.

REFERÊNCIAS

Araújo, J. de L. e Borba, M. de C. (2013). Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. Em M. de C. Borba (Ed.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (5a ed., pp. 31–51). Autêntica Editora.

- Baruffi, M. C. B. (1999). *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de cálculo diferencial e integral* (Tese de doutorado não publicada). Universidade de São Paulo.
- Baggiotto, C. C., dos Santos Bernardi, L. e Gregolin, V. M. (2020). GeoGebra em dispositivos móveis: o ensino de Geometria na perspectiva da educação matemática crítica. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(3), 349-375.
- Borba, M. de C., Scucuglia, R. R. S. e Gadanidis, G. (2015). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática: Sala de aula e internet em movimento* (1a ed.). Autêntica Editora.
- Borba, M. de C., Almeida, H. R. F. L. de e Gracías, T. A. de S. (2018). *Pesquisa em ensino e sala de aula: Diferentes vozes em uma investigação*. Autêntica Editora.
- Chiari, A. S. de S. (2015). *O papel das tecnologias digitais em disciplinas de álgebra linear a distância: Possibilidades, limites e desafios* (Tese de doutorado não publicada). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.
- Carvalho, J. F. de, Souto, D. L. P. e Gonçalves, W. V. (2020). O uso da calculadora gráfica GeoGebra em dispositivos móveis para o ensino de funções reais: um olhar para as publicações no Brasil. *Debates Em Educação*, 12(Esp.2), 315-327. <https://doi.org/10.28998/2175-6600.2020v12nEsp2p315-327>
- Daniels, H. (2011). *Vygotsky e a pesquisa*. Edições Loyola.
- Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133-156.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Orienta-Konsultit.
- Engeström, Y. e Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, 5(1), 1-24. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2009.12.002>
- Goldenberg, M. (2018). *A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais* (15a ed.). Record.
- Huillcahuari, E. L., Flores, V. A. e Pérez, L. V. (2023). Enseñanza del cálculo diferencial e integral asistido por el software GeoGebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 26(3), 357-377. <https://doi.org/10.12802/relime.23.2634>
- Kenski, V. M. (2012). *Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação* (8a ed.). Papirus.
- Leontiev, A. N. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. Livros Horizonte.
- Lorenzato, S. (2010). *Para aprender matemática* (3a ed.). Autores Associados.
- Lorenzin, M. P. (2019). *Sistemas de Atividade, tensões e transformações em movimento na construção de um currículo orientado pela abordagem STEAM* [Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo]. Biblioteca Digital USP. <https://doi.org/10.11606/D.81.2019.tde-10122019-155229>
- Masetto, M. T. (2012). Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. Em J. M. Moran, M. T. Masetto e M. A. Behrens (Eds.), *Novas tecnologias e mediação pedagógica* (19a ed., pp. 133-173). Papirus.
- Nasser, L., Sousa, G. A. de e Torracca, M. A. A. (2017). Desempenho em cálculo: Investigando a transição do ensino médio para o superior. *Boletim GEPEM*, 70(1), 43-55.
- Powell, A. B., Francisco, J. M. e Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das idéias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 21(17), 81-140.
- Ragoni, V. F. (2021). *Expandindo telas e contando experiências em educação matemática com o GeoGebra: Da sensibilidade do toque à produção de conceitos de integrais duplas com o smartphone* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

- Ragoni, V. F. e Chiari, A. S. de S. (2021). Smartphone e a produção do conceito de integral: Visualização, mobilidade e GeoGebra. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 10(21), 259-276. <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.259-276>
- Silva, P. D. O. e Souto, D. L. P. (2020). Manifestações discursivas de contradições internas na produção de cartoons matemáticos digitais. *Revista Portuguesa de Educação*, 33(2), 136-158. <https://doi.org/10.21814/rpe.19379>
- Soares, D. S. e Souto, D. L. P. (2014). Tensões no processo de análise de modelos em um curso de cálculo diferencial e integral. *REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 17, 44-74. <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/316>
- Souto, D. L. P. (2014). *Transformações expansivas na produção matemática online* (1a ed.). Cultura Acadêmica. <http://hdl.handle.net/11449/126237>
- Souto, D. L. P. e Borba, M. de C. (2016). Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(2), 217-242. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1924>

Autores

Victor Ferreira Ragoni. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande-MS, Brasil. v.f.ragoni@gmail.com



<https://orcid.org/0000-0003-4901-0034>

Aparecida Santana de Souza Chiari. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande-MS, Brasil. aparecida.chiari@ufms.br



<https://orcid.org/0000-0001-7865-9356>

RAQUEL PEREIRA, PEDRO PALHARES, FERNANDO AZEVEDO

PROMOÇÃO DE COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS AOS 5 ANOS
ATRAVÉS DA ARTICULAÇÃO COM POESIA

PROMOTING MATHEMATICAL SKILLS AT 5 YEARS OLD
THROUGH ARTICULATION WITH POETRY

RESUMEN

Este artículo presenta parte de los resultados de un estudio cualitativo centrado en la articulación entre educación literaria, lingüística y matemática, a través de la poesía en el contexto de la educación preescolar. Se visitan poemas escritos por poetas portugueses y caminos de aprendizaje contruidos y desarrollados a través de su movilización con niños de 5 años, entre ellos: “Contas de somar” (Ribeiro, 2011), “Segredo” (Torga, 1956) y “Eucalipto” (Mangas & Mésseder, 2002). A través de la presentación y análisis de los recorridos, se destacan algunos aportes de la citada articulación a la promoción de habilidades matemáticas en el contexto de la educación preescolar.

ABSTRACT

This article presents part of the results of a qualitative study focused on the articulation between literary, linguistic and mathematical education, through poetry in the context of pre-school education. Poems written by Portuguese poets and learning paths constructed and developed through their mobilization with 5-year-old children are visited, namely: “Contas de somar” (Ribeiro, 2011), “Segredo” (Torga, 1956) and “Eucalipto” (Mangas & Mésseder, 2002). Through the presentation and analysis of the paths, some contributions of the aforementioned articulation to the promotion of mathematical skills in the pre-school education context are highlighted.

RESUMO

Este artigo apresenta parte dos resultados de um estudo qualitativo focado na articulação entre educação literária, lingüística e matemática, através da poesia em contexto de educação pré-escolar. Visitam-se poemas da autoria de poetas portugueses e percursos de aprendizagem contruidos e desenvolvidos através da mobilização dos mesmos com crianças de 5 anos, entre os quais: “Contas de somar” (Ribeiro, 2011), “Segredo” (Torga, 1956) e “Eucalipto” (Mangas & Mésseder, 2002). Mediante a apresentação e análise dos

PALABRAS CLAVE:

- *Construcción articulada del conocimiento*
- *Educación matemática elemental*
- *Caminos de aprendizaje*
- *Poesía en la infancia*

KEY WORDS:

- *Articulated construction of knowledge*
- *Elementary mathematical education*
- *Learning paths*
- *Poetry in childhood*

PALAVRAS CHAVE:

- *Construção articulada do saber*
- *Educação matemática elementar*
- *Percursos de aprendizagem*
- *Poesia na infância*



percursos, apontam-se alguns contributos da articulação mencionada para a promoção de competências matemáticas em contexto de educação pré-escolar.

RÉSUMÉ

Cet article présente une partie des résultats d'une étude qualitative axée sur l'articulation entre l'éducation littéraire, linguistique et mathématique, à travers la poésie dans le contexte de l'éducation de la petite enfance. Des poèmes écrits par des poètes portugais et des parcours d'apprentissage construits et développés grâce à leur mobilisation avec des enfants de 5 ans sont visités, notamment: "Contas de somar" (Ribeiro, 2011), "Segredo" (Torga, 1956) et "Eucalipto" (Mangas & Messeder, 2002). À travers la présentation et l'analyse des parcours, certaines contributions de l'articulation susmentionnée à la promotion des compétences mathématiques dans le contexte de l'éducation de la petite enfance sont mises en évidence.

MOTS CLÉS:

- *Construction articulée des savoirs*
- *Enseignement des mathématiques élémentaires*
- *Parcours d'apprentissage*
- *Poésie sur l'enfance*

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento é algo intrinsecamente enraizado em tudo o que rodeia a vida, pelo que perspetivamos a aprendizagem da criança como um processo holístico. Por conseguinte, a aprendizagem da matemática poderá beneficiar de uma abordagem articulada e abrangente, visto estar presente nas mais diversas dimensões da vida quotidiana, inclusivamente na literatura para a infância.

A investigação tem sugerido que as crenças que as crianças desenvolvem em relação às suas capacidades matemáticas nos primeiros anos influenciarão a forma como a vão encarar nos anos seguintes, assim como o seu sucesso nesta área. Com efeito, é fulcral que desde cedo as crianças possam ter experiências positivas de interação com a matemática (Altieri, 2005).

Recorrendo a teorias construtivistas e socioconstrutivistas, defendemos uma visão holística e social da aprendizagem, na qual a linguagem e a comunicação desempenham um papel fundamental. Neste sentido, sabendo que as crianças aprendem melhor ao explorar e utilizar naturalmente conceitos matemáticos, a partir de experiências concretas, contextualizadas e estimulantes, a literatura, particularmente a poesia, surge como contexto que permite às crianças relacionarem a matemática com algo concreto, seja real ou fictício (Monroe, et al., 2018). Ao inter-relacionar a matemática com a poesia é criado um ambiente favorável a uma interação positiva com a matemática, no qual as experiências do dia-a-dia contribuem para reforçar os conceitos matemáticos (Altieri, 2005).

Todavia, ao nível da investigação, é ainda escassa a produção de conhecimento sobre a articulação entre a matemática e a poesia em contexto de educação pré-escolar (EPE). Deste modo, o presente artigo centra-se na resposta à questão de investigação - *De que forma a articulação da poesia com a matemática poderá contribuir para a promoção de competências matemáticas em contexto de EPE?*, tendo como base para análise o projeto desenvolvido com crianças a frequentar a sala de 5 anos do jardim de infância.

Com efeito, através da apresentação e análise de três percursos de aprendizagem que, motivados pela poesia, articulam a educação literária e linguística (ELL) e a educação matemática (EM), almeja-se cooperar para a construção do conhecimento científico em torno da questão de investigação enunciada.

2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Sabendo-se que o desenvolvimento de noções matemáticas se inicia logo na primeira infância, importa que a EM esteja presente desde a EPE, de modo a apoiar a criança na sua aprendizagem. Suportando a sua vontade de aprender e motivando-a para novas formas de experienciar, pensar e representar o mundo, a criança irá adquirir conceitos e desenvolver noções matemáticas que influenciarão de forma positiva as aprendizagens futuras (Silva et al., 2016).

O Nacional Council of Teachers of Mathematics (NCTM) advoga que a qualidade da aprendizagem está assente nas experiências formais e informais vivenciadas pelas crianças ao longo da EPE. Assim, define, concretamente para o período entre a EPE e o 2.º ano, normas no âmbito das várias dimensões que contempla: *Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medida; Análise de Dados e Probabilidades; Resolução de Problemas; Raciocínio e Demonstração; Comunicação; Conexões; e Representação*. O documento considera ainda que os conceitos e as capacidades relacionadas com os números e as operações consistem na base da EM no período da EPE, algo que é consequentemente notório nos percursos de aprendizagem que mais adiante se apresentam (NCTM, 2007).

Outro documento de referência no âmbito da EM são as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE). Estas, enquanto documento orientador da EPE em Portugal, constituem um instrumento de apoio à construção e gestão do currículo, prevendo, contudo, flexibilidade e autonomia curricular. A *matemática* constitui um domínio inserido na área de *Expressão e Comunicação*, pelo que é reforçado o seu papel enquanto linguagem que permite à criança

conhecer, interpretar e falar sobre o mundo, na estruturação do seu pensamento, e desempenhando uma função fundadora de aprendizagens futuras. O domínio da matemática apresenta quatro componentes: *Números e Operações, Organização e Tratamento de Dados, Geometria e Medida e Interesse e Curiosidade pela Matemática* (Canavarro et al., 2020).

A nível metodológico, as OCEPE preconizam a ligação das aprendizagens matemáticas à vivência diária, reforçando-se a relevância do desafio, do brincar, do jogo e da discussão conjunta. A utilização de materiais é igualmente valorizada, enquanto forma de fomentar o desenvolvimento do raciocínio, a resolução de problemas e a comunicação. Assim, a articulação da matemática com outras áreas e domínios é contemplada pelas OCEPE, que incluem mesmo referências à articulação com a poesia (Pires et al., 2013). Estas referências estão associadas ao desenvolvimento do conceito de padrão e “para incentivar a aprendizagem da sequência dos nomes dos números numa contagem” (Silva et al., 2016, p. 78).

Uma das vantagens da articulação da matemática com a poesia reside no facto de que os conceitos matemáticos presentes na literatura se encontram sob a forma de palavras e não de símbolos matemáticos, o que se aproxima da realidade das crianças. O NCTM (2007) defende inclusivamente que os currículos matemáticos deveriam promover o reconhecimento e a conexão das ideias matemáticas, a compreensão de como estas se inter-relacionam e a aplicação das mesmas em contextos não matemáticos.

Neste enquadramento, e fruto da revisão de literatura, foram encontrados múltiplos benefícios da articulação com a literatura para a infância no âmbito da EM que podem ser agrupados em três categorias principais: melhoria do desempenho matemático; aumento do interesse e uma atitude mais positiva em relação à matemática; maior envolvimento no discurso matemático (Monroe et al., 2018).

Ou de acordo com o que Maričić et al. (2018) descrevem de modo mais específico: fomenta o interesse, curiosidade e motivação para o pensamento, descoberta e adoção de conceitos matemáticos; contextualiza a matemática e os conceitos matemáticos; possibilita a visualização de conceitos matemáticos; fomenta a adoção da nomenclatura de conceitos matemáticos abstratos.

Estes benefícios somam-se àqueles que se encontram nas áreas de educação linguística e literária ao se proporcionar momentos de contacto com o texto poético na infância, quer através da audição e leitura, quer da produção. Desenvolvendo a criatividade e a competência linguística, bem como contactando com a sonoridade e materialidade das palavras (Saussure, 2006), as crianças são enriquecidas, enquanto caminham em direção a uma maior proficiência leitora (Fonseca, 2020).

Na articulação entre ELL e EM, importa considerar não somente a qualidade literária, como também a aplicabilidade matemática das obras. Neste sentido, considera-se profícua a promoção de aprendizagens matemáticas, na sequência da exploração de obras literárias, quando os conceitos naturalmente transparecem da obra. Em certas obras, a matemática está presente de forma explícita, já noutras surge de forma implícita, permitindo, ainda assim, a extensão e o relacionamento de conceitos (Monroe et al., 2018). Não obstante, independentemente da obra, o educador pode utilizar as conexões matemáticas emergentes a fim de dar à criança a oportunidade de desenvolver e estender o significado matemático de forma contextualizada (Palhares & Azevedo, 2010).

Destacamos ainda o conceito de aprendizagem significativa proposto por Ausubel, pela relevância que apresenta no modo como a aprendizagem das crianças foi perspectivada na condução do estudo. De acordo com o autor, a essência do processo de aprendizagem significativa encontra-se na relação que se estabelece entre as novas ideias e o que a criança já conhece, nomeadamente, com algum aspeto da sua estrutura de conhecimento que já tem significado para a mesma, como uma imagem, um símbolo, ou concretamente no caso do estudo: um contexto. O autor realça ainda que para que ocorra uma aprendizagem significativa existem duas condições necessárias: que a criança manifeste disposição para aprender e que a tarefa de promoção de aprendizagem seja potencialmente significativa e, portanto, relacionável com os seus conhecimentos prévios (Ausubel, 1978).

3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

O estudo qualitativo do qual emerge o presente artigo teve como objetivo principal caracterizar, compreender e transpor para a *praxis* saberes sobre a articulação entre poesia e matemática que fomentem o gosto por ambas as áreas e contribuam para o desenvolvimento de competências linguísticas, literárias e matemáticas na EPE.

Na componente empírica do estudo participaram dois grupos de crianças em EPE, bem como os seus educadores, dois por grupo de crianças. O artigo foca-se no desenvolvimento do projeto junto do grupo da sala de 5 anos, constituído por 12 crianças. Teve uma duração de seis meses, decorreu entre o final de janeiro e o início de julho de 2023. Uma vez que a metodologia adotada convoca características da investigação-ação, realizaram-se três ciclos de investigação,

cada um deles integrando as fases: planificar, atuar, observar, refletir (Latorre, 2007).

De modo a corresponder ao primeiro objetivo específico - *construir um corpus textual poético adequado à EPE, cujos textos satisfaçam critérios de qualidade literária e apresentem potencialidade para a abordagem da educação matemática e linguística*, procedeu-se à recolha de poemas. Criou-se uma base de dados com mais de 100 poemas, sendo que, destes, cerca de 21 foram selecionados para a conceção de percursos de aprendizagem que foram implementados em contexto de EPE. No presente artigo, entende-se percurso de aprendizagem (PA) como um conjunto de atividades motivadas por um dos poemas selecionados, envolvendo as áreas da ELL e EM e realizadas em entre uma a quatro sessões, com uma duração média de 60 minutos. Com efeito, a apresentação dos PA *Contas de somar, Segredo e Eucalipto* enquadra-se no segundo objetivo específico do estudo - *conceber, implementar e avaliar um conjunto de tarefas que explore as potencialidades da articulação entre a poesia e a matemática em EPE*.

Os PA foram pensados semanalmente e elaborados com base no conhecimento que foi sendo construído do grupo. A planificação foi discutida com especialistas da área da EM e da ELL, assim como com os educadores dos grupos. Os temas dos poemas, os conteúdos matemáticos a abordar e o tipo de atividades realizadas foram definidos em função de dinâmicas de diálogo com e entre as crianças, assim como da observação das mesmas e das suas produções (Gallacher & Gallagher, 2008). Aos interesses que expressavam ou que transpareciam na rotina, somaram-se as necessidades verificadas ou a existência de dimensões que poderiam ser potenciadas e promovidas.

Neste texto, a análise centra-se na resposta à questão de investigação *De que forma a articulação da poesia com a matemática poderá contribuir para a promoção de competências matemáticas em contexto de EPE?*, particularmente com crianças de 5 anos. Assim, na seleção de poemas e PA procurou-se abranger um leque diversificado de tipologias poéticas, bem como de componentes do *domínio da matemática*. Pretendeu-se mostrar as múltiplas possibilidades de articulação e mobilização da poesia para a promoção de aprendizagens no âmbito da EM. Procurou-se ainda integrar percursos dos diferentes ciclos de investigação.

Deste modo, selecionaram-se os poemas e respetivos percursos em seguida apresentados, tendo como ponto de partida as atividades referidas pelos educadores e crianças como as mais significativas, aquando das entrevistas, bem como a observação direta e, portanto, a perceção da investigadora acerca das aprendizagens desenvolvidas nas várias sessões, no âmbito da EM.

TABELA I
Apresentação dos PA selecionados para análise

<i>Poema e autor</i>	<i>Tipologia poética envolvida</i>	<i>Componente/s do domínio da matemática em enfoque</i>				<i>Enquadramento no projeto (Ciclo de investigação / n.º de sessões)</i>
		<i>NO</i>	<i>GM</i>	<i>OTD</i>	<i>ICpM</i>	
<i>Contas de somar</i> – João Manuel Ribeiro	- Poesia de autor - Criação poética	x			x	1.º ciclo de investigação 3 sessões (60 min + 30 min + 30 min)
<i>Segredo</i> – Miguel Torga	- Poesia de autor - Poesia musicada		x	x	x	2.º ciclo de investigação 2 sessões (60 min + 60 min)
<i>Eucalipto</i> – Francisco Duarte Mangas e João Pedro Méseder	- Poesia de autor - Poesia visual		x		x	3.º ciclo de investigação 2 sessões (60 min + 60 min)

NO – Números e Operações; GM – Geometria e Medida; OTD – Organização e tratamento de dados; ICpM – Interesse e curiosidade pela matemática.

No que respeita à recolha de dados, foram mobilizados instrumentos de observação direta e indireta. A observação direta, referente aos dados recolhidos pela própria investigadora, teve como instrumentos de suporte notas da investigadora, através de um diário de campo, registos fotográficos, gravações de áudio/imagem e as produções das crianças. Ao nível da observação indireta, realizaram-se inquéritos por entrevista, tendo em vista compreender os significados e sentidos que os participantes atribuíam a determinadas questões e situações em diferentes momentos do estudo - início do estudo e fim dos ciclos (Batista et al., 2021).

A reflexão, etapa de grande relevância na metodologia adotada, foi uma constante no decorrer de todo o processo. Integrou os momentos de ação e os momentos que a antecederam e sucederam. Não obstante, adquiriu um lugar ainda mais relevante no final de cada ciclo, tendo por base a análise dos dados recolhidos, de modo a que no ciclo seguinte as estratégias utilizadas pudessem ser mantidas, alteradas ou ajustadas.

O projeto foi apresentado à Comissão de Ética para a Investigação em Ciências Sociais e Humanas, pertencente ao Conselho de Ética da Universidade do Minho, tendo obtido um parecer positivo. Foi obtido o consentimento informado e esclarecido das crianças, dos encarregados de educação e educadores. Além do

mais, o Jardim de Infância autorizou a menção pública da referência ao mesmo em publicações do estudo. Todavia, com a convicção de que a investigação, principalmente com crianças, se deve pautar pela garantia da privacidade dos dados pessoais dos participantes, atuou-se no sentido de preservar o direito à confidencialidade e a integridade dos mesmos (Baptista, 2014).

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

4.1. *Percursos de articulação entre a poesia e a matemática na EPE*

Contas de somar de João Manuel Ribeiro

Contas de somar

*Um mais um são dois
ou um par de bois.*

*Um mais dois são três
ou a conta que deus fez.*

*Um mais três são quatro
ou quantas as patas do gato.*

*Um mais quatro são cinco
ou os dedos com que brinco.*

*Um mais cinco são seis
ou uma [meia] dúzia de reis.*

*Um mais seis são sete
ou quatro com o valete.*

*Um mais sete são oito
ou o número do biscoito.*

*Um mais oito são nove
ou o pino do seis se chove.*

*Um mais nove são dez
ou uma dezena de pés.*

O poema *Contas de somar*, da autoria de João Manuel Ribeiro, integra a obra *Desmatematicar* (2011). A matemática surge neste poema de modo bastante

explícito, na medida em que este é desenvolvido segundo uma lógica de adições sucessivas apresentadas em verso. Cada adição surge integrada no primeiro verso de um dístico em que o numeral rima com a palavra final do segundo verso. Desta forma é impresso no poema um ritmo que convida à leitura/ audição do mesmo. Além disso, é despertada a curiosidade, assim como o desejo de enunciar e descobrir o dístico seguinte e, por conseguinte, realizar as operações necessárias para determinar o resultado da adição apresentada.

O percurso de aprendizagem com base no poema referido foi motivado pela observação do desejo que as crianças demonstraram em realizar uma caça ao tesouro, bem como pela vontade expressa, particularmente por duas delas, em “fazer contas”. Com efeito, delinearam-se como objetivos de desenvolvimento e aprendizagem ao nível da EM: promover o desenvolvimento da noção de adição; promover o desenvolvimento de competências de cálculo mental; fomentar o gosto pela matemática.

A primeira sessão teve início com a leitura dos primeiros versos do poema pela investigadora, sendo que o resultado da adição era sempre dito pelas crianças, que respondiam exibindo satisfação por saberem a resposta e poderem completar a leitura do poema. Já à leitura do segundo verso de cada dístico reagiam sempre com algumas risadas, ao escutarem e se aperceberem da rima. Na leitura do verso “Um mais cinco são...” o resultado da adição foi deixado em aberto e as crianças foram convidadas a realizar a aguardada caça ao tesouro. Nesta, procuraram as imagens referentes aos elementos mencionados no poema (“bois”, “patas de gato”, “dedos”, “reis”, ...), previamente escondidos na sala de atividades. Em seguida, realizou-se a declamação completa do poema e as imagens encontradas serviram de suporte e auxílio visual para a mesma.

Importa destacar a atividade de registo coletivo do poema, na qual participaram todas as crianças. Foram coladas em várias folhas tiras com as palavras do poema, exceto os numerais e os referentes passíveis de serem representados através de imagens. À medida que o poema ia sendo enunciado, em conjunto, uma criança, à vez, ficava responsável por colar as imagens de *dedos* correspondentes ao número em questão (foram disponibilizadas bastantes imagens com a representação dos *dedos* a indicar quantidades entre um e cinco) ou a imagem.

As crianças do grupo demonstraram muito interesse em realizar o desafio de selecionar e colar os *dedos* que eram necessários para representar os números, algo evidenciado pelo facto de pedirem com frequência para o fazer. Note-se que enquanto estão a desenvolver o sentido de número é normal que as crianças recorram aos dedos das mãos ou a representações pictográficas. Ademais, a fim de desenvolverem o seu sentido de número, estas precisam de “adquirir

competências numéricas, nomeadamente: a contagem oral; a contagem de objetos; o estabelecimento de relações numéricas; ler e escrever algarismos de um só dígito” (Pires et al., 2013, p. 123). Esta representação do numeral teve lugar a partir da segunda sessão.



Figura 1. Leitura coletiva do registo do poema realizado pelas crianças

Sabendo-se que a representação ajuda as crianças a organizarem o seu raciocínio, tornando as ideias matemáticas mais acessíveis e concretas, o que facilita a reflexão sobre as mesmas (NCTM, 2007), a representação da quantidade foi promovida na atividade. Assim, observou-se que as crianças selecionaram os *dedos* de que precisavam com facilidade, enquanto o resultado da adição era igual ou inferior a cinco. Quando se tratava de números superiores a cinco e precisavam de juntar duas *mãos de dedos*, apresentaram um pouco mais de dificuldade, nomeadamente em colocar as mesmas com o número de dedos levantados correspondentes nos devidos lugares. Isto é, se queriam que lá estivesse “Um mais seis são sete”, colocavam *um dedo* e *cinco dedos* e achavam que já tinham “Um mais seis...”, pelo que nestes momentos houve necessidade de explicar passo a passo o processo de representação de quantidade que estava a ser feito, que não era igual ao que era expresso pelo poema. Foi sugerido às crianças que usassem as próprias mãos para representar os números e só depois utilizassem as imagens dos dedos. Note-se que o recurso em questão não era novo para as crianças, que já tinham usado várias vezes o mesmo, desde o ano letivo anterior, de acordo com os educadores e com o observado pela investigadora.

A certa altura, quando uma das crianças não estava a conseguir representar o seis, outra ajudou-a, demonstrando: “Oh HG olha para as minhas mãos!”, evidenciando ter compreendido a correspondência entre a quantidade representada

pelo numeral e o número de dedos, bem como ter sido capaz de comunicar uma ideia matemática através da representação visual (Vale & Barbosa, 2017).

A comunicação verbal foi também promovida, não somente no que ao resultado das adições diz respeito, mas também no que concerne ao processo, como espelha o diálogo apresentado:

Investigadora: Aqui tem que ter sete, como é que vamos fazer o sete?

ML: Dois mais cinco.

Neste seguimento, houve ainda lugar para abordar a noção de comutatividade da adição, embora sem que a nomenclatura fosse mobilizada. Quando uma criança colou a *mão com dois dedos* primeiro e a *mão com cinco dedos* a seguir para representar o sete, algumas crianças corrigiam-na dizendo que estava ao contrário. A investigadora explicou que ambas as formas estavam corretas, visto ser a mesma quantidade, “ $2 + 5$ ” ou “ $5 + 2$ ”, comprovaram-no contando os dedos de uma forma e de outra e observando que a soma era, em ambos os casos, sete.

No decorrer da atividade geraram-se diálogos de reflexão e construção conjunta de conhecimento, nos quais as crianças estiveram muito envolvidas. O diálogo apresentado em seguida, é mais uma evidência do referido:

Investigadora: Aqui tem que ter sete e aqui tem que ter oito.

JP: Mas nós não vemos o sete em lado nenhum.

Investigadora: Têm que juntar as mãos.

JP: Olha cinco mais dois!

LC: Temos que pôr...

JP: Não já tem aqui.

LC: Não é assim, JP.

JP: Olha que é oh LC.

Investigadora: É mesmo assim, um mais sete são oito. Agora têm que pôr aqui o oito.

JP: Tem de ser o cinco e o três.

Investigadora: Exatamente.

Na segunda sessão as crianças começaram por ir à biblioteca da sala, onde o registo do poema ficou exposto, tentar reler o mesmo. Os educadores referiram que estas o faziam várias vezes espontaneamente durante a rotina diária. Note-se que a exposição dos registos das crianças é deveras relevante para a aprendizagem, uma vez que permite que estas, não só sintam o seu trabalho valorizado, como também recordem o que fizeram e reforcem as conexões neurais formadas através da aprendizagem realizada.

Posteriormente, as crianças foram desafiadas a criar um novo poema ao estilo de João Manuel Ribeiro, isto é, seguindo a lógica de construção do poema *Contas de*

somar, mas em vez de adicionar uma unidade de cada vez, adicionar duas unidades. Até ao verso “Dois mais três são...”, o processo de adição decorreu com relativa facilidade, sendo que algumas crianças respondiam quase de imediato, recorrendo apenas ao cálculo mental. A partir daí, ao ser notória alguma dificuldade, foi sugerido o recurso aos dedos para descobrirem o resultado das adições.

À medida que o poema foi sendo construído e foram também criadas novas rimas, procedeu-se à representação e registo conjunto do mesmo. Nesta atividade de criação poética, em vez de recortes de *mãos com dedos*, foram usados recortes de numerais, promovendo-se o reconhecimento simbólico do numeral. Cada criança, à vez, procurava entre os recortes disponíveis, aquele/s que se adequava/m ao verso em questão. No final da sessão, as crianças ilustraram os elementos que surgiam no poema, facilitando a leitura posterior do mesmo.



Figura 2. Registo do poema resultante da atividade de criação poética

Para que o interesse fosse mantido, optou-se por fazer uma pausa na elaboração do poema quando as crianças demonstraram começar a ficar um pouco cansadas, tendo-se continuado no dia seguinte.

Assim, no início da terceira sessão, o poema foi lido, até onde estava feito e as crianças foram questionadas sobre como continuaria. Neste momento, surgiu o diálogo que se apresenta em seguida, que denota o modo como se atuou face à dificuldade em perceber o número a ser adicionado ao dois – dizendo a sequência de adições de parcelas que antecedia a adição em questão. Além disso, o diálogo constitui uma evidência do processo de promoção do desenvolvimento da noção de adição:

Investigadora: Então agora vai ser 2 mais...?

LC: 5.

Investigadora: Não, 2 mais 5 já foi, agora o próximo. 2 mais?

MS: 10.

LC: Não!

Investigadora: Nós fizemos: 2 mais 1, 2 mais 2, 2 mais 3, 2 mais 4, 2 mais 5, agora vai ser 2 mais...?

LA: 6.

JP: 2 mais 6 é 9

LA: Não, 2 mais 6 é 8.

JP: Ah é 8.

Ao nível da ELL, a criação poética na infância é uma atividade relevante, não pelo resultado final, mas pelo processo que implica. Aplica-se o mesmo princípio à EM. Não obstante, a partilha do resultado final é significativa na medida em que valoriza o processo e permite que este seja relembrado. Assim, o poema criado em grupo pelas crianças foi exposto à comunidade educativa na exposição final do projeto e comentado pelas crianças enquanto apresentavam o registo dos seus trabalhos à comunidade. Apresenta-se o mesmo em seguida:

“Dois mais um são três
Ou um senhor chinês

Dois mais dois são quatro
Ou quantos os picos do cato

Dois mais três são cinco
Ou a maçã que trinco

Dois mais quatro são seis
Ou meia dúzia de anéis

Dois mais cinco são sete
Ou vou jogar com a minha raquete.

Dois mais seis são oito
Ou um belo biscoito

Dois mais sete são nove
Ou o bicho que move

Dois mais oito são dez
Ou uma dezena de marés

Dois mais nove são onze
Ou um colar de bronze

Dois mais dez são doze
E 2 mais 12? São catorze!”

Segredo de Miguel Torga

Segredo

*Sei um ninho.
E o ninho tem um ovo.
E o ovo, redondinho,
Tem lá dentro um passarinho
Novo.*

*Mas escusam de me atentar:
Nem o tiro, nem o ensino.
Quero ser um bom menino
E guardar
Este segredo comigo.
E ter depois um amigo
Que faça o pino
A voar...*

O poema *Segredo*, da autoria do poeta transmontano Miguel Torga, pseudónimo de Adolfo Correia da Rocha (1907-1995), integra a obra *Diário VII* e data de 1956. O poema recria um universo infantil, no qual, conteúdo e forma concorrem para uma atmosfera de harmonia entre criança e natureza, quer através da escolha lexical próxima do imaginário infantil, quer da utilização do diminutivo.

O poema e o percurso de aprendizagem por ele desencadeado enquadraram-se numa sequência temática de poemas e percursos sobre o ovo que decorreu no 2.º ciclo de investigação por altura da Páscoa. Num momento em que ao nível de projetos de sala as crianças trabalhavam conteúdos relacionados com o ovo, também o projeto acompanhou e corroborou o desenvolvimento do tema.

Ao nível da EM os objetivos de desenvolvimento e aprendizagem delineados para o percurso foram: promover o desenvolvimento da capacidade de organização e tratamento de dados; promover o conhecimento de formas geométricas; fomentar o gosto pela matemática.

A primeira sessão iniciou-se com a audição do poema musicado (Ino minável, 2019). As crianças reagiram com muito agrado, começaram a expressarem-se corporalmente, movendo os braços e dançando. Posteriormente escutaram a leitura do mesmo pela investigadora, seguindo-se um diálogo de partilha de impressões e de interpretação do poema. Algumas das questões de interpretação foram espalhadas e numeradas, e os números correspondentes foram distribuídos pelas crianças. Quando a investigadora dizia um número, a criança que o tivesse deveria identificá-lo e procurá-lo entre as questões espalhadas. Deste modo, promoveu-se o reconhecimento dos numerais, mesmo que não fosse um dos objetivos centrais da sessão. Releva-se assim a importância de promover o reconhecimento e a conexão das ideias matemáticas, a compreensão de como estas se inter-relacionam e a aplicação das mesmas em contextos não matemáticos (Novo et al., 2017).

O segundo momento desta sessão decorreu no exterior, no jardim da instituição, sendo que o espaço já havia sido previamente preparado com passarinhos de papel, de três tamanhos diferentes, espalhados pelas árvores. As crianças foram desafiadas a encontrar os passarinhos, observá-los e registar os dados quanto à sua dimensão, isto é, registarem quantos passarinhos pequenos, médios e grandes encontraram. Foi dado a cada criança um papel e um lápis para fazerem o registo e neste momento questionaram como é que o poderiam fazer. Desta forma a investigadora explicou que poderiam fazer da forma que quisessem, mas mediante a solicitação das crianças, deu o exemplo de uma possibilidade de registo: desenhou três circunferências, com tamanhos diferentes, uma pequena, um médio e uma grande, explicando que representariam as três

dimensões possíveis dos passarinhos e disse que à medida que os visse colocaria um “X” à frente da circunferência correspondente.

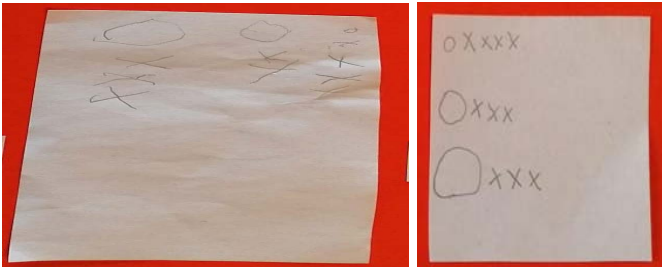
Enquanto se preparavam para ir para o exterior, várias crianças começaram, de forma espontânea, a fazer a preparação da observação, desenhando circunferências nas suas folhas. Uma vez lá fora ficaram muito entusiasmadas quando viram os pássaros nas árvores, e enquanto algumas crianças primeiro corriam de um lado para o outro para ver onde estavam todos os pássaros, outras optaram por ficar num sítio e apontar nas suas folhas os passarinhos que viam.

À medida que o tempo da tarefa ia decorrendo as crianças passavam pelas várias árvores e frequentemente diziam “Oh ainda não tinha visto este”. Verificou-se que enquanto algumas adotavam uma estratégia de ver árvore a árvore, outras iam correndo pelo espaço e apontando quando viam algum pássaro ou quando algum par as chamava para irem ver outro a outra árvore.



Figura 3. Observação e registo dos pássaros no exterior

Quando todas as crianças disseram ter terminado o registo, o grupo regressou à sala de atividades, onde se realizou um diálogo sobre os dados recolhidos, com vista à sua organização e tratamento. Os pássaros foram recolhidos e levados para o interior, onde se procedeu à sua organização. Foram espalhados no centro da roda de crianças e a *ML* organizou-os por tamanhos. Após se realizar a contagem de quantos passarinhos havia de cada tamanho, procedeu-se à comparação com as folhas de registo do exterior das crianças. Estas tiveram novamente a oportunidade de registarem os pássaros, em função do seu tamanho, mas desta vez olhando para os mesmos organizados e representando-os na forma de um pictograma nas suas folhas de registo. Todos foram capazes de o fazer corretamente, à exceção de uma criança (*HG*), que optou por outro tipo de representação, aparentemente aleatório.



Figuras 4 e 5. Registo de observação dos pássaros no exterior (4) e no interior (5) (LA)

TABELA II
Comparação sistematizada de registos da observação dos pássaros

Criança AN AT BG CG	Registo no exterior	Registo no interior		
	Representação dos pássaros	Contagem dos pássaros	Representação dos pássaros	Contagem dos pássaros
	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 3 M – 2 G – 3	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 1	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 2 M – 2 G – 2	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
HG	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 2	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
	Várias circunferências, círculos e traços dispostos aparentemente de forma aleatória	Não foi possível decifrar	Várias circunferências, círculos e traços alinhados	Não foi possível decifrar
	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 2 M – 6 G – 2	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 2 G – 3	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
LA	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 5 G – 3	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
LC	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 5 M – 3 G – 4	3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3
ML	3 circunferências com tamanhos diferentes		3 circunferências com tamanhos diferentes	P – 4 M – 3 G – 3

À exceção de uma (HG), todas as crianças desenharam três circunferências com tamanhos diferentes, embora nos registos de algumas os diâmetros fossem muito semelhantes entre si. A criança que não fez o registo da forma mencionada, registou os pássaros de um modo aparentemente aleatório. No registo realizado no exterior nenhuma criança registou o número correto de todos os pássaros, sendo que a duas delas só faltou registar um pássaro, a uma um grande, a outra um médio.

Já no registo realizado no interior da sala, à exceção da criança referida anteriormente, todas as crianças demonstraram ter sido capazes de registar corretamente os pássaros organizados por tamanhos. Note-se que o diálogo e a comunicação dos procedimentos e processos foram constantes. A título exemplificativo, durante a verificação e organização, realizou-se a contagem dos pássaros, levando as crianças a perceberem a importância de a fazerem com ordem, de modo a não repetir, nem ultrapassar nenhum elemento durante a contagem.

Por fim, a investigadora questionou quantos pássaros havia no total e o JP respondeu sem hesitar: “Dez (...) porque tem três, mais três: seis; mais um, dois, três, quatro, dez”. O que demonstra, mais uma vez, a articulação quase inevitável com a componente de *Números e Operações*, que surgiu naturalmente nos vários percursos.

Na segunda sessão, as crianças começaram por escutar novamente o poema e algumas tentaram declamá-lo. Participaram de um diálogo sobre o título e autor e visualizaram o vídeo de uma animação do poema (Escola Virtual, s.d). Em seguida, foram convidadas a fazerem, também elas, uma animação do poema. As crianças mostraram-se entusiasmadas com a tarefa proposta e esta teve início com a identificação das figuras geométricas que pretendiam usar, isto é, só podiam usar determinada figura na sua construção se soubessem o seu nome.

A generalidade das crianças sabia o nome das figuras geométricas – retângulo, quadrado, triângulo e círculo – contudo, quando surgiu o semicírculo decorreu o diálogo que em seguida se apresenta, no qual está patente o contacto com a noção e com a terminologia adequada, que demonstrou ter sido compreendida e adquirida pelas crianças no decorrer da atividade:

JP: É uma meia lua.

BG: É uma melancia.

JP: Uma meia lua!

Investigadora: Podemos chamar meia lua, mas isto tem um nome...

LC: É uma metade de círculo.

Investigadora: É um semicírculo.

Crianças: Semicírculo [disseram espontaneamente].

LA: É meio.

Investigadora: É meio círculo, é um semicírculo.

LC: Porque um círculo é assim [demonstrou unindo dois semicírculos] e só está uma parte assim [mostrou o semicírculo].

Cada criança, à vez, foi convidada a segurar no semicírculo e a dizer o nome da figura geométrica, de modo a que se familiarizassem com a mesma e com o seu nome. Demonstraram apreciar a atividade, possivelmente devido às características fonológicas e envolvidas na articulação da palavra “semicírculo”, valorizadas no âmbito da vertente de educação linguística do presente projeto.

No decorrer de um diálogo no qual, a partir da releitura do poema, se decidiu quais as figuras que seria necessário construir e quem ficaria responsável pela execução de cada uma delas, as crianças demonstraram ter desenvolvido a noção de linha reta, previamente abordada no decorrer no projeto, reconhecendo que os quadrados e os retângulos são formados por estas:

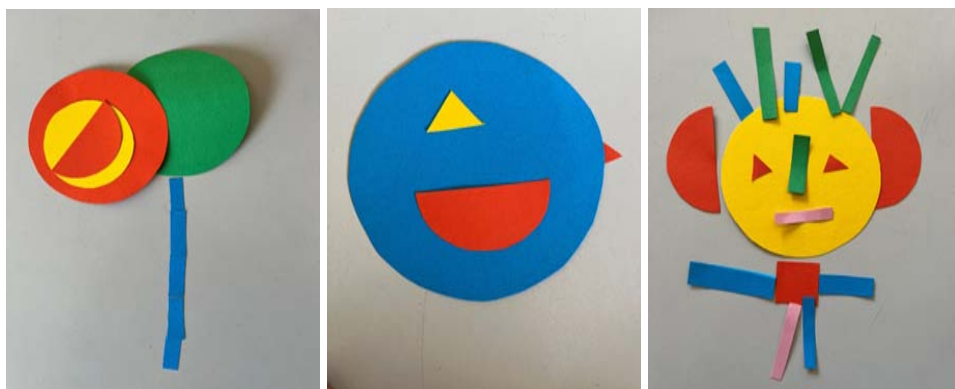
Investigadora: Como é que vais fazer a árvore?

LA: Vou precisar de algumas peças que façam umas retas.

LC: Retângulos.

JP: Ou pode ser quadrados também.

As crianças foram tirando fotografias às suas construções e a atividade foi decorrendo à medida que o poema musicado era reproduzido.



Figuras 6, 7 e 8. Registos fotográficos das representações geométricas do poema (6 - ninho na árvore; 7 - passarinho; 8 - menino)

De modo a complementar a parte visual da animação do poema, procedeu-se ainda à gravação áudio do mesmo declamado pelas crianças.

Eucalipto de Francisco Duarte Mangas e João Pedro Mésseder*Eucalipto*

A
sua
paixão
pelo sol
é tão alta
tão alta que
até a
sombra
fi
ca
té
pi
da

O poema *Eucalipto* integra a obra *Breviário do sol* (2002), da autoria de Francisco Duarte Mangas e João Pedro Mésseder. Enquanto poema visual, a exploração do mesmo torna-se ainda mais rica por permitir que a interpretação não se circunscreva ao conteúdo, mas se estenda à forma.

O percurso de aprendizagem e a seleção do poema foram motivados pelo facto de as crianças demonstrarem bastante interesse em realizar atividades no exterior, e em brincar com o tronco de um eucalipto na mata. Ademais, o grupo demonstrou interesse pela poesia visual no decorrer do ciclo de investigação anterior. Assim, o percurso de aprendizagem decorreu em duas sessões, sendo que o enfoque da análise será colocado na primeira sessão, pela relevância que teve ao nível da EM. Neste âmbito, delinearam-se os seguintes objetivos de desenvolvimento e aprendizagem: promover o desenvolvimento da noção de medida; promover o desenvolvimento da noção de unidade de medida; fomentar o gosto pela matemática.

A primeira sessão teve início na mata do jardim de infância. Junto do eucalipto, as crianças tiveram oportunidade de escutar o poema e em seguida observar a mancha gráfica do mesmo. O título do poema, *Eucalipto*, foi revelado através de um diálogo que levou as crianças a entenderem que este correspondia à árvore ao lado da qual estavam. Com efeito, seguiu-se um diálogo de interpretação e partilha de impressões sobre o poema, quer sobre o seu conteúdo, quer sobre a sua forma. Durante o mesmo, proporcionaram-se momentos de exploração de

noções e conceitos matemáticos, gerou-se nomeadamente um espaço de reflexão e discussão que permitiu às próprias crianças levantarem questões envolvendo noções matemáticas:

Investigadora: “A sua paixão pelo sol era tão alta” o que é que isto quer dizer?

LA: Que ele gosta de ser alto para tentar tocar no sol.

LC: O eucalipto é maior do que um prédio?

Investigadora: Sim, depende do tamanho do prédio, mas sim pode ser.

LA: E a sequoia ainda é maior! E a sequoia gigante!

No caso concreto apresentado, as crianças estabeleceram uma comparação entre a altura da árvore descrita no poema, o eucalipto; elementos da realidade que conhecem – prédios; e ainda uma árvore acerca da qual tinham ouvido falar, a sequoia. Segundo Ralha e Gomes (2004), a comparação de grandezas define em grande medida o conceito de medir, pelo que este constituiu um momento de envolvimento com o conceito e experiencição da noção.

Além da comparação de elementos apenas com base na percepção visual e da classificação como “mais alto do que...” ou “mais largo do que...”, o desenvolvimento da noção de medida é também pautado pela percepção de unidade de medida, neste caso, de comprimento. O recurso a partes do corpo e a objetos do quotidiano, assim como atividades que impliquem a utilização de unidades de medida não convencionais surgem como forma de as crianças se familiarizarem com o conceito (Alsina & Salgado, 2018).

O diálogo seguinte constitui uma evidência do processo no qual as crianças se aperceberam da noção de medida e do que poderiam usar com a função de unidade de medida:

Investigadora: Como é que nós podemos ver qual é o tronco mais largo?

Se é este ou aquele?

BG: É este!

MS: Este.

LC: Aquele.

Investigadora: Como é que nós podemos medir?

Será que temos alguma forma de medir?

LC: Mas nós já sabemos que é este.

CG: Já sabemos que aquele é maior.

Investigadora: Conseguem arranjar uma forma de medir?

LC: Não, não! Este tem muito mais largura do que aquele.

MS: Este é supergordo.

CG: Não não, este é supergordo, mas aquele é mais baixo, mas só que em altura aquele é mais baixo e aquele é mais comprido.

LA: Este tronco é do tamanho dos nossos braços assim e este...

MS: O tronco daquela árvore é tipo assim [usou o corpo, abrindo os braços para demonstrar a medida].

Além da seleção dos braços como unidade de medida, não convencional, no diálogo anterior está também patente a utilização e apropriação de nomenclatura matemática por parte das crianças, conhecendo-se o papel central da linguagem na interpretação da realidade (Wood, 2012). Observaram-se diferenças entre o modo como as crianças descreverem as árvores, distinguindo-se afirmações como “tem muito mais largura”, em contraste com “é supergordo”, o que denota diferentes níveis de desenvolvimento no que à utilização de nomenclatura matemática diz respeito.

Já na continuação do diálogo, apresentado em seguida, importa destacar primeiramente os processos de estimativa e de experimentação vivenciados pelas crianças, ao tentarem definir quantos meninos seriam necessário para abraçar a árvore e depois ao efetivamente experimentarem e perceberem quantos eram. Note-se que de acordo com Lorenzato (2008) a estimação é uma técnica que é importante ser trabalhada na infância, ainda antes de a unidade de medida ter sido utilizada, verificando-se depois a estimativa realizada:

Investigadora: Quantos meninos serão precisos para abraçar esse tronco?

CG: Muitos.

MS: Trezentos.

Investigadora: Querem experimentar?

Crianças: Sim.

LC: Três.

(as crianças correram para a árvore e organizaram-se, abraçando-a enquanto uniam as mãos)

LC: Um, dois, três, quatro, cinco. Estão ali cinco.

Investigadora: E aquele tronco?

CG: Nenhum!

(as crianças dirigiram-se para a árvore, um sobreiro, e duas delas rodearam-no e deram as mãos)

BG: É só dois.

CG: É dois. Um, dois. Olha, um, dois.

LC: Vê, lá tu a diferença!

Investigadora: Qual é a diferença?

MS: Este é muito mais meninos do que ali, então é muito mais grosso.

(...)

- Investigadora: Quantos meninos eram precisos para abraçar o tronco do eucalipto?
Crianças: Cinco.
Investigadora: E quantos meninos eram precisos para abraçar o tronco do sobreiro?
Aquele árvore é um sobreiro.
Crianças: Dois.
Investigadora: Qual era a diferença então? Quantos meninos a mais eram precisos?
LC: Era que uma era mais fininha.
LA: Era três a diferença. (...) Era um, dois, três meninos.
CG: Era três meninos.



Figura 9, 10 e 11. Medição do perímetro do tronco das árvores com os braços

O envolvimento das crianças em atividades que fomentem a formulação, experimentação e verificação promove o desenvolvimento da sua segurança em partilhar ideias (Boavida, 2008). Neste sentido, o diálogo anterior espelha ainda aprendizagens no âmbito do raciocínio matemático com recurso à subtração. Apesar de a promoção do desenvolvimento da noção de subtração não constituir um dos objetivos do percurso de aprendizagem, considera-se relevante referir esta evidência de aprendizagem, significativa no âmbito geral do projeto de investigação.

Após terem medido o perímetro do tronco com os braços, as crianças foram desafiadas a medir diferentes elementos da mata, à sua escolha e a selecionar uma unidade de medida em função daquilo que queriam medir. Quando uma das crianças disse que queria medir a altura das árvores, as sugestões para a medir foram tão diversas como “com fitas métricas”, “podemos trepar a árvore se conseguirmos”, “lançamos uns ganchos”, “um avião”, “em abraços”. Ao dialogar sobre as opções, perceberam que não seria viável no momento. Assim, ao lhes ser sugerido que medissem uma folha, uma das crianças pensou em usar a mão

como unidade de medida. O diálogo que se apresenta demonstra não só a seleção de uma unidade de medida, como a experimentação da mesma:

LC: Era com uma mão que medíamos!

(O LC foi medir usando a mão como unidade de medida)

LC: Duas mãos.

Investigadora: Duas mãos assim na horizontal, não é?

(...)

LA: Os dois palmos do LC [na horizontal], é o mesmo que o meu palmo esticado. Dezasseis centímetros.

A *MT* quis medir a mesa com os palmos e experimentou começar, mas ao serem necessárias mais mãos as crianças foram-se juntando e colocando as mãos umas após as outras. A *CG* quis contar e fê-lo, ainda que com alguma dificuldade, uma vez que os colegas também queriam contar e ver o que estava a acontecer, então iam tirando as mãos do alinhamento na mesa. Quando a *CG* terminou a contagem disse: “São dez, dez centímetros”, utilizando o termo “centímetros” que já tinha escutado algumas vezes durante a atividade, dito por um colega, o *LA*, que demonstra apresentar um conhecimento e capacidade de raciocínio superior ao habitual para a faixa etária. Neste contexto, a investigadora explicou que não estavam a medir em centímetros, mas em “mãos”. A *CG* contou novamente e todo o grupo fez a contagem espontaneamente com ela, chegando à conclusão de que eram doze mãos.

Já no final da sessão, quando foi questionado às crianças se gostariam de medir mais alguma coisa, decorreu mais um diálogo, cujo conteúdo importa analisar, uma vez que demonstra não apenas a utilização da terminologia adequada, como também a compreensão da noção de medida e de que para medir determinado comprimento é necessário dividi-lo em partes iguais:

LC: Eu quero medir isto [corda pendurada na árvore para trepar]!

ML: Nós só precisamos de um para medir.

LC: Olha um braço.

Investigadora: Então quantos braços é que mede?

LC: Deixa-me contar *BG*. Um, dois, três,... Levava cinco braços.

Investigadora: Muito bem *LC*.

LC: Se todos os braços fossem deste tamanho levava cinco braços. Agora se fosse até ao tronco da árvore levava mais.

Depois o *MS* quis medir a corda, mas fê-lo ao mesmo tempo que subia, contando e usando como unidade de medida as mãos.



Figura 12. Medição da corda em “mãos”

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As aprendizagens construídas pelas crianças no decorrer do projeto foram comprovadas quer através de observação direta, particularmente das evidências apresentadas anteriormente, quer através de observação indireta, isto é, da escuta dos educadores e crianças nas várias entrevistas realizadas. Concretamente no âmbito da EM os educadores salientaram o modo como era notória a aprendizagem das crianças, nomeadamente ao nível de conteúdos distintos dos que são habitualmente abordados na instituição, como é o caso da noção de medida, e no reforço das restantes noções e competências.

De modo a responder à questão de investigação que deu origem ao presente artigo, apontam-se alguns dos principais contributos da articulação entre poesia e matemática para a promoção de competências matemáticas em contexto de EPE, resultantes do desenvolvimento e análise dos PA analisados:

- Contacto com ideias matemáticas de forma contextualizada. Através da escuta e interpretação de poemas, as crianças contactam com ideias matemáticas em contexto, o que resulta em aprendizagens significativas, uma vez que relacionam a nova aprendizagem com elementos que, por norma, se enquadram nos conhecimentos prévios das crianças, de acordo com o preconizado por Ausubel (1978);

- Experienciação de noções matemáticas. A partir da exploração do poema, nomeadamente através de atividades desenvolvidas no decorrer da leitura do mesmo, as crianças têm oportunidade de vivenciar as noções matemáticas que surgem no poema, o que contribui para reforçar a compreensão das mesmas. Assim, relacionam a matemática com algo concreto, corroborando o que foi descrito por Monroe et al. (2018);
- Desenvolvimento da comunicação oral de ideias matemáticas. Mediante a existência de momentos de diálogo, questionamento e reflexão, cria-se um ambiente de co-construção do conhecimento, no qual a comunicação de ideias matemáticas, tão reconhecidamente importante (Vale & Barbosa, 2017), surge de forma natural é desenvolvida paulatinamente;
- Desenvolvimento da capacidade de representação de ideias matemáticas. A partir da exploração dos poemas são desencadeadas situações nas quais as crianças têm a oportunidade de experienciar a representação de ideias matemáticas, servindo o poema como motivação ou mesmo como base do registo. Desta forma é facilitada a reflexão sobre as ideias matemáticas, uma vez que se tornam mais concretas (NCTM, 2007);
- Desenvolvimento de noções matemáticas através da criação poética. Além da escuta dos poemas, também a criação poética, muitas vezes desencadeada a partir da audição prévia de poemas, pode motivar o desenvolvimento de noções matemáticas. Pode envolver o estabelecimento de novos raciocínios ou o reforço de linhas de raciocínio já estabelecidas, conforme é visível no PA *Contas de somar* no que respeita ao reconhecimento simbólico do numeral, à adição ou ao cálculo mental.

No culminar da análise realizada, considera-se ainda relevante referir que em resultado do desenvolvimento do projeto se entende que a EM poderá ser despoletada a partir de poemas em cuja presença da matemática pode ser mais ou menos explícita, desde que os conceitos ou noções matemáticas transpareçam naturalmente na sua abordagem. Além disso, foi notório que a articulação entre a poesia e a matemática é enriquecida pela inter-relação com outras áreas, nomeadamente artística, como é o caso da música e das artes visuais, assim como com o movimento e com a natureza.

A análise dos dados recolhidos permite considerar que as estratégias de articulação contribuíram efetivamente para a aprendizagem das crianças e para o desenvolvimento de competências no âmbito da EM. Com efeito, almeja-se cooperar para a construção do conhecimento nesta área.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito da bolsa de doutoramento com referência 2022.11143.BD.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN Y AUTORÍA

Raquel, Pereira, conceptualização; metodologia; investigação; análise de dados; escrita -esboço original e revisões.

Pedro, Palhares, supervisão; escrita - revisão.

Fernando, Azevedo, supervisão; escrita - revisão.

REFERÊNCIAS

- Alsina, Á., & Salgado, M. (2018). Prácticas de medida en Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 24-37. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2018.24-37>
- Altieri, J. (2005). Creating poetry: reinforcing mathematical concepts. *Teaching Children Mathematics*, 12(1), 18–23. <https://doi.org/10.5951/TCM.12.1.0018>
- Ausubel, D. (1978). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Baptista, I. (2014). *Instrumento de Regulação Ético-Deontológica: carta ética*. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Batista, B. F., Rodrigues, D., Moreira, E., & Silva, F. (2021). Técnicas de recolha de dados em investigação: inquirir por questionário e/ou inquirir por entrevista? Em P. Sá, A. P. Costa & A. Moreira (coords.), *Reflexões em torno de metodologias de investigação: recolha de dados* (Vol. 2, pp. 13-36). Universidade de Aveiro. <https://doi.org/10.34624/ka02-fq42>
- Boavida, A. M. R. (2008). Raciocinar para aprender e aprender a raciocinar. *Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática*, 100, 1. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1713>
- Canavarro, A. P., Albuquerque, C., Mestre, C., Martins, H., Silva, J. C., Almiro, J., Santos, L., Gabriel, L., Seabra, O., & Correia, P. (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. Direção-Geral da Educação - Ministério da Educação. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/34691>
- Casa da leitura. (2007). *Breviário do sol*. Fundação Calouste Gulbenkian. Consultado a 21 de novembro 2023 Disponível em http://magnetesrvk.no-ip.org/casadaleitura/portalbeta/boportal.pl?pag=sol_la_fichaLivro&id=172

- Escola Virtual. (s.d.). *Poemas de Miguel Torga – “Segredo” de Miguel Torga* [Vídeo]. <https://app.escolavirtual.pt/lms/playerguest/player/8745052/lesson>
- Fonseca, A. M. (2020). A poesia na educação pré-escolar: para lá das rimas e das quadras. *Egitania Scientia*, 85–96. <https://doi.org/10.46691/es.vi.144>
- Gallacher, L.-A., & Gallagher, M. (2008). Methodological immaturity in childhood research?: thinking through ‘participatory methods’. *Childhood*, 15(4), 499-516. <https://doi.org/10.1177/0907568208091672>
- Ino minável. (23 de junho 2019). 5. *Segredo (Poema de Miguel Torga)* [Vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=fVi1al67Ap4>
- Latorre, A. (2007). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa* (4ª ed.). Editorial Graó.
- Lorenzato, S. (2008). *Educação infantil e percepção matemática* (2ª ed.). Autores Associados.
- Mangas F. D., & Mésseder, J. P. (2002). *Breviário do sol*. Caminho.
- Maričić, S. M., Stakić, M. M., & Malinović-Jovanović, N. T. (2018). The role of literary content for children in preschool mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(2), 631–642. <https://doi.org/10.12973/EJMSTE/80627>
- Monroe, E. W., Young, T. A., Fuentes, D. S., & Dial, O. H. (2018). Why use children’s literature in Mathematics? In E. E. Moroe & T. A. Young (eds.) *Deepening student’s mathematical understanding with children’s literature* (pp. 11–35). National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.nctm.org/Store/Products/Deepening-Student-s-Mathematical-Understanding-with-Children-s-Literature/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Associação de Professores de Matemática.
- Novo, M. L., Alsina, Á., Marbán, J.-M., & Berciano, A. (2017). Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil. *Comunicar*, 25(52), 29–39. <https://doi.org/10.3916/C52-2017-03>
- Palhares, P., & Azevedo, F. (2010). Uma proposta de integração entre a Matemática e a Literatura Infantil em contexto de Jardim de Infância. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 5(1), 15–24. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2010v5n1p15>
- Pires, A., Colaço, H., Horta, M. H., & Ribeiro, C. M. (2013). Desenvolver o sentido de número no Pré-Escolar. *Educação e Formação*, (7), 121-135. <https://exedra.esec.pt/?p=261>
- Ralha, E., & Gomes, A. (2004). A medida. Em P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 375-405). Lidel.
- Ribeiro, J. M. (2011). *Desmatematicar*. Trinta por uma linha.
- Saussure, F. (2006). *Curso de Linguística Geral*. Editora Cultrix.
- Silva, I. L., Marques, L., Mata, L. & Rosa, M. (2016). *Orientações curriculares para a Educação Pré-escolar*. Direção-Geral da Educação - Ministério da Educação.
- Torga, M. (1956). *Diário VII*. Edição do autor.
- Vale, I., & Barbosa, A. (2017). Comunicação matemática: a articulação entre ver, ouvir e falar. Em M. V. Pires, C. Mesquita, R. P. Lopes, G. Santos, M. Cardoso, J. S de P. C. Sousa, E. M. Silva & C. Teixeira (Eds.), *II Encontro Internacional de Formação na Docência: Livro de atas* (pp. 258-265). Instituto Politécnico de Bragança. <http://hdl.handle.net/10198/4960>
- Wood, L. N. (2012). Practice and conceptions: communicating mathematics in the workplace. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 109–125. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9340-3>

Autores

Raquel Pereira. Instituto de Educação, Universidade do Minho. Braga, Portugal.
raquel.sal.pereira@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-3813-519X>

Pedro Palhares. Instituto de Educação, Universidade do Minho. Braga, Portugal.
palhares@ie.uminho.pt

 <https://orcid.org/0000-0001-9951-9467>

Fernando Azevedo. Instituto de Educação, Universidade do Minho. Braga, Portugal.
fraga@ie.uminho.pt

 <https://orcid.org/0000-0002-7373-705X>

La *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)* es una revista científica indizada que busca diseminar nuevo conocimiento y resultados de investigación en Matemática Educativa, es decir, *relativos a los procesos de enseñanza y de aprendizaje particulares del conocimiento matemático*, en escenarios y contextos diversos. *Publica cuatrimestralmente* artículos inéditos y arbitrados, con resultados originales de investigación científica en español, portugués, inglés y francés. Está dirigida a investigadores, docentes de Matemáticas y Ciencias, estudiantes de licenciatura y posgrado y tomadores de decisiones relacionados con el campo disciplinar.

La *Relime* es la publicación oficial de investigación del *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. (Clame)*, asociación científica y académica sin fines de lucro. Actualmente, la *Relime* se edita y publica desde la Ciudad de México, México.

Los objetivos de la *Relime* son:

- Ser un foro abierto a las diversas escuelas del pensamiento (paradigmas, teorías, metodologías, métodos, enfoques) en nuestra disciplina, la Matemática Educativa; sin definir perspectivas únicas y con un profundo respeto a las tradiciones educativas y los contextos de los diversos sistemas educativos de nuestra región.
- Dar a conocer resultados de investigación original en Matemática Educativa que se realizan en América Latina y el Caribe, y en el resto del mundo.
- Fomentar una cultura de divulgación e investigación entre los distintos grupos de investigación en nuestra región.
- Propiciar el debate y la reflexión profunda sobre problemas de investigación que fortalezca la disciplina en nuestra área geográfica.
- Fortalecer la calidad de la investigación en Matemática Educativa y la vinculación entre comunidades nacionales e internacionales.

Las contribuciones enviadas a la *Relime* deben ser manuscritos originales (nuevo conocimiento) e inéditos (no haber sido publicados en ningún otro medio, ni estar en proceso de evaluación en otra revista), pertinentes y relevantes para la Matemática Educativa.

En cada número, la *Relime* publica una editorial y cuatro artículos con una política de acceso abierto vía diamante. Los artículos pueden ser:

- *Artículos de investigación empírica*: son aquellos cuyos resultados provienen de estudios clínicos o *in situ*.

- *Artículos de investigación documental*: son aquellos cuyos resultados provienen de estudios sobre el currículum, libros de texto, historia de la educación, entre otros.
- *Ensayos teóricos y filosóficos*: Texto producto del estudio y la reflexión académica de un tópico de interés para la comunidad científica en Matemática Educativa.
- *Revisiones bibliográficas*: Estados del arte, delimitados, sobre tópicos especializados en nuestro campo disciplinar. La revisión debe contribuir en el entendimiento profundo del tópico y proporcionar un análisis académico y crítico sobre las aportaciones de la investigación, así como trazar una prospectiva original para su estudio.

Se reciben manuscritos dentro de los periodos: *1 de enero al 30 de junio*, y *1 de septiembre al 31 de octubre*. Estos deben presentarse en versión electrónica, vía correo electrónico a editorial@relime.org; deben ser de una extensión máxima de 9,000 palabras en su primer envío, sin excepciones, incluyendo cuadros, gráficas, referencias y anexos; tener una redacción clara, buena ortografía y una estructura coherente al tipo de artículo enviado.

Para más información sobre el formato de las contribuciones y las normas editoriales de la Relime, favor de visitar la página oficial de la revista <https://relime.org>

En este último número del vigésimo sexto volumen de la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Relime*, agradecemos la colaboración de aquellos colegas que aportaron su conocimiento y tiempo en la revisión y arbitraje de los manuscritos propuestos a la revista. A través de sus comentarios críticos nuestros revisores contribuyen no solamente a mantener la calidad de los manuscritos publicados sino al desarrollo de nuestra disciplina en un ambiente de pluralidad a fin de fortalecer la escuela latinoamericana.

EVALUADOR / A	INSTITUCIÓN, PAÍS
Aaron Reyes Rodriguez	Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México
Adrián Gómez-Arciga	Universidad Autónoma de Baja California, México
Adriana Richit	Universidade Federal da Fronteira Sul, Brasil
Alberto Camacho Rios	Instituto Tecnológico de México, México
Alberto Zapatera Llinares	Universidad Cardenal Herrera - CEU, España
Alcione Marques Fernandes	Universidade Federal do Tocantins, Brasil
Alejandro González Martín	Université de Montréal, Canadá
Alejandra Deriard	Universidad Nacional de Tres de Febrero, Argentina
Álvaro Aguilar	Universidad de Oviedo, España
Ana Medrano	Universidad Nacional Autónoma de México, México
Ana Cristina Ferreira	Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
Ana Luisa Gómez Blancarte	Instituto Politécnico Nacional, México
Ángel Alsina	Universidad de Girona, España
António Manuel da Conceição Guerreiro	Universidade do Algarve, Portugal
Carmen López Esteban	Universidad de Salamanca, España
Carolina Carrillo García	Universidad Autónoma de Zacatecas, México
Catalina Navarro Sandoval	Universidad Autónoma de Guerrero, México
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
César Thiago Silva	Universidade Federal de Pernambuco, Brasil
Claudia Vásquez Ortiz	Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile
Cynthia Martínez-Garrido	Universidad Autónoma de Madrid, España

Daniel Fernandes da Silva	Instituto Federal Farroupilha, Brasil
David Block Sevilla	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México
Daysi García Cuellar	Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú
Diana del Carmen Torres-Corrales	Instituto Tecnológico de Sonora
Diana Patricia Salgado	Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN)
Élida Maiara Veloso de Castro	Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Argentina
Emerson Augusto de Medeiros	Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Brasil
Enrique Mateus-Nieves	Universidad Externado de Colombia, Colombia
Eric Flores-Medrano	Universidad Complutense de Madrid, España
Gabriel dos Santos e Silva	Universidade Federal do Paraná, Argentina
Gabriela Buendía	Universidad Juárez Autónoma de Durango, México
Genny Rocío Uicab Ballote	Universidad Autónoma de Yucatán, México
Gerardo Cruz-Márquez	Innovamat, México
Hélia Pinto	Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal
Horacio Solar	Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile
Jaime Huincahue	Universidad Católica del Maule, Chile
Javier Sánchez Mendías	Universidad de Granada, España
Javier Lezama Andalón	Universidad Autónoma de Guerrero, México
Jeremias Stein Rodrigues	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Brasil
Jesús Gallardo Romero	Universidad de Málaga, España
Jesus Eduardo Hinojos Ramos	Instituto Tecnológico de Sonora, México
Jhony Alexander Villa-Ochoa	Universidad de Antioquia, Colombia
Jorge García-García	Universidad de Murcia, España
José David Zaldivar Rojas	Universidad Autónoma de Coahuila, México
Késia Ramires	Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil
Lauro Araujo Mota	Universidade Federal do Piauí, Brasil
Leonor Camargo	Universidad Pedagógica Nacional, México
Lewis Herney García Mora	Universidad de Santander, Colombia
Lidia Aurora Hernández Rebollar	Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
Lilia Patricia Aké	Universidad Autónoma de Querétaro, México

Liliana Suárez Téllez	Instituto Politécnico Nacional, México
Lourdes Maria Werle de Almeida	Universidade Estadual de Londrina, Brasil
Luis Cabrera Chim	Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, México
Luiz Otavio Rodrigues Mendes	Universidade Estadual de Maringá (UEM), Brasil
Mabel Licera	Universidad Nacional de Rio Cuarto, Argentina
Mar Moreno	Universidad de Alicante, España
Marcela Parraguez González	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile
Márcia Maria Fusaro Pinto	Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil
María Rita Otero	Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
María Belén Giacomone	Universidad de San Marino, Italia
Maria Cristiane Barbosa Galvão	Universidade de São Paulo (USP), Brasil
María del Mar López Martín	Universidad de Almería, España
María del Socorro García González	Universidad Autónoma de Guerrero, México
Marta Macho Stadler	Universidad del País Vasco, España
Martha Regina Egéa Kleine	Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, Brasil
Mateus Gianni Fonseca	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília (IFB), Campus Estrutural, Brasil
Mayra Zulay Suárez Rodríguez	Cinvestav, México
Miguel Montes	Universidade de Huelva, España
Milena Policastro	Universidad Estatal de Campinas, Brasil
Mirela Rigo Lemini	DME-Cinvestav, México
Miriam Estela Lemus	Universidad Iberoamericana, México
Natalia Fátima Sgreccia	Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina
Nataly Goreti Pincheira Hauck	Universidad de Girona, España
Olga Lidia Pérez González	Universidad de Camagüey, Cuba
Omar Malet	Universidad Nacional de Tres de Febrero, Argentina
Oswaldo Jesús Martínez Padrón	Universidad Técnica del Norte, Ecuador
Patricia Eva Bozzano	Universidad Nacional de La Plata, Argentina
Patricia Sadovsky	Universidad Pedagógica de Buenos Aires, Argentina
Pedro Arteaga	Universidad de Granada, España

Pilar Beltrán Soria	Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
Raimundo Olfos Ayarza	Universidad Católica de Valparaíso, Chile
Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva	Universidade Estadual Paulista, Brasil
Roberto Alfredo Vidal Cortés	Universidad Alberto Hurtado, Chile
Rosa María Farfán Márquez	Cinvestav, México
Ruth Rodríguez Gallegos	ITESM, México
Santiago Inzunza Cazares	Universidad Autónoma de Sinaloa, México
Saúl Elizarrarás Baena	Escuela Normal Superior de México, México
Saúl Ernesto Cosmes Aragón	Instituto Tecnológico de Sonora, México
Silvia M. Valenzuela Ruiz	Universidad de Granada, España
Teresa Sánchez Compañía	Universidad de Málaga, España
Verónica Molfino	Consejo de Formación en Educación, Uruguay
Verónica Vargas Alejo	Universidad de Guadalajara, México
Verónica González Franco	Instituto Tecnológico de Sonora, México
Viviana Angélica Costa	Universidad Nacional de La Plata, Argentina
Walter F. Castro G.	Universidad de Antioquia, Colombia
William Poveda Fernández	Universidad de Costa Rica (UCR), Costa Rica
Yudi Andrea Ortiz Rocha	Universidad La Gran Colombia, Colombia
Yuridia Arellano García	Universidad Autónoma de Guerrero, México

VOLUMEN 0, 1997

Presentación de Relime / R. M. FARFÁN / La investigación en matemática educativa en la Reunión Centroamericana y del Caribe referida al nivel superior.

VOLUMEN 1, 1998

I. GUZMÁN / Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. L. RICO / Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. M. ARTIGUE / Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? F. CORDERO / El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones.

VOLUMEN 2, 1999

H. J. DE LEÓN / Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto. V. A. LÓPEZ / Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México: 1785-1867. L. D. MELGAREJO / Modelos para la representación y procesamiento del conocimiento pedagógico en tutoriales inteligentes. E. MORALES / Efecto de una didáctica centrada en la resolución de problemas empleando la técnica heurística V de Gowin y mapas conceptuales en el razonamiento matemático de los alumnos de 9º grado de educación básica.

M. ANIDO, H. E. RUBIO / Un ejemplo de aprendizaje en el sentido de Polya. B. GÓMEZ / Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de “compañías”. C. RIZO, L. CAMPISTROUS / Estrategias de resolución de problemas en la escuela. L. RADFORD / La razón desnaturalizada. Ensayo de epistemología antropológica.

VOLUMEN 3, 2000

D. DENNIS, J. CONFREY / La creación de exponentes continuos: un estudio sobre los métodos y la epistemología de John Wallis. B. D'AMORE, B. MARTINI / Sobre la preparación teórica de los maestros de matemáticas. E. DUBINSKY / De la investigación en matemática teórica a la investigación en matemática educativa: un viaje personal. M. SIERRA, M. T. GONZÁLEZ, C. LÓPEZ / Concepciones de los alumnos de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria sobre límite funcional y continuidad.

Y. O'FARRILL / Sistema entrenador inteligente con tecnología multimedia. Óptima-Geometría. G. MUÑOZ / Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el Cálculo integral. M. B. FERNÁNDEZ / Perfeccionamiento de la enseñanza -aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático. C. CUBILLO, T. ORTEGA / Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las Matemáticas. M. F. LASALVIA, J. D. PIQUET / Construcción de gráficos de funciones: “Continuidad y prototipos”.

M. ACEVEDO, M. FALK / Formación del pensamiento algebraico de los docentes. R. CANTORAL, H. MIRÓN / Sobre el estatus de la noción de derivada: De la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica. A. CAÑADA / Una perspectiva histórica de las series de Fourier: de las ecuaciones de onda y del calor a los operadores compactos y autoadjuntos. B. D'AMORE / Escolarización del saber y de las relaciones: efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas. P. FLORES, C. BATANERO, J. D. GODINO / Aplicación del análisis de textos mediante técnicas multivariantes al estudio del cambio de concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. G. GARCÍA, C. SERRANO / Variables institucionales en el conocimiento profesional del docente: El caso de la función.

VOLUMEN 4, 2001

O. L. LEÓN, D. I. CALDERÓN / Validación y argumentación de lo matemático en el aula. R. A. OLFOS / Entendiendo la clase de matemática. G. T. BAGNI / La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos. Una investigación experimental en la educación media superior. R. ZAZKIS / Múltiplos, divisores y factores: explorando la red de conexiones de los estudiantes.

F. CORDERO / La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. J. GASCÓN / Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. J. LEZAMA, R. M. FARFÁN / Introducción al estudio de la reproducibilidad.

C. ACUÑA / Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. S. BLÁZQUEZ, T. ORTEGA / Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. A. CAMACHO, M. AGUIRRE / Situación didáctica del concepto de límite infinito. M. R. OTERO, M. FANARO, I. ELICHIRIBEHETY / El conocimiento matemático de los estudiantes que ingresan a la universidad.

VOLUMEN 5, 2002

A. CAMACHO / Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite. A. CASTAÑEDA / Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica. G. MARTÍNEZ / Explicación sistémica de fenómenos didácticos ligados a las convenciones matemáticas de los exponentes. L. SIÑERIZ / La enseñanza de la resolución de problemas de regla y compás. Del mundo de la pura resolución de problemas a la escuela media argentina: estudio de dos casos.

A. CONTRERAS, M. CONTRERAS, M. GARCÍA / Sobre la geometría sintética y analítica. La elipse y sus construcciones. F. CORDERO, E. MIRANDA / El entendimiento de la transformada de Laplace: una epistemología como base de una descomposición genética. I. ELICHIRIBEHETY, M. R. OTERO, M. A. FANARO / Los modelos mentales que subyacen a la resolución de problemas algebraicos: un estudio transversal. M. M. SOCAS / Las interacciones entre iguales en clase de matemáticas. Consideraciones acerca del principio de complementariedad en educación matemática.

C. DOLORES, G. ALARCÓN, D. F. ALBARRÁN / Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: El caso de la velocidad y la trayectoria. A. GARCADIAGO / El teorema de Pitágoras como paradigma de la enseñanza de la geometría plana: simplificar no siempre simplifica. T. ORTEGA, M. ORTIZ / Diseño de una intervención para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental en el aula.

VOLUMEN 6, 2003

C. BROITMAN, H. ITZCOVICH, M. E. QUARANTA / La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. R. CANTORAL, R. M. FARFÁN / Matemática Educativa: Una visión de su evolución. M. C. PAPINI / Algunas explicaciones vigostkianas para los primeros aprendizajes del álgebra.

L. ANDRADE, P. PERRY, E. GUACANEME, F. FERNÁNDEZ / La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación? L. J. BLANCO, M. BARRANTES / Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. R. CANTORAL, E. RESÉNDIZ / El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar.

A. BERGÉ, C. SESSA / Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. K. BARBOSA / La enseñanza de inecuaciones con el punto de vista de la teoría APOE. D. E. MEEL / Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE. B. D'AMORE / Matemática en algunas culturas suramericanas. Una contribución a la Etnomatemática.

VOLUMEN 7, 2004

G. T. BAGNI / Una experiencia didáctica sobre funciones en la escuela secundaria. A. BRUNO, J. A. GARCÍA / Futuros profesores de primaria y secundaria clasifican problemas aditivos con números negativos. S. M. SEGURA / Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. Y. SERRES / Una visión de la comunidad venezolana de educación matemática.

P. AGUILAR, A. OKTAÇ / Generación del conflicto cognitivo a través de una actividad de criptografía que involucra operaciones binarias. M. FERNÁNDEZ, C. RONDERO / El inicio histórico de la ciencia del movimiento: Implicaciones epistemológicas y didácticas. L. RADFORD / Del símbolo y de su objeto: Reflexiones en torno a la teoría de la conceptualización de Cassirer. L. ORTIZ-FRANCO / Prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica.

C. DOLORES / Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: Concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. M. E. QUARANTA, P. TARASOW / Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas. M. E. VALDEMOROS / Lenguaje, fracciones y reparto.

VOLUMEN 8, 2005

C. ACUÑA / ¿Cuántos puntos hay? Concepciones de los estudiantes en tareas de construcción. M. MARCOLINI, J. PERALES / La noción de predicción: Análisis y propuesta didáctica para la educación Universitaria. H. PARRA / Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto. F. PLUVINAGE / Árboles de transiciones etiquetadas en cálculo de probabilidades.

C. CASTELA / A propósito de los conocimientos que no se enseñan explícitamente, empero necesarios para tener éxito en las matemáticas escolares. M. F. DELPRATO / Educación de adultos: ¿saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos? L. DÍAZ / Profundizando en los entendimientos estudiantiles de variación. S. GARBIN / ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. G. MARTÍNEZ / Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. G. MONTIEL / Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada.

C. BATANERO / Significados de la probabilidad en la educación secundaria. F. CORDERO / El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. C. CRESPO, R. M. FARFÁN / Una visión socioepistemológica de las argumentaciones en aula. El caso de las demostraciones por reducción al absurdo. M. FALSETTI, M. RODRÍGUEZ / Interacciones y aprendizaje en matemática preuniversitaria: ¿Qué perciben los alumnos? J. LEZAMA / Una mirada socioepistemológica al fenómeno de la reproducibilidad. M. ROSA, D. CLARK / Las raíces históricas del programa Etnomatemáticas. B. D'AMORE / Oscar Reutersvärd.

VOLUMEN 9, 2006

E. APARICIO, R. CANTORAL / Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. A. BERGÉ / Análisis institucional a propósito de la noción de complejidad del conjunto de los números reales. A. CONTRERAS, L. ORDOÑEZ / Complejidad ontosemiótica de un texto sobre la introducción a la integral definida. L. GARCÍA, C. AZCÁRATE, M. MORENO / Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. J. D. GODINO, V. FONT, A. CONTRERAS, M. WILHELMI / Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. M. R. OTERO, L. BANKS-LEITE / Modelos mentales y modelos numéricos: un estudio descriptivo en la enseñanza media.

S. BLÁZQUEZ, T. ORTEGA, S. N. GATICA, J. BENEGAS / Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la universidad. A. BRUNO, M. NODA, R. AGUILAR, C. GONZÁLEZ, L. MORENO, V. MUÑOZ / Análisis de un tutorial inteligente sobre conceptos lógico-matemáticos en alumnos con Síndrome de Down. G. BUENDÍA / Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. A. CASTAÑEDA / Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y Maria G. Agnesi. O. PEREZ / ¿Cómo diseñar el sistema de evaluación del aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas? E. RUIZ, M. E. VALDEMOROS / Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina.

M. A. ANIDO, R. LÓPEZ, H. E. RUBIO / Las superficies en el aprendizaje de la geometría. V. LARIOS / La rigidez geométrica y la preferencia de propiedades geométricas en un ambiente de geometría dinámica en el nivel medio. A. L. LAVALLE, E. B. MICHELI, N. RUBIO / Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. Y. OTÁLORA, M. OROZCO / ¿Por qué 7345 se lee como “setenta y tres cuarenta y cinco? E. RESENDIZ / La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. R. UICAB, A. OKTAÇ / Transformaciones lineales en un ambiente de geometría dinámica.

RELIME ESPECIAL, 2006

L. RADFORD / Introducción. Semiótica y Educación Matemática. M. OTTE / Proof and Explanaton from a Semiotical Point of View. R. DUVAL / Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? R. CANTORAL, R. M. FARFÁN, J. LEZAMA, G. MARTÍNEZ / Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. L. RADFORD / Elementos de una teoría cultural de la objetivación. J. D. GODINO, V. FONT, M. WILHELMI / Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta.

A KOUKKOUFIS, J. WILLIAMS / Semiotic Objectifications of the Compensation Strategy: En Route to the Reification of Integers. B. D'AMORE / Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. A. GAGATSI, I. ELIA, N. MOUSOULIDES / Are registers of representations and problem solving processes on functions compartmentalized in students' thinking? A. SÁENZ-LUDLOW / Learning Mathematics: Increasing the Value of Initial Mathematical Wealth. G. T. BAGNI / Everyday and Mathematical Language 100 Years after the Publication of “On Denoting” by Bertrand Russell. F. ARZARELLO / Semiosis as a Multimodal Process. B. D'AMORE / Conclusiones y perspectivas de investigación futura.

VOLUMEN 10, 2007

F. CORDERO, R. FLORES / El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. B. D'AMORE, M. I. FANDIÑO / Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. C. DOLORES, I. CUEVAS / Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. C. L. OLIVEIRA, G. da SILVA NUNES / Currículo de matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível. A. ROMO, A. OKTAÇ / Herramienta metodológica para el análisis de los conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. L. ZUÑIGA / El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo.

R. CANTORAL / Índices, bases de citas y factor de impacto. ¿Una política editorial para Relime? B. D'AMORE, J. D. GODINO / El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. T. M. MENDONÇA, S. M. PINTO, I. M. CAZORLA, E. RIBEIRO / As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. J. G. MOLINA, A. OKTAÇ / Concepciones de la transformación lineal en contexto geométrico. G. TORREGROSA, H. QUESADA / Coordinación de procesos cognitivos en geometría.

R. CANTORAL / ¿Publicar o perecer, o publicar y perecer? A. ALSINA i PASTELLS / ¿Por qué algunos niños tienen dificultades para calcular? Una aproximación desde el estudio de la memoria humana. J. J. DÍAZ, V. BERMEJO / Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. U. MALASPINA / Intuición, rigor y resolución de problemas de optimización. C. R. MURO, P. CAMARENA, R. C. FLORES / Alcances de la Teoría de Vergnaud en la representación de un problema complejo de ingeniería. M. L. RODRÍGUEZ, L. RICARDO / El modelo holístico para el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría en arquitectos de la escuela cubana.

VOLUMEN 11, 2008

R. CANTORAL / ¿Cuál es el papel de una revista científica en la conformación de una comunidad? V. ABOITES, G. ABOITES / Filosofía de la matemática en el nivel medio superior. M. ARAVENA, C. CAAMAÑO, J. GIMÉNEZ / Modelos matemáticos a través de proyectos. C. STENGER, K. WELLER, I. ARNON, E. DUBINSKY, D. VIDAKOVIC / A search for a constructivist approach for understanding the uncountable set $P(N)$. M. E. VALDEMOROS, E. F. RUIZ / El caso de Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos.

R. CANTORAL / El papel de las revistas especializadas en las agendas de investigación en Matemática Educativa. S. CASTILLO / Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. A. MATOS, J. P. DA PONTE / O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. A. B. RAMOS, V. FONT / Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. G. SÁNCHEZ-MATAMOROS, M. GARCÍA, S. LLINARES / La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática.

R. CANTORAL / En defensa de “lo nuestro”. M. FERRARI, R. M. FARFÁN / Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos. J. GALLARDO, J. L. GONZÁLEZ, W. QUISPE / Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. G. SCHUBRING / Gauss e a tábua dos logaritmos. C. VALDIVÉ, S. GARBIN / Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción de infinitesimal.

VOLUMEN 12, 2009

R. CANTORAL / Relime en ISI Web: Social Science Citation Index (SSCI). G. BUENDIA, A. ORDOÑEZ / El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. C. CRESPO, R. M. FARFÁN, J. LEZAMA / Algunas características de las argumentaciones y la matemática en escenarios sin influencia aristotélica. U. T. JANKVIST / On empirical research in the field of using history in Mathematics Education. M. I. ROCHA, H. A. MENINO / Desenvolvimento do sentido do número na multiplicação. Um estudo de caso com crianças de 7/8 anos.

R. CANTORAL / Identidad y desarrollo: Matemática Educativa y Relime. S. MAYÉN, C. BATANERO, C. DÍAZ / Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. N. PLANAS, N. IRANZO / Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemáticas. L. RADFORD, M. ANDRÉ / Cerebro, cognición y matemáticas. M. A. SORTO, J. H. MARSHALL, T. F. LUSCHEI, M. CARNOY / Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: A comparative study in primary and secondary education.

R. CANTORAL / Revistas Latinoamericanas en ISI WoK, reflexiones con la comunidad. A. R. CORICA, M. R. OTERO / Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de evaluación. B. GARII, R. SILVERMAN / Beyond the Classroom Walls: Helping Teachers Recognize Mathematics Outside of the School. P. SALINAS, J. A. ALANÍS / Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo en una institución educativa. F. VISEU, J. P. DA PONTE / Desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor de Matemática com apoio das TIC's.

VOLUMEN 13, 2010

R. CANTORAL / Finalmente... trois. A. ALSINA, M. DOMINGO / Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. M. A. VIGGIANI, M. ROSA / Educação matemática na realidade do ciberespaço – que aspectos ontológicos e científicos se apresentam? C. M. FERNÁNDEZ / Análisis epistemológico de la secuencia numérica. S. ROA-FUENTES, A. OKTAÇ / Construcción de una descomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal.

R. CANTORAL / Matemática Educativa: una disciplina de múltiples perspectivas. C. ARANDA, M. L. CALLEJO / Construcción del concepto de dependencia lineal en un contexto de geometría dinámica: un estudio de casos. M. BERGER / A semiotic view of mathematical activity with a computer algebra system. F. CORDERO, C. CEN, L. SUÁREZ / Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. J. A. FERNANDES, P. FERREIRA, R. ROA / Aquisição das operações combinatórias por alunos pré-universitários através de uma intervenção de ensino.

R. CANTORAL / ¿Qué es la Matemática Educativa? F. J. BOIGUES, S. LLINARES, V. D. ESTRUCH / Desarrollo de un esquema de la integral definida en estudiantes de ingenierías relacionadas con las ciencias de la naturaleza. Un análisis a través de la lógica Fuzzy. C. CRESPO, R. M. FARFÁN, J. LEZAMA / Argumentaciones y demostraciones: Una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. M. D. POCHULU / Significados atribuidos a la resolución de problemas con software de geometría dinámica durante un desarrollo profesional docente. H. da S. ZAGO, C. R. FLORES / Uma proposta para relacionar arte e educação matemática.

RELIME ESPECIAL (TOMO I), 2010

F. CORDERO, C. ÍMAZ, S. URSINI / Matemática Educativa en México. Aspectos sociales y cognitivos. G. BUENDÍA / Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico. A. CAMACHO, B. SÁNCHEZ / Análisis sociocultural de la noción de variabilidad. M. FERRARI, R. M. FARFÁN / Una socioepistemología de lo logarítmico. G. MONTIEL / Hacia el rediseño del discurso: formación docente en línea centrada en la resignificación de la matemática escolar. R. PULIDO / La enseñanza de los diferenciales en las escuelas de ingeniería desde un enfoque socioepistemológico. E. RESÉNDIZ / El discurso en la clase de matemáticas y los acuerdos sociales. La noción de variación. C. ACUÑA / Las funciones figurales y epistémicas de los dibujos. J. A. LANDA / Acercamiento a funciones con dos variables. V. LARIOS, N. GONZÁLEZ / Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de Geometría Dinámica. A. LÓPEZ / Interpretación de estudiantes de bachillerato sobre la identidad de la variable en expresiones algebraicas. T. MENDOZA, D. BLOCK / El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. R. RODRÍGUEZ / Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales.

RELIME ESPECIAL (TOMO II), 2010

F. CORDERO, C. ÍMAZ, S. URSINI / Matemática Educativa en México. Aspectos sociales y cognitivos. C. DOLORES / El lenguaje variacional en el discurso de la información. A. GALLARDO, E. BASURTO / La negatividad matemática: antesala histórica de los números enteros. G. MARTÍNEZ / Los estudios sobre los procesos de convención matemática: una síntesis metódica sobre la naturaleza de sus resultados. G. MUÑOZ / Hacia un campo de prácticas sociales como fundamento para rediseñar el discurso escolar del cálculo integral. J. G. SÁNCHEZ, S. URSINI / Actitudes hacia las matemáticas, género y tecnología: estudios con alumnos mexicanos de educación básica. L. SUÁREZ, F. CORDERO / Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. R. ÁVILA, S. IBARRA, A. GRIJALVA / El contexto y el significado de los objetos matemáticos. S. MOCHÓN / La relación del comportamiento del profesor con el avance cognitivo de los estudiantes al introducir un software educativo en el aula. A. OKTAÇ, M. TRIGUEROS / ¿Cómo se aprenden los conceptos de Álgebra Lineal? C. RONDERO / Cálculo promedial. El caso de la media aritmética. E. SÁNCHEZ / Una jerarquía de razonamiento estadístico sobre la noción de predicción/incertidumbre elaborada con profesores de secundaria. M. VALDEMOROS / Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones.

VOLUMEN 14, 2011

R. CANTORAL / La Escuela Latinoamericana de Matemática Educativa. G. GÁLVEZ, D. COSMELLI, L. CUBILLOS, P. LEGER, A. MENA, E. TANTER, X. FLORES, G. LUCI, S. MONTOYA, J. SOTO-ANDRADE / Estrategias cognitivas para el cálculo mental. L. RUIZ-HIGUERAS, F. J. GARCÍA / Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. J. DÍEZ-PALOMAR, J. M. MENÉNDEZ, M. CIVIL / Learning mathematics with adult learners: drawing from parents' perspective. M. C. RICOY, M. J. V. S. COUTO / As TIC no ensino secundário na matemática em Portugal: a perspectiva dos professores.

R. CANTORAL / Relime en ERIH. J. L. BELMONTE, M. SIERRA / Modelos intuitivos del infinito y patrones de evolución nivelar. E. CANUL, C. DOLORES, G. MARTÍNEZ-SIERRA / De la concepción global a la concepción local. El caso de la recta tangente en el marco de la convención matemática. J. GASCÓN / Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental. V. Y. KATAOKA, A. C. S. de OLIVEIRA, A. de SOUZA, A. RODRIGUES, M. SILVA / A Educação Estatística no Ensino Fundamental II em Lavras, Minas Gerais, Brasil: avaliação e intervenção.

R. CANTORAL / Quince años y nuevos retos para Relime. A. CONTRERAS, M. GARCÍA / Significados pretendidos y personales en un proceso de estudio con el límite funcional. M. L. MAGALHÃES / O ensino de aritmética na escola nova: Contribuições de dois escritos autobiográficos para a história da educação matemática (Minas Gerais, Brasil, primeiras décadas do século xx). A. T. de OLIVEIRA, G. de la ROCQUE / O potencial das atividades centradas em produções de alunos na formação de professores de matemática. M. POCHULU, V. FONT / Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa.

VOLUMEN 15, 2012

R. CANTORAL / *Nani gigantum humeris insidentes*. Relime y el Acceso Abierto. C. FERNÁNDEZ, S. LLINARES / Relaciones implicativas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales. G. MARTÍNEZ / Concepciones y matemática escolar: Unidades de medida de las funciones trigonométricas en el nivel medio superior. J. J. ORTIZ, C. BATANERO, J. M. CONTRERAS / Conocimiento de futuros profesores sobre la idea de juego equitativo. M. RIBEIRO, R. MONTEIRO, J. CARRILLO / Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido.

R. CANTORAL, D. REYES-GASPERINI / 0.167. J. M. ANDRADE, M. J. SARAIVA / Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. A. ASSIS, J. D. GODINO, C. FRADE / As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas exploratório-investigativas. S. ROA-FUENTES, A. OKTAÇ / Validación de una descomposición genética de transformación lineal: un análisis refinado por la aplicación del ciclo de investigación de APOE. D. VEGA-CASTRO, M. MOLINA, E. CASTRO / Sentido estructural de estudiantes de Bachillerato en tareas de simplificación de fracciones algebraicas que involucran igualdades notables.

R. CANTORAL, V. GARNICA / 2012, año nuevo: Relime – Bolema. A. BARBOSA, I. VALE, P. PALHARES / Pattern tasks: thinking processes used by 6th grade students. F. CORDERO, H. SILVA-CROCCI / Matemática educativa, identidad y latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. M. A. LONJEDO, M. P. HUERTA, M. CARLES FARIÑA / Conditional probability problems in textbooks an example from Spain. M. L. OLIVERAS, M. E. GAVARRETE / Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. M. STEPHENS, A. RIBEIRO / Working towards algebra: the importance of relational thinking.

VOLUMEN 16, 2013

R. CANTORAL / Tendencias: Los métodos de investigación para profesionalización docente en matemáticas. N. CLIMENT, J. ROMERO, J. CARRILLO, M. C. MUÑOZ, L. C. CONTRERAS / ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula?. A. ALVARADO, M. T. GONZÁLEZ / Generación interactiva del conocimiento para iniciarse en el manejo de implicaciones lógicas. E. ALONSO / Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico. S. SANHUEZA, M. C. PENALVA, M. FRIZ / Identidades y competencias profesionales de estudiantes para maestro de educación infantil relativas a la enseñanza de la geometría.

R. CANTORAL / *Relime*: DOI y OJS. M. ARAVENA, C. CAAMAÑO / Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile. S. INZUNSA, J. V. JIMÉNEZ / Caracterización del razonamiento estadístico de estudiantes universitarios acerca de las pruebas de hipótesis. M. JARERO, E. APARICIO, L. SOSA / Pruebas escritas como estrategia de evaluación de aprendizajes matemáticos. Un estudio de caso a nivel superior. J. RUIZ, P. DÁVILA, J. ETXEBERRIA, J. SARASUA / Los libros de texto de matemáticas del bachillerato en el periodo 1970-2005.

R. CANTORAL / El talón de Aquiles. L. ALBARRACÍN, N. GORGORIO / Problemas de estimación de grandes cantidades: Modelización e influencia del contexto. A. M. OLLER, J. M. GAIRÍN / La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. J. PRIOR, G. TORREGROSA / Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. L. A. DE SOUZA, A. V. MARAFIOTI GARNICA / As matemáticas modernas: um ensaio sobre os modos de produção de significado ao(s) movimento(s) no ensino primário brasileiro.

VOLUMEN 17, 2014

R. CANTORAL / El quehacer del matemático educativo: el pasaje del *sujeto* a su *entorno*. I. M. ESCUDERO, J. M. GAVILÁN, G. SÁNCHEZ / Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. P. LEGER, G. GÁLVEZ, M. INOSTROZA, L. CUBILLOS, G. LUCI, E. TANTER, D. COSMELLI, J. SOTO / ECOCAM, un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de cálculo mental: características de su diseño y resultados preliminares. G. OBANDO, C. E. VASCO, L. C. ARBOLEDA / Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. S. E. PARADA, F. PLUVINAGE / Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico.

R. CANTORAL / Matemática Educativa: *Relme*, *Clame* y *Relime*. / J. JUSTIN, C. L. OLIVEIRA, L. MORENO / Registros de representação semiótica e geometria analítica: uma experiência com futuros professores. S. PALMAS, D. BLOCK / Acceso a la representación escrita de los números naturales: una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. H. J. RUIZ, Y. RIASCOS / ¿ 4^3 se puede leer como “cuatro subido a la tres”? un estudio sobre las estrategias de construcción de la representación polinomial. C. SÁENZ, A. LEBRIJA / La formación continua del profesorado de matemáticas: una práctica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendiz.

R. CANTORAL / No hay revista sin comunidad, ni comunidad sin diálogo. V. ALBANESE, F. J. PERALES / Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. C. FONSECA, J. GASCÓN, C. OLIVEIRA / Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional. A. MORALES, F. CORDERO / La graficación-modelación y la Serie de Taylor. Una socioepistemología del Cálculo. F. VISEU, L. MENEZES / Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3.º ciclo: o confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática.

RELIME ESPECIAL (TOMO I), 2014

A. KUZNIAK, P. R. RICHARD / Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. J. C. RAUSCHER, R. ADJIAGE / Espaces de travail et résolution d'un problème de modélisation. B. PARZYSZ / Espaces de travail en simulation d'expérience aléatoire au lycée : une étude de cas. A. BRACONNE / Quel espace de travail géométrique pour les élèves au Québec et pour les futurs enseignants ? K. NIKOLANTONAKIS, L. VIVIER / Espaces de travail géométrique en formation initiale de professeurs du premier degré en France et en Grèce lors d'une démarche de preuve. S. COUTAT / Quel espace de travail géométrique pour l'apprentissage des propriétés au primaire ? X. XISTOURI, D. PITTA, A. GAGATIS / Primary school students' structure and levels of abilities in transformational geometry. P. MICHAEL, A. GAGATIS / Ambiguity in the way of looking at geometrical figures. E. MONTOYA, A. MENA, J. MENA / Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. I. ELIA, K. EVANGELOU, K. HADJITTOULI, M. VAN DEN HEUVEL / A kindergartner's use of gestures when solving a geometrical problem in different spaces of constructed representation.

RELIME ESPECIAL (TOMO II), 2014

R. I. BARRERA / Un Espace de Travail Mathématique pour la mise en évidence des significations géométriques de la multiplication de nombres réels et complexes : médiation sémiotique et parcours des élèves. A. GAGATIS, E. DELIYIANNI / Mathematical working space relations with conversions between representations and problem solving in fraction addition. V. CARRIÓN, F. PLUVINAGE / Registros y estratos en ETM al servicio del pensamiento funcional. D. TANGUAY, L. GEERAERTS / Conjectures, postulats et vérifications expérimentales dans le paradigme du géomètre-physicien : Comment intégrer le travail avec les LGD ? M. TESSIER, P. R. RICHARD, N. LEDUC, M. GAGNON / Conception et analyse de geogebra tutor, un système tutoriel intelligent : genèse d'un espace de travail géométrique idoine. M. BLOSSIER, P. R. RICHARD / Le travail mathématique en interaction avec un logiciel de géométrie dynamique tridimensionnelle. J. MITHALAL / Initier un processus de preuve mathématique dans un environnement de géométrie dynamique 3D. I. M. GÓMEZ, J. ESCRIBANO / Geometric Locus activities in a dynamic geometry system. Non-iconic visualization and instrumental genesis. A. KUZNIAK / Travail mathématique et domaines mathématiques. S. R. DE COTRET / Espaces de travail / espaces de connaissances : Peut-on imaginer une navette pour y voyager ? D. ZALDÍVAR, C. CEN, E. BRICEÑO, M. MÉNDEZ, F. CORDERO / El espacio de trabajo matemático y la situación específica de la matemática funcional: un ejercicio de diálogo. O. FIGUERAS, P. FLORES, F. PLUVINAGE / La mediación docente y los espacios de trabajo matemático.

VOLUMEN 18, 2015

R. CANTORAL, G. MONTIEL, D. REYES-GASPERINI / El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. J. ARRIETA, L. DÍAZ / Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. A. MAZ-MACHADO, L. RICO / Principios didácticos en textos españoles de Matemáticas en los siglos XVIII y XIX. L. SOLANILLA, A. CELI TAMAYO, G. A. PAREJA / Memoria sobre la emergencia de las funciones elípticas. V. H. G. DE SOUZA, R. NOGUEIRA DE LIMA, T. M. M. CAMPOS / A functional graphic approach to inequations.

P. PEÑA-RINCÓN, C. TAMAYO-OSORIO, A. PARRA / Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. A. P. AIRES, H. CAMPOS, R. POÇAS / Raciocínio geométrico versus definição de conceitos: a definição de quadrado com alunos de 6.º ano de escolaridade. B. D'AMORE, M. FANDIÑO, M. IORI, M. MATTEUZZI / Análisis de los antecedentes histórico-filosóficos de la "Paradoja cognitiva de Duval". J. GARCÍA-GARCÍA, F. M. RODRÍGUEZ, C. NAVARRO / Las estrategias utilizadas por los niños *Tee Savi* en la resolución de problemas aritméticos. V. C. LLANOS, M. R. OTERO / La incidencia de las funciones didácticas topogénesis, mesogénesis y cronogénesis en un recorrido de estudio y de investigación: el caso de las funciones polinómicas de segundo grado.

P. VALERO, M. ANDRADE-MOLINA, A. MONTECINO / Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. G. A. MARMOLEJO, M. T. GONZÁLEZ / Control visual en la construcción del área de superficies planas en los textos escolares. Una metodología de análisis. A. MENA-LORCA, J. MENA-LORCA, E. MONTOYA-DELGADILLO, A. MORALES, M. PARRAGUEZ / El obstáculo epistemológico del infinito actual: persistencia, resistencia y categorías de análisis. J. PEIXOTO / Gestos, sinais e esquemas de aprendizes surdos na multiplicação. E. A. SÁNCHEZ, A. L. GÓMEZ-BLANCARTE / La negociación de significado como proceso de aprendizaje: el caso de un programa de desarrollo profesional en la enseñanza de la estadística.

VOLUMEN 19, 2016

A. MÁRQUEZ, I. ORDORIK, A. DÍAZ-BARRIGA, R. CANTORAL, W. DE VRIES / Consorcio Mexicano de Revistas de Investigación Educativa. P. ARTEAGA, C. BATANERO, J. M. CONTRERAS, G. CAÑADAS / Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. M. J. CARVALHO, A. FREITAS / Nível de conhecimento em probabilidade condicionada e independência: um caso de estudo no ensino secundário português. M. POCHULU, V. FONT, M. RODRÍGUEZ / Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. R. RODRÍGUEZ, S. QUIROZ / El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

R. CANTORAL / Retos y logros para la comunidad de Matemática Educativa... / J. B. BÚA-ARES, M. T. FERNÁNDEZ, M. J. SALINAS / Competencia matemática de los alumnos en el contexto de una modelización: aceite y agua. T. GARCÍA, P. GONZÁLEZ, J. A. GONZÁLEZ, C. RODRÍGUEZ, L. BETTS / On-line assessment of the process involved in maths problem - solving in fifth and sixth grade students: self - regulation and achievement. C. DIAS, L. SANTOS / Portefólio reflexivo de matemática enquanto instrumento de autorregulação das aprendizagens de alunos do ensino secundário. D. LAGO-PEREIRA, M. DE CARVALHO-BORBA / Seres humanos - com - internet ou internet - com - seres humanos: uma troca de papéis?

R. CANTORAL / La publicación científica y algunos fenómenos emergentes. M. DEL P. BELTRÁN, G. MONTIEL / La modelación en el desarrollo del pensamiento funcional - trigonométrico en estudiantes mexicanas de nivel medio superior. C. STEEGMAN, A. PÉREZ-BONILLA, M. PRAT, A. A. JUAN / Math-Elearning@cat: Factores claves del uso de las TIC en Educación Matemática Secundaria. P. GÓMEZ, M. C. CAÑADAS / Dificultades de los profesores de matemáticas en formación en el aprendizaje del análisis fenomenológico. M. P. HUERTA, P. I. EDO, R. AMORÓS, J. ARNAU / Un esquema de codificación para el análisis de las resoluciones de los problemas de probabilidad condicional.

VOLUMEN 20, 2017

G. MONTIEL / La transición de Relime al contexto editorial digital. / C. ALMEIDA, L. CASAS, R. LUENGO / Estudo da estrutura cognitiva dos alunos dos 9.º (14-15 anos de idade) e 12.º anos (17-18 anos de idade) de escolaridade sobre o conceito de Probabilidade: O contributo das teorias dos Conceitos Nucleares e dos Conceitos Threshold. A. ANDRADE, A. LOTERO, E. ANDRADE / La hipótesis de los cuadros de significado en la solución de problemas matemáticos. J. P. DA PONTE, J. MATA, M. QUARESMA, I. VELEZ / Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de matemática. S. MARTÍNEZ, J. M. MUÑOZ, A. M. OLLER, T. ORTEGA / Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2º de ESO.

R. CANTORAL, D. REYES-GASPERINI / Nuevo factor de impacto en WoS. M. FERRARI, R. M. FARFÁN / Multiplicar sumando: una experiencia con estudiantes de bachillerato. J. GASCO / La resolución de problemas aritmético - algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemáticas. Un estudio en educación secundaria obligatoria (ESO). A. MALLART, J. DEULOFEU / Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. K. PÉREZ, J. E. HERNÁNDEZ / La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos.

R. CANTORAL, D. REYES-GASPERINI / Identidad y visibilidad. El binomio ideal. Relime en los índices nacionales, regionales y mundiales. F. J. ALMUNA / The role of context and context familiarity on mathematics problems. D. ARECES, M. CUELI, T. GARCÍA, C. RODRÍGUEZ, P. GONZÁLEZ / Intervención en dificultades de aprendizaje de las

matemáticas: incidencia de la gravedad de las dificultades. A. BAROJAS, I. GARNICA / Comprensión de nociones del sistema métrico decimal mediada por la LSM en el aula de sordos [17-21]: estudio de casos. S. ESTRELLA, R. OLFOS, S. MORALES, P. VIDAL / Argumentaciones de estudiantes de primaria sobre representaciones externas de datos: componentes lógicas, numéricas y geométricas.

VOLUMEN 21, 2018

R. CANTORAL / Educación comparada en América Latina. El caso de la educación alternativa en Oaxaca: Matemáticas y práctica social. / Y. T. HOFFMANN, D. A. COSTA / História da educação matemática: conservação da cultura escolar. R. RAMÍREZ, P. FLORES, I. RAMÍREZ / Análisis de los errores en tareas geométricas de argumentación visual por estudiantes con talento matemático. M. RODRÍGUEZ, M. PARRAGUEZ, M. TRIGUEROS / Construcción cognitiva del espacio vectorial $\mathbb{R}^2$. A. ZAPATERA / Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje.

O. PÉREZ / La Matemática Educativa en Camagüey: incidencia social de un programa de maestría. H. ALVARADO, L. RETAMAL, S. ESTRELLA, M. GALINDO / Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. N. MARTÍNEZ P. R. GARZÓN, N. R. RODRÍGUEZ / Estrategias de los niños en la resolución de situaciones multiplicativas: reconocimiento y uso de unidades. V. ROJO, J. VILLARROEL, J. M. MADARIAGA / The affective domain in learning mathematics according to students' gender. G. SÁNCHEZ, M. MORENO, P. PÉREZ, M. L. CALLEJO / Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros maestros de educación infantil.

M. PARRAGUEZ / Posgrado en didáctica de la matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso: un multiproceso en búsqueda de la construcción ciudadana. L. ESPINOZA, A. VERGARA, D. VALENZUELA / Geometría en la práctica cotidiana: la medición de distancias inaccesibles en una obra del siglo XVI. L. A. RAMOS, L. M. CASAS / Concepciones y creencias de los profesores de Honduras sobre enseñanza, aprendizaje y evaluación de las matemáticas. G. ESPINOZA, D. ZAKARYAN, J. CARRILLO / El conocimiento especializado del profesor de matemáticas en el uso de la analogía en la enseñanza del concepto de función. C. BATANERO, M. M. GEA, P. ARTEAGA, J. M. CONTRERAS, C. DÍAZ / Conocimiento del contenido sobre correlación y regresión de futuros profesores.

VOLUMEN 22, 2019

R. CANTORAL, D. REYES-GASPERINI, B. CASTRO, D. W. RÍOS / RELIME: Construcción, desarrollo y consolidación ¿A dónde nos dirigimos? / E. SANTANA, L. SERRAZINA, C. NUNES / Contribuições de um processo formativo para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. E. GOMES, J. CERQUEIRA / A aprendizagem de regras do sistema matemático escolar na modelagem matemática.

R. FIORAVANTI, I. M. GRECA, J. A. MENESES / Caminhos do ensino de estatística para a área da saúde. J. GALLARDO, V. A. QUINTANILLA / El círculo hermenéutico de la comprensión en matemáticas: una propuesta integradora para la evaluación en el aula.

R. CANTORAL, D. REYES-GASPERINI, B. CASTRO PÉREZ, D. W. RÍOS JARQUÍN / ¿Qué sabemos de los lectores de *Relime*? V. MOLFINO, C. OCHOVIET / Enseñanza de la matemática para la justicia social en cursos de postgraduación. D. MATO-VÁZQUEZ, R. CHAO-FERNÁNDEZ, A. CHAO-FERNÁNDEZ / Efectos de enseñar matemáticas a través de actividades musicales. F. CORDERO, T. DEL VALLE, A. MORALES / Usos de la optimización de ingenieros en formación: el rol de la ingeniería mecatrónica y de la obra de Lagrange. A. SAORÍN VILLA, G. TORREGROSA GIRONÉS, H. QUESADA VILELLA / Razonamiento configural y organización discursiva en procesos de prueba en contexto geométrico.

R. CANTORAL / Formas de difusión institucional del conocimiento: un papel para *Relime*. P. HERNÁNDEZ, G. BUENDÍA / Significados para la matemática escolar a partir de su uso en un escenario extraescolar. Un ejemplo con la propiedad periódica. C. POMPEU, I. M. GÓMEZ / Aprendizaje matemático y estrategias de identidad. Un caso de Educación de Personas Adultas en Brasil. P. PERRY, L. CAMARGO, C. SAMPER / Puntos medios en triángulo: un caso de construcción de significado personal y mediación semiótica. A. F. DÍAZ-CÁRDENAS, A. DÍAZ-FURLONG, H. A. DÍAZ-FURLONG, M. R. SANKEY-GARCÍA, G. ZAGO-PORTILLO / Multiplication and division of fractions: Numerical cognition development and assessment procedures.

VOLUMEN 23, 2020

R. CANTORAL / In memoriam: Eugenio Filloy y François Pluvinage. A. VERGARA, S. ESTRELLA, P. VIDAL-SZABÓ / Relaciones entre pensamiento proporcional y pensamiento probabilístico en situaciones de toma de decisiones. P. DAMAS BEITES, M. L. FRAZÃO RODRIGUES BRANCO, M. C. ROSAS PEREIRA PEIXOTO DA COSTA / Esquemas de demonstração para proposições de Álgebra Linear com valor lógico verdade. M. P. HUERTA / Hipótesis y conjeturas en el desarrollo del pensamiento estocástico: retos para su enseñanza y en la formación de profesores. R. I. BARRERA-CURIN, L. BERGERON, A. PERREAULT / Analyse des interactions dans une classe où les élèves présentent des difficultés langagières : l'influence des pratiques d'une enseignante sur l'activité mathématique des élèves.

R. CANTORAL / La Matemática Educativa en tiempos de crisis, cambio y complejidad. F. FISCHER FIGUEIREDO, C. L. OLIVEIRA GROENWALD / Design, (re)formulação e resolução de problemas com o uso de tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática. L. F. GUTIÉRREZ-FALLAS, A. HENRIQUES / O TPACK de futuros profesores de matemática numa experiência de formação. Ö. ERGENE, A. ŞÜKRÜ ÖZDEMİR / A study on the pre-service elementary mathematics teachers' knowledge on the convergence and divergence of series in the context of theory and

application. V. CASTILLO RIQUELME / Enseñanza de la estadística inferencial mediante una aplicación móvil.

R. CANTORAL / 2020. S. PASCUAL PIZARRO / Una secuencia didáctica para la enseñanza de la transformación lineal: Unificación de métodos y problemas, modelización y explicitación del aprendizaje. A. CASADIEGO CABRALES, K. AVENDAÑO CASADIEGO, G. CHÁVARRO MEDIA, G. AVENDAÑO CASADIEGO, L. X. GUEVARA SALAZAR, A. AVENDAÑO RODRÍGUEZ / Criterios de clasificación en niños de preescolar utilizando bloques lógicos. M. LAGUNA, D. BLOCK SEVILLA / Reconstrucción de situaciones didácticas de matemáticas en el aula. Un estudio en preescolar. A. MARTÍNEZ ZARZUELO, J. M. RODRÍGUEZ MANTILLA, E. ROANES LOZANO, M. J. FERNÁNDEZ DÍAZ / Efecto de Scratch en el aprendizaje de conceptos geométricos de futuros docentes de primaria.

VOLUMEN 24, 2021

R. CANTORAL / Notas sobre la publicación e inserción de posgraduados en Matemática Educativa. U. ESCOBAR DURÁN, F. TIRADO SEGURA / Pensamiento relacional en la escolarización de la jerarquía de operaciones y álgebra temprana en primaria. C. PESTANO, C. GONZÁLEZ, M. C. GIL / Analysis of the Critical Attitude of University Social Sciences Students Toward the Use of Computing Software. O. GUERRERO / Construcción de conocimiento sobre la enseñanza de la matemática en estudiantes para profesores de matemática a través de vídeos. M. MONTES, M. I. PASCUAL, N. CLIMENT / Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK.

R. CANTORAL / 23 Desafíos matemáticos “Debemos saber. Lo sabremos”. Z. TAŞPINAR ŞENER, Y. DEDE / Mathematical modeling from the eyes of preservice teachers. L. SOLANILLA CHAVARRO, A. C. TAMAYO ACEVEDO / Anamnesis de la teoría de los indivisibles de Cavalieri. K. SEPÚLVEDA OBREQUE, J. LEZAMA ANDALÓN / Epistemología de los profesores sobre el conocimiento matemático escolar: un estudio de caso. M. C. NAYA-RIVERO, T. F. GÓMEZ-SÁNCHEZ, M. B. RUMBO-ARCAS, M. E. SEGADE-PAMPÍN / Estudio interregional comparado de la educación matemática en la formación inicial del profesorado de educación primaria.

R. CANTORAL / Revistas de corriente principal: Relime y JCR. A. BETANCUR SÁNCHEZ, S. ROA FUENTES, S. J. BALLESTEROS / Una descomposición genética preliminar del concepto de eigenvalor y eigenvector: el análisis de libros de texto como sustrato en la construcción de modelos cognitivos. M. H. C. MARTÍNEZ DE LA MORA, U. XOLOCOTZIN ELIGIO, R. QUINTERO ZAZUETA / Las relaciones entre entidades componentes del valor posicional y su didáctica. C. PEAKE, V. ALARCÓN, V. HERRERA, K. MORALES / Desarrollo de la habilidad numérica inicial: aportes desde la psicología cognitiva a la educación matemática inicial. A. CAMACHO RÍOS / Función normativa de las prácticas asociadas a la construcción de templos antiguos.

VOLUMEN 25, 2022

F. CORDERO / IN MEMORIAM Ricardo Cantoral. S. C. TEIXEIRA NUNES, E. FULGINITI DE ASSIS, L. VELLINHO CORSO / Diferentes perfis de flexibilidade cognitiva em estudantes brasileiros de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental. M. BÁEZ MELENDRES, R. M. FARFÁN MÁRQUEZ / Sistematización y análisis de un proceso de reflexión sobre la matemática escolar: aspectos para la profesionalización docente. M. PARRAGUEZ GONZÁLEZ, S. ROA-FUENTES, R. JIMÉNEZ ALARCÓN, A. BETANCUR SÁNCHEZ / Estructuras y mecanismos mentales que desde una perspectiva geométrica modelan y articulan el aprendizaje de valor y vector propio en $\mathbb{R}^2$. J. A. LABRA PEÑA, C. M. VANEGAS ORTEGA / Desarrollo del Razonamiento Geométrico de estudiantes de Enseñanza Media cuando abordan el concepto de Homotecia.

G. MONTIEL-ESPINOSA / También otra comunicación de la ciencia es posible. S. BUENO, M. BURGOS, J. D. GODINO, O. PÉREZ / Significados intuitivos y formales de la integral definida en la formación de ingenieros. T. C. ROCHA SILVA GUSMÃO, V. FONT MOLL / Análisis metacognitivo de un aula de matemática sobre medida de superficies. A. HUENCHO, E. CHANDÍA, F. ROJAS, G. WILLIAMSON / Tercer espacio: Modelo de tareas matemáticas con responsabilidad cultural desde el contexto indígena. G. FONSECA, J. P. DA PONTE / O estudo de aula no desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino da matemática de professores do 1.º ciclo.

G. MONTIEL-ESPINOSA / Roles de participación y comunicación en la investigación en Matemática Educativa. C. A. D. N. AMARAL, M. A. VEIGA FERREIRA DE SOUZA, A. BELFORD POWELL / Construção do conceito de fração sob a perspectiva de medição: contribuições do 4a instructional model. E. MONTERO, M. L. CALLEJO, J. VALLS / Anticipación de estrategias de resolución de problemas de división-medida con fracciones mediante una progresión de aprendizaje. D. RADOVIC S., M. PAMPAKA / Relación entre percepciones de la enseñanza, sexo y actitudes hacia las matemáticas de estudiantes. M. BURGOS, M. J. CASTILLO / Idoneidad didáctica de vídeos educativos de matemáticas: una experiencia con estudiantes para maestro.

VOLUMEN 26, 2023

G. MONTIEL-ESPINOSA / La revisión como diálogo. Una pieza clave para el crecimiento colectivo en la comunicación científica. L. ESPINOZA RAMÍREZ, A. VERGARA GÓMEZ / Enseñanza interdisciplinaria música - matemática: la guitarra y su rol protagónico en el desarrollo histórico de la música occidental. F. DA SILVA, V. PAZUCH / Conhecimentos geométricos mobilizados na prática do professor: *knowledge quartet* como ferramenta de análise. C. LÓPEZ, P. GÓMEZ / Revisión curricular de los temas de estadística en educación primaria. M. POLICASTRO, M. RIBEIRO / Uma caracterização do conhecimento especializado do professor de matemática da educação infantil e anos iniciais em tópicos de medida.

G. MONTIEL-ESPINOSA / El rol editorial. Una mirada de equipo con dirección académica y profesional. R. I. GONZÁLEZ-POLO, A. CASTAÑEDA / Aprender funciones como un proceso de matematización progresiva: estudiantes de secundaria enfrentado una secuencia didáctica de caída libre. M. C. NOBREGA FERREIRA, V. ALVES DA SILVA, M. MESSIAS GONÇALVES, A. JACQUES RIBEIRO / Tarefas de aprendizagem profissional na formação de professores de matemática. A. ANTÓN-SANCHO / La ansiedad hacia la enseñanza de las matemáticas en maestros en formación inicial. P. CARDOSO, E. MAMEDE / Investigando a prática do professor no ensino de frações num contexto de trabalho colaborativo.

G. MONTIEL-ESPINOSA / Comunicación y diálogo disciplinar, una estrategia para aportar, crecer y avanzar en el campo. A. BREDÁ, D. FARSANI, G. SALA-SEBASTIÀ / Interação não-verbal e o envolvimento visual dos estudantes nas aulas de matemática: um estudo da organização do espaço na comunicação linguística. V. ESPÍNDOLA LESSA, A. CANABARRO TEIXEIRA / Espiral da conceituação: um estudo sobre o campo conceitual das funções afim e a programação de computadores. A. JACQUES RIBEIRO, M. AGUIAR, A. L. TREVISAN, H. RIZEK ELIAS / Exploring learning opportunities for primary teachers: the case of knowledge for teaching early algebra. E. LADERAS HUILLCAHUARI, V. ACORI FLORES, L. VILLA PÉREZ / Enseñanza del cálculo diferencial e integral asistido por el software GeoGebra.

VOLUMEN 27, 2024

G. MONTIEL-ESPINOSA / Hacia una comunicación integrada en el contexto de la ciencia abierta. S. ESTRELLA, S. MORALES, M. MÉNDEZ-REINA, P. VIDAL-SZABÓ, B. RAMÍREZ, A. MONDACA-SAAVEDRA / Diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje para introducir la inferencia estadística informal en primaria. M. V. FIGUEROA, O. MALET / Construcción y validación de rúbricas para valorar la idoneidad didáctica de clases de matemática. A. ALSINA, C. VÁSQUEZ, I. GARCÍA-ALONSO, A. BERCIANO / Educación estadística y probabilística para futuros docentes españoles de infantil y primaria: características, enfoque y metodología. C. T. SILVA, V. GITIRANA / Uso de um artefato computacional para explorar a covariação: um estudo das gêneses instrumentais de licenciandos em matemática.

G. MONTIEL-ESPINOSA / Transparencia y responsabilidad en el uso de inteligencia artificial en la investigación. Actualización continua de la política editorial de la Relime. M. DEL R. HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ, I. R. FUENLABRADA VELÁZQUEZ / El abordaje del sistema de numeración decimal en los libros de texto y en las aulas de primer grado de primaria. Y. M. AGUDELO-MARÍN, E. ALDANA-BERMÚDEZ, L. MUÑIZ-RODRÍGUEZ / Enseñanza eficaz de las matemáticas: una revisión sistemática de la literatura. N. A. VALENTIM SANTOS, D. DANIEL, E. J. PEREIRA COSTARDI, E. GOMES LEANDRO / O pensamento algébrico de surdos em tempos de pan-escola: desafios e possibilidades. P. A. SABATINELLI, V. C. LLANOS / Análisis macrodidáctico basado en los programas de álgebra lineal y geometría analítica: evolución de los saberes en la formación de ingenieros en Argentina.

G. MONTIEL-ESPINOSA / La Relime en publicación continua. J. SANTANA MOURA, J. CERQUEIRA BARBOSA, L. ROSALINA GAMA ALVES / Produção de Narrativas Digimáticas em jogo de mundo aberto: tessituras entre humanos e não-humanos em exercícios de construção. F. DE LA CRUZ URBINA, G. BUENDÍA ABALOS / Diálogo entre lo comunitario y lo escolar: la cocción de la tortilla de maíz como situación de aprendizaje. V. FERREIRA RAGONI, A. SANTANA DE SOUZA CHIARI / Expandindo telas em educação matemática com o Geogebra: produzindo conceitos de integrais duplas com o *smartphone*. R. PEREIRA, P. PALHARES, F. AZEVEDO / Promoção de competências matemáticas aos 5 anos através da articulação com poesia.

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa

Volumen 27, Número 3

Diseño digital:

LDG. Emilio Serna Hernández

Recrea. Soluciones infinitas

sernandem@yahoo.com.mx

Se imprimió en los talleres de
Editorial Progreso S.A. de C.V.

Sabino # 275

Col. Santa María la Ribera

Alcaldía Cuauhtémoc

06400, CDMX, México

Noviembre de 2024

Impresión bajo demanda